مقالید علم الهیئة بیرونی[۱]

ای. اس. کِنِدی
ترجمۀ محمدمهدی صدرفراتی[۲]

ابوریحان بیرونی، یکی از دانشمندان و متفکران بزرگ آسیای مرکزی در قرون میانه، در سن شصت و شش سالگی فهرستی از کتاب‌هایی که تا آن زمان نوشته بود تهیه کرد. این کتاب‌شناسی تا به امروز به جای مانده، و منتشر و مطالعه شده‌است.[۳] تاکنون چنین پنداشته می‌شد که هفتمین مورد از این فهرست، همراه با چهارپنجم دیگر از مجموع بیش از صد و چهل اثر بیرونی مفقود شده است.

اما چند ماه قبل آقای کلاوس یِنسِن[۴] عضو پژوهشکدۀ ریاضی دانشگاه آرهوس[۵] در دانمارک متوجه شد آخرین رساله از نسخۀ شمارۀ ۵۹۷ در مجموعۀ مسجد سپهسالار تهران، منسوب به ابوریحان بیرونی است و معلوم شد که نسخه‌ای از همان رسالۀ گمشده است. هدف این مقاله شرح محتوای این رساله و عرضۀ دلایلی بر اهمیت آن در تاریخ علم است.[۶]

بیست و چهار رسالۀ دیگری که در این مجموعه وجود دارد، اغلب نسخه‌هایی از تحریرهای مشهور آثار ریاضی و نجومی یونان است که نصیرالدین طوسی (۵۹۷-۶۷۲ق) فراهم آورده است. تمام اثر به خط نستعلیق نوشته شده، اما بیشتر آن بی‌نقطه است. رسالۀ بیرونی از برگ ۱۶۳ آغاز می‌شود و ۲۲ برگ است. بیرونی در فهرست آثار خود، آن را ۱۵۵ برگ معرفی می‌کند و هیچ توضیحی برای این ناهمخوانی نداریم. در نسخۀ موجود نیز هیچ شکاف مشهودی نمی‌بینیم. البته کتاب او دربارۀ وترها [إستخراج الأوتار فی الدائرة][۷] نیز به دو صورت با حجم‌های کاملاً متفاوت به

---

۱. این مقاله ترجمه‌ای است از:
E. S. Kennedy, “Al-Bīrūnī's Maqālīd ‘ilm al-hay'a”, *Journal of Near Eastern Studies* 30 (1971), no. 4, pp.308-314.

۲. دانش‌آموختۀ فلسفۀ علم از دانشگاه ملبورن و پژوهشگر پسادکترا در پژوهشکدۀ تاریخ علم دانشگاه تهران، sadrforati@ut.ac.ir

۳. ابوریحان بیرونی، فهرست کتابهای رازی و نام‌های کتابهای بیرونی، تصحیح و ترجمه و تعلیق مهدی محقق، انتشارات دانشگاه تهران، چاپ دوم، ۱۳۷۱، ص ۶۴. م

4. Claus Jensen

5. Aarhus

۶. نسخۀ دیگری از این رساله بعدها شناسایی شد. میکروفیلم این نسخه که متعلق به مجموعه‌ای شخصی است در کتابخانۀ دانشگاه لیدن (هلند) موجود است (به شمارۀ A۶۶۴). کاتب این نسخه علی‌محمد اصفهانی، ریاضیدان عهد قاجار است و آن را از روی نسخۀ سپهسالار رونویسی کرده است. م

۷. بنگرید به: تحریر استخراج الاوتار، ابوالقاسم قربانی، انجمن آثار ملی، ۱۳۵۵؛ تحقیقی در آثار ریاضی ابوریحان بیرونی، ابوالقاسم

←

دست ما رسیده که گویا خود بیرونی چنین کرده است و شاید بیرونی دربارهٔ مقالید نیز چنین کاری کرده باشد. کاتب در انجامه، اتمام کتابت را ۱۱ رمضان سال ۷۸۴ [قمری] ذکر کرده، اما تاریخ نگارش نسخهٔ اصلی نامعلوم است.

