بسم الله الرحمن الرحیم

شمارهٔ استاندارد بین‌المللی
۲۳۲۲-۳۶۶۹

میراث علمی اسلام و ایران

دوفصلنامهٔ تاریخ علوم و فناوری دورهٔ اسلامی

سال نهم، شمارهٔ اول، بهار و تابستان ۱۳۹۹

شمارهٔ پیاپی: ۱۷

تصویر پشت جلد: نقش هندسی چارترنج در آرامگاه هارون ولایت (اصفهان) (عکس از: هادی ملکیان)

نشانی مجله: تهران، خیابان انقلاب اسلامی، بین خیابان دانشگاه و ابوریحان، ساختمان فروردین، شمارهٔ ۱۱۸۲، طبقهٔ چهارم، شمارهٔ ۱۶
کد پستی: ۹۳۵۱۹-۱۳۱۵۶ تلفن: ۶۶۴۹۰۶۱۲ دورنگار: ۶۶۴۰۶۲۵۸

www.mirasmaktoob.ir
miraselmi@mirasmaktoob.ir / miraselmi90@gmail.com

بها: ۴۰,۰۰۰ تومان

فهرست

بررسی محتوای رسالۀ مجموع *المربعات* محمد باقر یزدی[۱]

زهرا پورنجف[۲]

مقدمه

از جملۀ آثار کمتر شناخته شدۀ ملا محمد باقر یزدی (؟-زنده در ۱۰۴۷ق)[۳] می‌توان به رسالۀ مجموع المربعات او اشاره کرد. در منابع، اشاره‌ای به این اثر یزدی نشده است و در ابتدای امر تصور می‌شد که بخشی از عیون الحساب یزدی باشد؛ اما بررسی نشان داد که رساله‌ای مستقل است. در این رساله چندین قضیه در مورد مجموع اعداد مربع زوج و مجموع اعداد مربع فرد مطرح و بررسی می‌شود که مجموع چه تعداد از این اعداد مربع، عدد مربعی را به دست می‌دهد و برای آن‌ها مثال‌های عددی بیان می‌شود. ظاهراً این مسئلۀ ریاضی مورد علاقۀ دانشمندان اسلامی بوده و رساله‌های بسیاری در این مورد در دورۀ اسلامی تألیف شده است. به عنوان مثال خواجه نصیرالدین طوسی (۵۹۷-۶۷۲ق) رساله‌ای تحت عنوان رسالة في أنّه لا یمکن أن یجتمع من عددین مربعین فردین عدد مربع، دارد (قربانی، ص ۴۸۶ و ۴۹۲) و نیز ابوجعفر خازن (؟- بین سال‌های ۳۵۰ و ۳۶۰ق) رساله‌ای تحت عنوان رسالة في البرهان علیٰ أنّه لا یمکن ضلعا عددین مربعین یکون مجموعهما مربعا فردین بل یکونان زوجین أو أحدهما زوج والآخر فرد و کمال الدین ابن یونس (۵۵۱- ۶۳۹ق) رساله‌ای با نام رسالة في بیان أنّه لا یمکن أن یوجد عددان مربعان فردان مجموعهما مربع، دارند (همان، ص ۶۳، ۶۵، ۳۹۸ و ۳۹۹).

یزدی این رساله را در ۱۷ شوال ۱۰۴۷ق به اتمام رسانده است. تک نسخۀ این رساله در ۵

۱. رشدی راشد این رساله را در منابع زیر بررسی کرده است:
"Al-Yazdī et l'équation ...", *Historia Scientiarum*, vol. 4-2, (1994), pp. 79-10; "A historical and mathematical analysis", *Histoire de l'analyse diophantienne classique: D'Abū Kāmil à Fermat*, Scientia Graeco-Arabica,12, Berlin, New York, Walter de Gruyter, 2013, pp. 125-130; *D'al-Khwārizmī à Descartes. Études sur l'histoire des mathématiques classiques*, Paris, Hermann, 2011. Chapitre 6. p. 381.

۲. دانش‌آموختۀ دورۀ کارشناسی ارشد تاریخ علم، پژوهشکدۀ تاریخ علم دانشگاه تهران، zpournajaf@yahoo.com

۳. برای آشنایی با زندگینامه و آثار ملا محمد باقر یزدی، بنگرید به: قربانی، ص ۴۳۶-۴۴۱؛ پورنجف، ص ۱۴۲.

صفحه به شمارهٔ ۷۰۶/۴ در مدرسهٔ عالی شهید مطهری نگهداری می‌شود و نام کاتب آن عرب منجم شیرازی است. بخش‌های مختلف رساله با شماره‌های (۱)، (۲) و ... جداسازی شده و در ادامه به ترتیب محتوای این بخش‌ها به زبان ریاضی امروزی آمده است.

(۱) ربع هر عدد مربع فرد مساوی است با مجموع عددی زوج و یک چهارم.

$$\begin{aligned}(2k+1)^2 &= 4k^2+4k+1\\ &= 4k(k+1)+1\end{aligned}$$

$$\frac{1}{4}(2k+1)^2 = k(k+1)+\frac{1}{4}$$

می‌دانیم $k(k+1)$ یعنی حاصل‌ضرب دو عدد متوالی، عدد زوجی است.