عنوان کامل کتاب چنین است: کتاب مقالید علم الهیئة ما یحدث في سطح بسیط الکرة (کتاب کلیدهای علم هیئت: آنچه بر سطح بسیط کره واقع می‌شود). این کتاب به اسپهبد جیلجیلان (گیلگیلان) فدشوارجرشاه (پتشخوارگرشاه) ابی‌العباس مرزبان بن رستم بن شروین، مولا امیرالمؤمنین تقدیم شده است. این شخص یکی از شاهزاده‌های خاندان آل باوند است که اصالت خود را به سلسهٔ ساسانیان در ایران می‌رساندند. بیرونی شجره‌نامهٔ این خاندان را در اثری متأخر عرضه می‌کند (آثار الباقیه[1]، ص ۶۳). القابی که به مرزبان نسبت داده شده نشان‌گر آن است که او بر مناطق اطراف خزر در ایران سلطه داشته است (جیلان معرب گیلان است، و پدشوارگر یا پتشخوارگر نام دیگر طبرستان است)، گرچه شاهدی مبنی بر اینکه او زمانی فرمانروای مقتدری بوده وجود ندارد، اما شاید چیزی شبیه به دربار داشته و بی‌شک حامی بیرونی بوده است. همین کمک می‌کند تاریخ نگارش مقالید را به یک بازهٔ زمانی کوتاه محدود کنیم.

از سویی می‌دانیم بیرونی احتمالاً مقالید را یک یا چند سال پس از ۳۸۴ق نگاشته است، زیرا آشوب‌های سیاسیِ آن دوره باعث شد بیرونی، که جوانی ۲۱ ساله بود، از زادگاه خود خوارزم بگریزد و سپس مدتی به دشواری در رِی بی هیچ پشتیبانی اقامت کند که در زیر به آن اشاره خواهد شد.

از سوی دیگر مقالید پیش از آثار الباقیة عن القرون الخالیة نگاشته شده است، چون در این اثر بیرونی به یکی از کتاب‌هایش اشاره می‌کند که در آن به مقالید ارجاع داده است. بیرونی همچنین در آثار الباقیة (ص ۳۱۱) از حضور نزد مرزبان می‌نویسد. بیرونی آثار الباقیه را هنگامی نوشت که در گرگان [قدیم] (جنوب شرقی دریای خزر) ساکن بود.[2] او این کتاب را به قابوس از سلسلهٔ زیاریان تقدیم کرده است. با آن که قابوس برادرزادهٔ مرزبان بود، اما زیاریان رقیب باوندیان بودند و بیرونی پیش از سال ۳۹۴ق به خوارزم برگشته بود. بنابراین باید گفت بیرونی مقالید را در دهه‌ای نوشت که از سال ۳۸۴ق آغاز می‌شود.

مقالید اساساً به مثلثات کروی می‌پردازد، پس شاید مفید باشد که در اینجا چند مرحله از

قربانی، مرکز نشر دانشگاهی، ۱۳۷۴، ص ۹۷-۹۸. م

۱. آثار الباقیه، ابوریحان بیرونی، ترجمهٔ اکبر داناسرشت، چاپ سوم، امیر کبیر، ۱۳۶۳، ص ۶۵. ارجاع‌های این مقاله که در اصل به ترجمهٔ انگلیسی بود، اینجا به ترجمهٔ فارسی برگردانده شده‌است. م

۲. ویرانه‌های گرگان قدیم اکنون نزدیک گنبد کاووس واقع است. م

تکامل این علم را مرور کنیم. حساب کروی یونان باستان، مثلث را به عنوان شکل مبنا به‌کار نمی‌برد، بلکه مبتنی بر چهار ضلعی کاملی بود که نسبت ابعاد آن در قضیه منلائوس (زنده در سال ۱۰۰م) داده شده بود. برای به دست آوردن مبنای مثلثانی مناسب، لازم بود این روابط با مجموعهٔ روابطی که تنها شامل توابع مثلثاتی اضلاع و زوایای مثلث‌ها باشد، جایگزین شود. دو نمونه از این روابط عبارتند از:

۱- قضیهٔ سینوس‌ها: در هر مثلث کروی نسبت بین سینوس‌های هر ضلع و زاویهٔ روبروی آن همواره ثابت است.