به عبارتی دیگر، اگر از عدد مربع فرد یک واحد کم کنیم، حاصل مضربی از ۸ خواهد بود.

$$(2k+1)^2-1 = 4k^2+4k = 4k(k+1) = 4\times 2k' = 8k'$$

$$\frac{1}{4}\left((2k+1)^2-1\right) = k(k+1)$$

اثبات: فرض می‌کنیم AB عددی فرد و AC یک باشد؛ پس CB عدد زوجی خواهد بود که در D نصف شده است. حال داریم:

$$(AB)^2 = (AC)^2+(CB)^2+2AC\times CB$$

$$\xrightarrow{AC=1} = 1+(CB)^2+2\times CB$$

$$\frac{1}{4}(CB)^2 = (CD)^2 \quad , \quad \frac{1}{4}(2CB) = \frac{1}{4}(4CD) = CD$$

$$\frac{1}{4}\left((AB)^2-1\right) = \frac{1}{4}\left((CB)^2+2\times CB\right) = (CD)^2+CD$$

$$AB = 2k+1 \xrightarrow{AC=1} CB = 2k$$

اگر $\frac{CB}{2} = CD = 2k'+1$،

آنگاه

$$\frac{1}{4}\left((AB)^2-1\right) = (2k'+1)^2+(2k'+1) = 2k''$$

و اگر $\frac{CB}{2}=CD=2k''$ ،

آنگاه

$$\frac{1}{4}\left(\left(AB\right)^2-1\right)=\left(2k''\right)^2+\left(2k''\right)=2k'''$$

پس در هر صورت خواهیم داشت:

$$\frac{1}{4}\left(AB\right)^2=2k+\frac{1}{4}$$

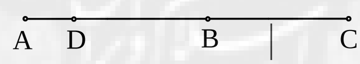
(۲) مجموع دو عدد با تفاضل ۱ برابر با تفاضل مربع‌های آن‌ها خواهد بود؛ دو برابر مجموع دو عدد با تفاضل ۲ برابر با تفاضل مربع‌های آن‌ها خواهد بود؛ سه برابر مجموع دو عدد با تفاضل ۳ برابر با تفاضل مربع‌های آن‌ها خواهد بود و ...

$$k+\left(k+1\right)=2k+1 \qquad 2k+1=\left(k+1\right)^2-k^2$$

$$k+\left(k+2\right)=2k+2 \qquad 2\left(2k+2\right)=[\left(k+2\right)^2-k^2]$$

$$k+\left(k+3\right)=2k+3 \qquad 3\left(2k+3\right)=[\left(k+3\right)^2-k^2]$$

اثبات: دو عدد AB و BC را طبق شکل زیر در نظر می‌گیریم و از AB ، DB را مساوی با BC جدا می‌کنیم:



$$AB^2-BC^2=AB^2-DB^2=AD^2+2AD\times DB$$
$$=AD\,(AD+2DB)=AD\,(AB+BC)$$

که AD می‌تواند ۱ یا ۲ یا ۳ باشد.

(۳) هر عدد فرد را می‌توان مجموع دو عدد زوج و فرد متوالی در نظر گرفت. چون تفاضل دو عدد متوالی یک است، (طبق اتحاد مزدوج) عدد فرد مزبور را می‌توان تفاضل مربع‌های این دو عدد زوج و فرد متوالی دانست. مثال:

$$3=2+1 \quad , \quad 3=2^2-1$$

$$5=3+2 \quad , \quad 5=3^2-2^2$$

$$7=4+3 \quad , \quad 7=4^2-3^2$$

(۴) عدد فرد غیر اول و غیر مربع را در نظر می‌گیریم. اگر a و b مقسوم‌علیه‌های این عدد فرد

باشند، فرمول زیر در مورد آن صدق می‌کند:

$$2k+1=a\times b \quad b<a \quad \Rightarrow \quad 2k+1=\left(\frac{a+b}{2}\right)^2-\left(\frac{a-b}{2}\right)^2$$

$$,\quad \left(\frac{a+b}{2}\right)-\left(\frac{a-b}{2}\right)=a$$

ابتدا یزدی مثال‌هایی برای اعداد فردی که مقسوم‌علیه ۳ دارند، به شرح زیر بیان می‌کند:

$$15=\begin{cases}4^2-1^2\\8^2-7^2\end{cases},\quad 21=\begin{cases}5^2-2^2\\11^2-10^2\end{cases},\quad 27=\begin{cases}6^2-3^2\\14^2-13^2\end{cases},\quad 33=7^2-4^2$$

سپس به اعداد فرد با مضارب ۵ می‌پردازد (با توجه به اینکه عدد ۷۵ و ۴۵ مضارب ۳ نیز هستند، دو تساوی زیر را برای آن‌ها در نظر می‌گیرد):

$$35=6^2-1=36-1 \quad و \quad 55=8^2-3^2=64-9 \quad و \quad 65=9^2-4^2=81-16$$

در ادامه دو مثال برای اعدادی که هم مضرب ۳ و هم مضرب ۵ باشند می‌آورد:

$$45=3\times15 \Rightarrow 45=\left(\frac{15+3}{2}\right)^2-\left(\frac{15-3}{2}\right)^2=9^2-6^2=81-36$$

$$45=7^2-2^2=49-4$$

$$75=3\times25 \Rightarrow 75=\left(\frac{25+3}{2}\right)^2-\left(\frac{25-3}{2}\right)^2=14^2-11^2=196-121$$

$$75=5\times15 \Rightarrow 75=\left(\frac{15+5}{2}\right)^2-\left(\frac{15-5}{2}\right)^2=10^2-5^2=100-25$$

در مورد مضارب ۷ داریم:

$$105=7\times15 \Rightarrow 105=\left(\frac{15+7}{2}\right)^2-\left(\frac{15-7}{2}\right)^2=11^2-4^2=121-16$$

$$119=7\times17 \Rightarrow 119=\left(\frac{17+7}{2}\right)^2-\left(\frac{17-7}{2}\right)^2=12^2-5^2=144-25$$

(۵) با توجه به فرمول $2k+1=\left(\frac{a+b}{2}\right)^2-\left(\frac{a-b}{2}\right)^2$ که مطرح شد، از آنجا که عدد زوج الفرد یک مقسوم‌علیه ۲ و مقسوم‌علیه دیگر فردی دارد و عبارت‌های $a+b$ و $a-b$ در فرمول فوق عدد فردی خواهند بود و نصف آن‌ها عدد صحیحی نخواهد بود پس طبق این فرمول نمی‌توان در

مورد عدد زوج الفرد گفت که حاصل تفاضل دو عدد مربع است و برای این مورد عدد ۴ را مثال می‌زند که ظاهراً اشتباهی در رساله رخ داده است چرا که ۴ عدد زوج الزوجی است. اما اعداد زوج الزوج حاصل تفاضل دو عدد مربع هستند و مثال‌های زیر برای آن‌ها بیان می‌شود:

$$8=\left(\frac{4+2}{2}\right)^2-\left(\frac{4-2}{2}\right)^2=3^2-1^2$$

$$12=\left(\frac{6+2}{2}\right)^2-\left(\frac{6-2}{2}\right)^2=4^2-2^2$$

$$24=\left(\frac{12+2}{2}\right)^2-\left(\frac{12-2}{2}\right)^2=7^2-5^2$$

$$=\left(\frac{6+4}{2}\right)^2-\left(\frac{6-4}{2}\right)^2=5^2-1^2$$

$$32=\left(\frac{8+4}{2}\right)^2-\left(\frac{8-4}{2}\right)^2=6^2-2^2$$

مضارب ۸ مثل:

$$48=\left(\frac{24+2}{2}\right)^2-\left(\frac{24-2}{2}\right)^2=13^2-11^2=169-121$$

$$=\left(\frac{12+4}{2}\right)^2-\left(\frac{12-4}{2}\right)^2=8^2-4^2\quad=64-16$$

$$=\left(\frac{8+6}{2}\right)^2-\left(\frac{8-6}{2}\right)^2\quad=7^2-1^2\quad=49-1$$

در مورد عددی که مقسوم‌علیه‌های ۲، ۴، ۶ و ۱۰ دارد، مثل ۱۲۰:

$$120=\left(\frac{60+2}{2}\right)^2-\left(\frac{60-2}{2}\right)^2=31^2-29^2$$

$$=\left(\frac{30+4}{2}\right)^2-\left(\frac{30-4}{2}\right)^2=17^2-13^2$$

$$=\left(\frac{20+6}{2}\right)^2-\left(\frac{20-6}{2}\right)^2\quad=13^2-7^2$$

$$=\left(\frac{12+10}{2}\right)^2-\left(\frac{12-10}{2}\right)^2\quad=11^2-1^2$$

در ادامه مطلبی آمده است مربوط به اینکه هر عدد مربع فرد می‌تواند حاصل تفاضل دو عدد مربع باشد که یکی زوج و دیگری فرد است.

(۶) اگر از تعداد فردی از اعداد مربع فرد یک واحد کم شود و یک‌هشتم تعداد باقی‌مانده عدد صحیحی نباشد، حاصل مجموع این تعداد عدد مربع فرد نمی‌تواند عدد مربعی باشد.

اثبات: تعداد $2p+1$ عدد مربع فرد در نظر می‌گیریم. مجموع این تعداد عدد مربع فرد قطعاً عدد فردی است و طبق (۱) می‌دانیم ربع عدد مربع فرد، مجموع عددی زوج و یک‌چهارم است اما در اینجا ثابت می‌شود که حاصل مجموع تعداد فردی از اعداد مربع فرد این نتیجه را به دست نمی‌دهد؛ یعنی داریم:

$$\begin{aligned} A &= (2k'+1)^2+(2k''+1)^2+(2k'''+1)^2+\dots \\ &= [4k'(k'+1)+4k''(k''+1)+4k'''(k'''+1)+\dots+(2p+1)] \\ &= [8n+8n'+8n''+\dots+(2p+1)] \end{aligned}$$

$$\frac{1}{4}A = 2n+2n'+2n''+\dots+\frac{2p+1}{4} = 2m+\frac{2p+1}{4}$$

$$\frac{1}{8}(A-1) = n+n'+n''+\dots+\frac{2p}{8} = m+\frac{p}{4}$$

پس برای این‌که یک‌هشتم این مجموع، عدد صحیحی باشد باید $p=4q$ باشد؛ یعنی تعداد $8q+1$ عدد مربع فرد نتیجهٔ حاصل را به دست خواهد داد و در غیر این صورت، حاصل مجموع عدد مربعی نخواهد بود.

(۷) تعدادی عدد مربع فرد داریم؛ اگر از تعداد آن‌ها یک واحد کم کنیم و ربع تعداد باقیمانده عدد صحیحی باشد، مجموع این تعداد عدد مربع فرد می‌تواند عدد مربعی باشد.

در بخش (۶) این مورد اثبات شد و گفته شد که مجموع $8q+1$ عدد مربع فرد عدد مربع خواهد بود. پس نتیجه می‌شود کمترین تعدادی که نتیجهٔ مورد نظر را به دست دهد، ۹ است.

طریق به دست آوردن تعداد فردی از اعداد مربع فرد که مجموعشان عدد مربعی باشد:

می‌خواهیم تعداد $8q+1$ عدد مربع فرد پیدا کنیم که مجموعشان مربع باشد. تعداد $8q$ عدد مربع فرد که مجموعشان S است را در نظر می‌گیریم و می‌دانیم S عدد زوجی خواهد بود. از بخش (۷) می‌دانیم که S ربع و یک‌هشتم صحیحی دارد و داریم:

$$S+\left(\frac{S}{4}-1\right)^2=\left(\frac{S}{4}+1\right)^2$$

پس مجموع اعداد مربع فرد مفروض و $\left(\frac{S}{4}-1\right)^2$ نتیجهٔ مورد نظر را به دست خواهد داد.