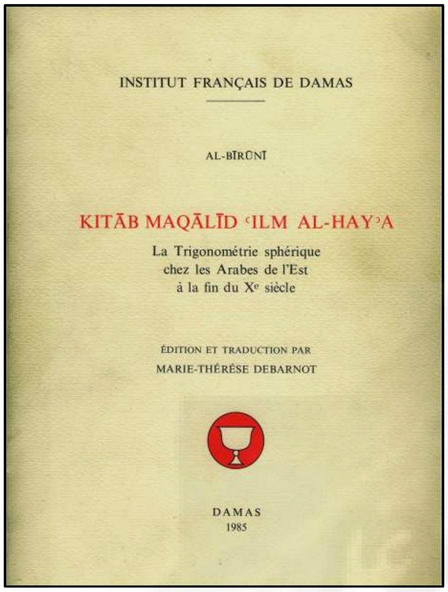
۲- در هر زوج از مثلث‌های قائمهٔ کروی که زاویهٔ حادهٔ آنها با یکدیگر برابر باشد (مثلاً A و A') داریم:

$$\frac{\tan a}{\sin b} = \frac{\tan a'}{\sin b'}$$

که در اینجا a، a'، b و b' به ترتیب اضلاع (نه وترهای) روبروی زوایای A، A'، B و B' هستند. این رابطه را «قضیهٔ تانژانت‌ها» می‌نامیم.

این دو رابطه را هم‌عصران و همکاران بیرونی یا فقط یک نسل پیش از او ابداع کرده بودند. از این رو بحث‌های فراوانی بر سر آن بود که چه کسی در کشف و نامگذاری آنها اولویت دارد. به این ترتیب، هدف و نقشهٔ بیرونی در مقالید بسیار واضح بود. او ابتدا دستاوردها و ادعاها را تا حد امکان برمی‌شمرد. سپس اثبات‌هایی را که افراد مختلف [برای این روابط] عرضه کرده بودند معرفی می‌کند و گاهی هم نظر خودش را به آنها می‌افزاید. در نهایت قضایای جدید را در مسائلِ متداول نجوم کروی اِعمال می‌کند و مدام خواننده را به آنجایی که این مسائل در مجسطی با روش‌های قدیمی حل شده بودند، ارجاع می‌دهد. بیرونی در همهٔ این فرآیند، منابعی را برمی‌گزیند و به کار می‌گیرد که اکنون در اختیار ما نیستند.

مدت‌هاست که رسالهٔ کشف القناع نصیرالدین طوسی به‌درستی به عنوان نقطهٔ عطف ظهور مثلثات شناخته می‌شود، چرا که این موضوع را در حکم شاخه‌ای از ریاضیات و مستقل از نجوم، بررسی کرده است. بازیابی رسالهٔ مقالید نیز موقعیت آن را بی‌اعتبار نمی‌کند. رسالهٔ مقالید علاوه بر ارزش‌های درونی خود، همواره منبع اصلی برای تاریخ توسعهٔ مثلثات در قرون چهارم و پنجم قمری بوده است. نصیرالدین در رسالهٔ کشف القناع به‌وضوح اشاره می‌کند که منبع اصلی او، اگر نگوییم تنها منبع مورد استفادهٔ او در آن دوره، رسالهٔ مقالید بوده است. اما مقالید نکات بسیاری دارد که در رسالهٔ طوسی نیامده است. بنابراین واضح است که انتشار تمام متن مقالید به همراه ترجمه و شرح آن به زبان‌های اروپایی می‌تواند مورد استفاده گستردهٔ