اگر یک‌چهارم یا یک‌ششم یا ... S عدد زوج الفردی باشد، آنگاه روش‌های زیر نیز نتیجهٔ مـورد نظر را به دست خواهد داد:

$$S+\left(\frac{\left(\frac{S}{4}\right)}{2}-2\right)^2=\left(\frac{\left(\frac{S}{4}\right)}{2}+2\right)^2$$

$$S+\left(\frac{\left(\frac{S}{6}\right)}{2}-3\right)^2=\left(\frac{\left(\frac{S}{6}\right)}{2}+3\right)^2$$

مثال ۱: می‌خواهیم ۹ عدد مربع بیابیم که مجموعشان مربع باشد. می‌دانیم مجمـوع مربـع‌هـای فردی که تعداد آن‌ها کمتر از ۹ تا است نمی‌تواند مربع باشد. پس ۸ عدد مربع به ترتیب زیر در نظـر می‌گیریم: ۹، ۲۵، ۴۹، ۸۱، ۱۲۱، ۱۶۹، ۲۲۵، ۲۸۹ که حاصل جمع این اعـداد مربـع عـدد ۹۶۸ خواهد بود و از آنجایی که ۹۶۸ مضربی از ۴ نیز هست و اگر آن را بر ۴ تقسیم کنیم عدد ۲۴۲ را به دست می‌دهد که عدد زوج الفردی است؛ پس در دو حالت الف و ب دو مجموعهٔ اعداد مربع برای مقصود مورد نظر به دست می‌آوریم:

الف:

$$\frac{\left(\frac{968}{2}\right)}{2}+1=243 \quad , \quad \frac{\left(\frac{968}{2}\right)}{2}-1=241$$

$$968+(241)^2=968+58081=59049=(243)^2$$

پس اعداد ۹، ۲۵، ۴۹، ۸۱، ۱۲۱، ۱۶۹، ۲۲۵، ۲۸۹ و ۵۸۰۸۱ اعداد مربع مطلوب هستند.

ب:

$$\frac{\left(\frac{968}{4}\right)}{2}+2=123 \quad , \quad \frac{\left(\frac{968}{4}\right)}{2}-2=119$$

$$968+(119)^2=968+14161=15129=(123)^2$$

در این حالت، اعداد ۹، ۲۵، ۴۹، ۸۱، ۱۲۱، ۱۶۹، ۲۲۵، ۲۸۹ و ۱۴۱۶۱ اعداد مربـع مطلـوب هستند.

مثال ۲: می‌خواهیم ۱۷ عدد مربع فرد پیدا کنیم که مجموع آنها عدد مربع فردی باشد.

۱۶ عـدد مربـع فـرد بـه ترتیـب ۹، ۲۵، ۴۹، ۸۱، ۱۲۱، ۱۶۹، ۲۲۵، ۲۸۹، ۳۶۱، ۴۴۱، ۵۲۹، ۶۲۵، ۷۲۹، ۸۴۱، ۹۶۱، ۱۰۸۹ در نظر می‌گیریم. مجموع این اعداد مربـع، عـدد ۶۵۴۴ خواهـد بود. چون عدد ۶۵۴۴ مضرب زوج الفردی از ۸ است؛ پس در دو حالت الف و ب داریم:

الف:

$$\frac{6544}{4}+1=1637 \quad , \quad \frac{6544}{4}-1=1635$$

$$6544+(1635)^2=6544+2673225=2679769=(1637)^2$$

پس اعـداد ۹، ۲۵، ۴۹، ۸۱، ۱۲۱، ۱۶۹، ۲۲۵، ۲۸۹، ۳۶۱، ۴۴۱، ۵۲۹، ۶۲۵، ۷۲۹، ۸۴۱، ۹۶۱، ۱۰۸۹ و ۲۶۷۹۷۶۹ هفده عدد مربع مطلوب هستند.

ب: می‌دانیم حاصل تقسیم ۶۵۴۴ بر ۸ برابر است با ۸۱۸ که عدد زوج الفردی است؛ پس داریم:

$$\frac{818}{2}+4=413 \quad , \quad \frac{818}{2}-4=405$$

$$6544+(405)^2=6544+164025=170569=(413)^2$$

در این حالت نیز مجموع اعداد ۹، ۲۵، ۴۹، ۸۱، ۱۲۱، ۱۶۹، ۲۲۵، ۲۸۹، ۳۶۱، ۴۴۱، ۵۲۹، ۶۲۵، ۷۲۹، ۸۴۱، ۹۶۱، ۱۰۸۹ و ۱۶۴۰۲۵ عدد مربع ۱۷۰۵۶۹ را به دست خواهد داد.

(۸) مجموع تعداد زوجی از مربع‌های فرد که این تعداد مضـربی از ۴ نیسـت، نمی‌توانـد مربـع باشد.

اثبات: فرض کنیم تعداد $2p$ عدد زوج را باهم جمع کنیم. می‌دانیم حاصل جمع تعـداد زوجـی از اعداد فرد، عددی زوج است. پـس بـرای اینکـه ایـن عـدد زوج مربـع باشـد، بایـد ربـع آن عـدد صحیحی باشد. پس داریم:

$$\begin{aligned} A &= (2k'+1)^2+(2k''+1)^2+(2k'''+1)^2+\ldots \\ &= [4k'(k'+1)+4k''(k''+1)+4k'''(k'''+1)+\ldots+(2p)] \end{aligned}$$

$$\frac{1}{4}A=[k'(k'+1)+k''(k''+1)+k'''(k'''+1)+\ldots+\left(\frac{2p}{4}\right)]$$

پس اگر $2p$ مضربی از ۴ نباشد، ربع مجموع عدد صحیحی نیست؛ پس مجموع نمی‌تواند عدد مربع زوجی باشد.

(۹) اگر تعداد زوجی مربع فرد را که این تعداد زوج مضربی از ۴ است، با یکدیگر جمـع کنـیم، حاصل ممکن است مربع باشد.

طبق قضیهٔ فوق، اگر تعداد $2p=4q$ عدد مربع فرد را باهم جمع کنـیم، حاصـل ممکـن اسـت

عدد مربع زوجی باشد و طریق به دست آوردن این مجموع به این شرح است:

تعداد $4q-1$ عدد مربع فرد را در نظر می‌گیریم. اگر مجموع این اعداد مربع را S در نظر بگیریم، داریم:

$$S+\left(\frac{S-1}{2}\right)^2=\left(\frac{S+1}{2}\right)^2$$

پس عدد مربع آخر $\left(\frac{S-1}{2}\right)^2$ خواهد بود که اگر با مجموع مربع‌های قبلی یعنی S جمع شود، عدد مربع $\left(\frac{S+1}{2}\right)^2$ را به دست خواهد داد.

مثال ۱: سه عدد مربع ۹، ۲۵ و ۴۹ را باهم جمع می‌کنیم. حاصل ۸۳ خواهد بود. حال برای پیدا کردن عدد مربع چهارم که حاصل مجموع نیز عدد مربعی باشد داریم:

$$\frac{83-1}{2}=41$$

$$83+41^2=83+1681=1764=43^2$$

پس اعداد ۹، ۲۵، ۴۹ و ۱۶۸۱ اعداد مطلوب هستند که مجموع آنها عدد مربع ۱۷۶۴ را به دست خواهد داد.

مثال ۲: می‌خواهیم ۸ عدد مربع فرد پیدا کنیم که مجموع آن‌ها نیز عدد مربعی باشد.

۷ عدد مربع دلخواه مثل ۹، ۲۵، ۴۹، ۸۱، ۱۲۱، ۱۶۹، ۲۲۵ را در نظر می‌گیریم. مثل مثال قبل داریم:

$$9+25+49+81+121+169+225=679$$

$$\frac{679-1}{2}=339 \quad , \quad \frac{679+1}{2}=340$$

$$679+339^2=679+114921=115600=340^2$$

پس اعداد مربع ۹، ۲۵، ۴۹، ۸۱، ۱۲۱، ۱۶۹، ۲۲۵ و ۱۱۴۹۲۱ اعداد مطلوب هستند که مجموع آن‌ها عدد مربع ۱۱۵۶۰۰ را به دست می‌دهد.

(۱۰) اگر عدد مربعی را در مجموع این اعداد مربع ضرب کنیم، حاصل باز عددی مربع است.

مثال۱: اگر ۹ را در عدد مربع ۱۵۱۲۹ ضرب کنیم، حاصل عددی مربع است و اگر این عدد مربع جدید را در ۲۵ ضرب کنیم، گویی ۲۵ در ۹ عدد مربع ۱۵۱۲۹ ضرب شده و حاصل‌ضرب ۲۵ در مجموع این ۹ عدد مربع، دوباره عددی مربع است.

مثال ۲: با توجه به مثال ۲ بخش (۹)، اگر ۹ را در ۱۱۵۶۰۰ ضرب کنیم، حاصل عدد مربع

زوجی است که برابر است با مجموع هشت عدد مربع که هر یک در ۹ ضرب شده‌اند.

(۱۱) اگر مجموع مربع‌های فرد را در عدد مربع زوجی ضرب کنیم، این عدد مربع به هر توان زوجی از ۲، مربع باشد، این اعداد مربع فرد و مجموع مربع‌ها نیز به همان توانی از ۲، عدد مربع زوج خواهند بود.

مثال ۱: اگر ۴ یا ۳۶ و یا ۱۰۰ را که هر کدام مضربی از ۴ هستند، در مربع‌های فردی که مجموعشان عدد مربع زوجی را به دست می‌دهد، ضرب کنیم، هر یک از این مربع‌های فرد و نیز مجموع آن‌ها عدد مربع زوجی با مضرب ۴ خواهند بود.

مثال ۲: اگر ۱۶ یا ۱۴۴ و یا ۴۰۰ را که هر کدام مضربی از ۱۶ هستند، در مربع‌های فردی که مجموعشان عدد مربع زوجی را به دست می‌دهد، ضرب کنیم، هر یک از این مربع‌های فرد و نیز مجموع آن‌ها عدد مربع زوجی با مضرب ۱۶ خواهند بود.

(۱۲) حکم (۱۱) در مورد مربع‌های زوج و مجموع آن‌ها نیز صادق است.

در بندهای (۸) و (۹) در مورد مجموع تعداد زوجی از مربع‌های فرد گفته شد که مجموع تنها تعداد $4n$ عدد مربع فرد ممکن است عدد مربعی را به دست دهد. این قاعده در مورد مجموع اعداد مربع زوج نیز صادق است.

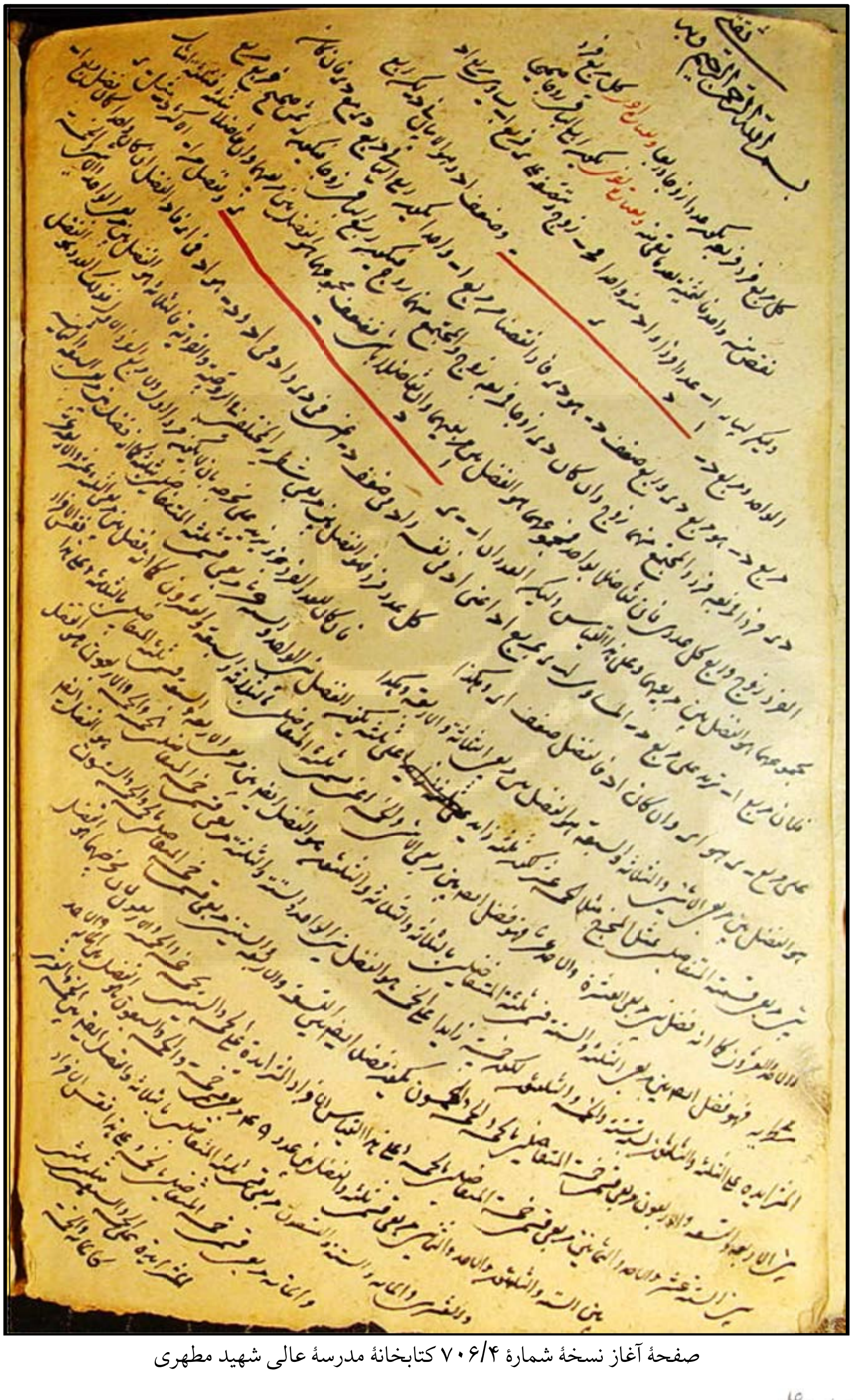
$$9+25+49+81+121+169+225=679$$

$$\frac{679-1}{2}=339 \quad , \quad \frac{679+1}{2}=340$$

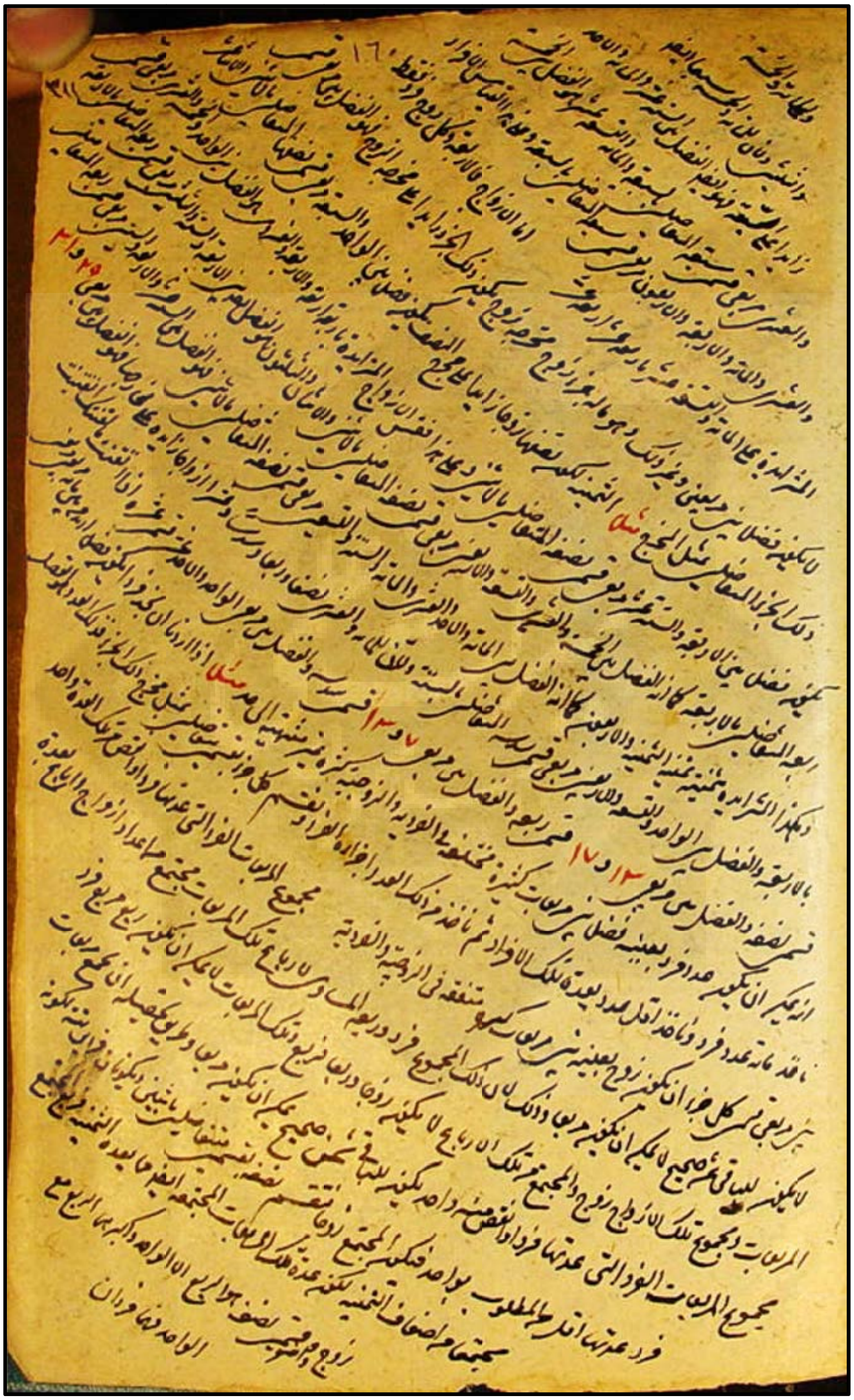
$$679+339^2=679+114921=115600=340^2$$

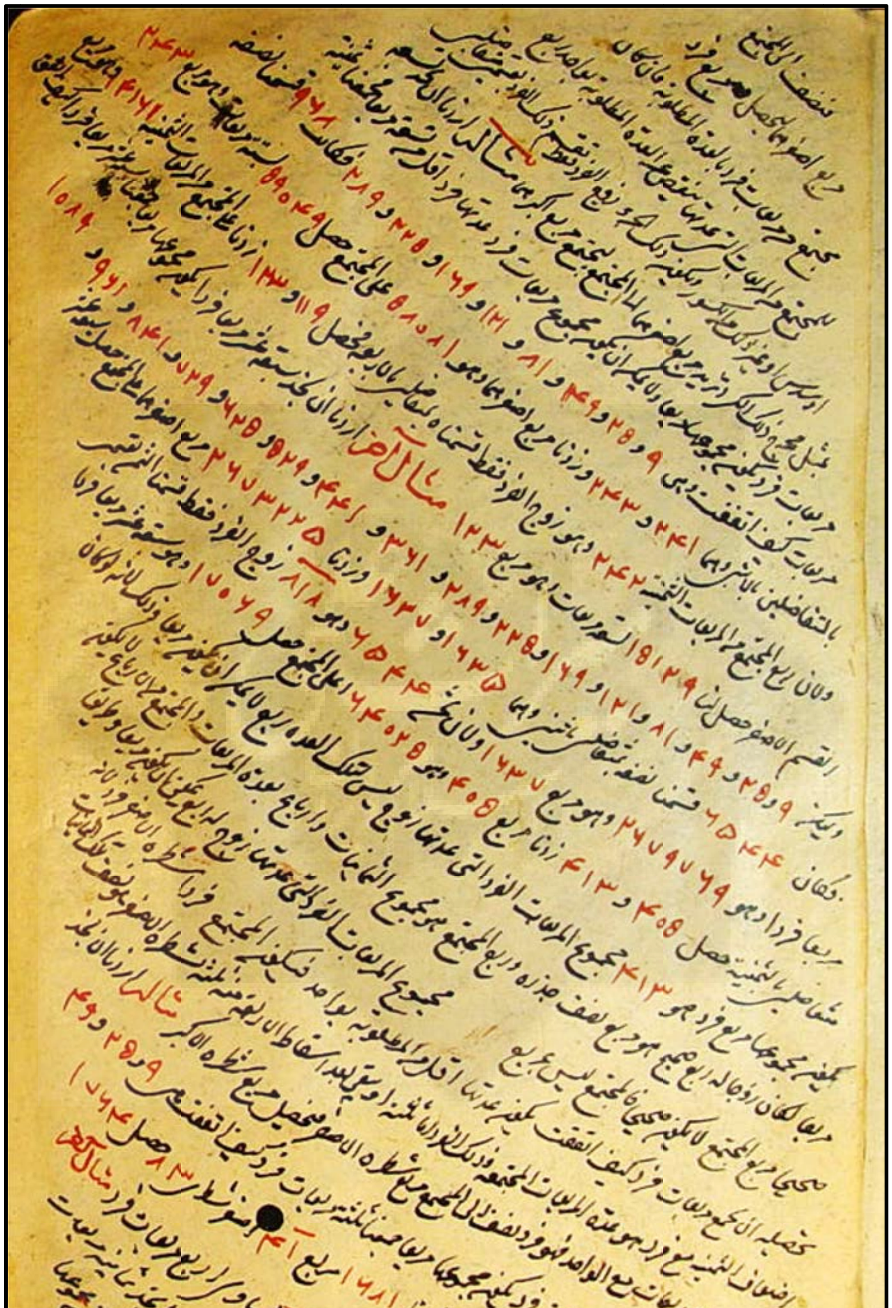
منابع

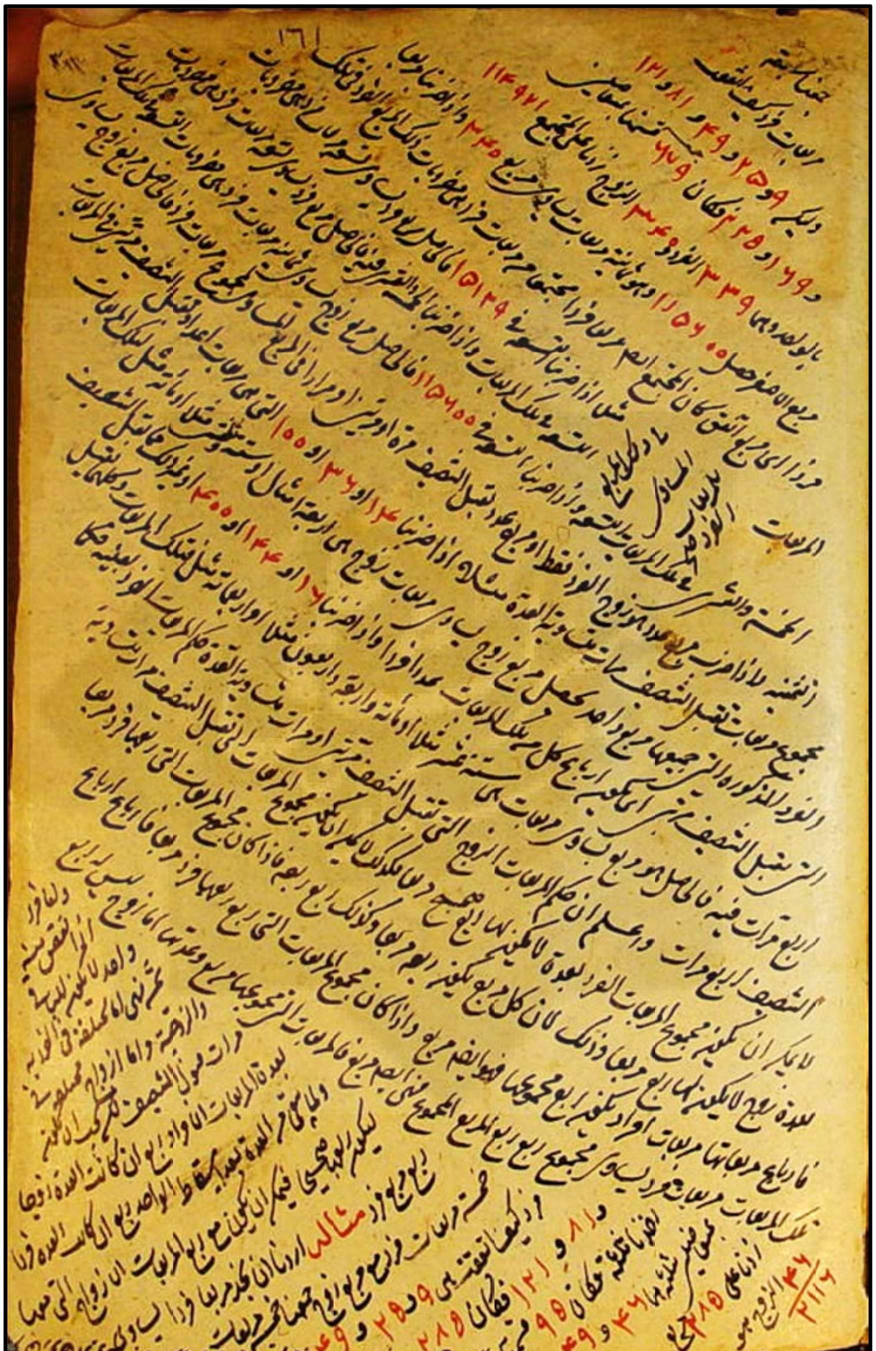
- پورنجف، زهرا. (پاییز و زمستان ۱۳۹۳). تعلیقهٔ محمد کاظم بن رضا طبری بر شرح محمد باقر یزدی بر مقالهٔ دهم اصول اقلیدس. تاریخ علم، دورهٔ ۱۲ (شمارهٔ ۲)، صص ۱۴۱-۱۶۲.
- دانش‌پژوه، محمد تقی- منزوی، علینقی. (۱۳۱۵). فهرست کتابخانهٔ سپهسالار، ج ۵، تهران: چاپخانهٔ دانشگاه تهران.
- قربانی، ابوالقاسم. (۱۳۷۵). زندگینامهٔ ریاضیدانان دورهٔ اسلامی. تهران: مرکز نشر دانشگاهی، چاپ دوم.
- یزدی، محمد باقر. (۱۰۴۷ ه.ق). مجموع المربعات. نسخهٔ شمارهٔ ۷۰۶/۴ مدرسهٔ عالی شهید مطهری.

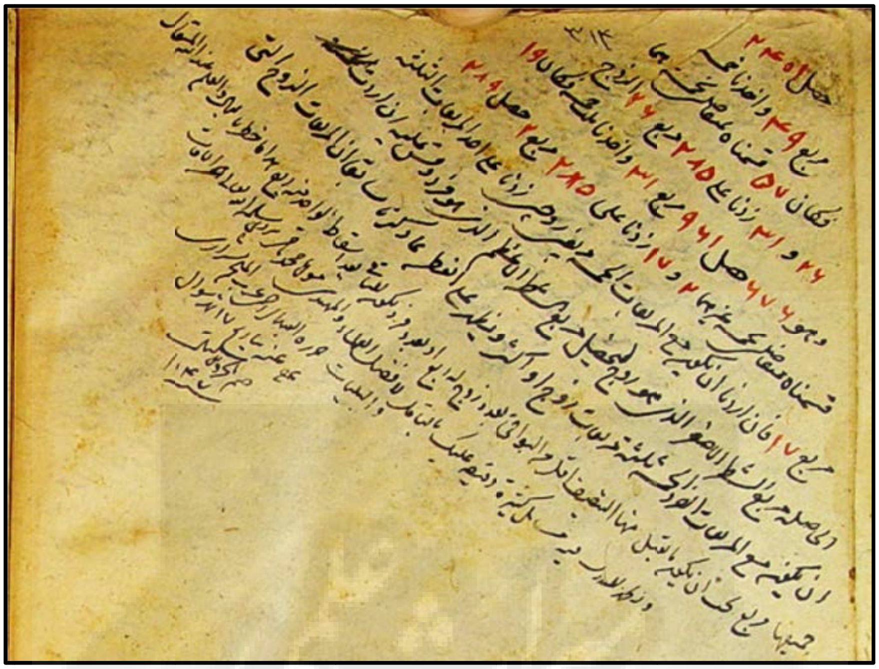


صفحهٔ آغاز نسخهٔ شمارهٔ ۷۰۶/۴ کتابخانهٔ مدرسهٔ عالی شهید مطهری









صفحهٔ پایان نسخهٔ شمارهٔ ۷۰۶/۴ کتابخانهٔ مدرسهٔ عالی شهید مطهری

طبقات اخترشناسان

علی بن احمد نسوی استاد مختص - مهر خدا بر او باد - می‌گوید: اخترشناسان چهار دسته‌اند؛

نخست [آنان که] انواع تقویم‌ها را می‌شناسند و طرز کار با اسطرلاب را می‌دانند.

دوم طالع‌بین‌ها که علاوه بر این که مقدمات اخترشناسی را می‌دانند از سرشت ستاره‌ها و برج‌ها، مزاج‌هایشان و احکام مربوط به آن‌ها آگاهند.

سوم [آنان که] محاسبات مربوط به اخترشناسی و طرز کار با زیج‌ها را می‌شناسند و تقویم می‌نویسند.

و چهارم دانشمندانِ [علم] هیئت هستند که برهان‌های هندسی مربوط به محاسبات در نجوم را بر اساس مجسطی می‌دانند. کسی که اینگونه باشد محققاً ستاره‌شناس کاملی است.

بیشتر مردم دورهٔ ما اخترشناسان را محدود به همان دو گروه نخست می‌دانند؛ برخی گروه سوم را نیز به حساب می‌آورند؛ اما به فراتر از آن توجهی ندارند.

برگرفته از شرح نسوی بر زیج جامع کوشیار گیلانی (ترجمهٔ مریم زمانی)