مورخان علوم دقیقه در قرون میانه قرار گیرد.[۱]

نکتهٔ بسیار جالب دیگر در همین رابطه، رساله‌ای عربی در حوزهٔ مثلثات کروی از ریاضی‌دانِ اصفهانیِ ناشناسی است که در کتابخانه‌ای در استانبول به جا مانده است. ترجمهٔ روسی این اثر را ن. گ. خیرالدینوف در سال ۱۹۶۹ در مسکو منتشر کرده است. گرچه این رساله تاریخ ندارد، اما چون پیاپی اثبات قضایا را به بیرونی نسبت می‌دهد و به هیچ فرد متأخر دیگری اشاره نمی‌کند، احتمالاً باید مربوط به دورهٔ بین بیرونی و نصیرالدین طوسی باشد. نویسنده به صراحت نامی از مقالید نمی‌آورد، اما ارتباط دقیق این رساله با مقالید جای بررسی دارد.

فهرست مطالب *مقالید*

(گ۱۶۳ر: سطرهای ۶-۲۱) **عنوان و تقدیمیه**

این رساله با عباراتی که به رسم معمول سرشار از تقدیر و احترام نسبت به حامی و پشتیبان مؤلف است، آغاز می‌شود. سپس سخن اصلی رساله، یعنی قضیهٔ سینوس‌ها که قرار است جایگزین قضیهٔ منلائوس شود، اعلام می‌شود.

(گ۱۶۳ر: ۲۲ - گ۱۶۴ر: ۱۸) **مقدمه**

تمام مسائل متداول نجوم کروی را که همگی شامل شکل‌های مربوط به دوایر عظیمهٔ روی افلاک است، برمی‌شمرد. پیشتر در مجسطی (مقالهٔ اول، فصل ۱۳) و رسالهٔ اُکَر منلائوس نشان داده شده بود که این مسائل با قضیهٔ منلائوس قابل حل هستند. نام دو نفر از کسانی که در شروح خود بر مجسطی چنین موضوعی را توضیح داده‌اند ذکر شده‌است (گ۱۶۳ر: ۲۸). یکی از آنها نیریزی (دح ۳۰۸ق) است. چون شرح نیریزی اکنون موجود نیست، گزیده‌هایی که از آن در مقالید آمده (گ۱۶۸پ: ۸ - گ۱۶۹ر: ۴) بسیار جالب توجهند. شخص دیگر ابوجعفر خازن (د. ح ۳۵۴ق)

۱. تصحیح متن عربی به همراه ترجمه و توضیحات فرانسوی این اثر در سال ۱۹۸۵ میلادی به کوشش خانم ماری ترز دبارنو (Marie-Thérès Debarnot) در دمشق منتشر شد. م

است که شرح او بر مجسطی و اثر دیگرش، زیج صفایح، به جا نمانده و در ادامه باز به اثر اخیر اشاره شده‌است (گ۱۶۹ر: ۳). اما دو کتاب از ثابت بن قره (۲۲۱-۲۸۸ق) که بیرونی در همین رابطه به آنها اشاره می‌کند اکنون موجود است؛ یکی از این دو کتاب (دربارهٔ شکل قطّاع) با ترجمه‌های آلمانی و لاتینی، و دیگری (دربارهٔ نسبت‌های مؤلفه) اخیرا با ترجمهٔ روسی منتشر شده‌است.

نام سه تن دیگر نیز که در مثلثات کروی فعالیت کرده‌اند ذکر شده است (گ۱۶۳پ: ۳). یکی از آنها شخصی به نام ابن بغدادی است که تاکنون برای ما ناشناخته مانده است؛ دومی سلیمان بن عصمت [سمرقندی] است که گرچه در آثار بیرونی بسیار از او یاد شده اما تقریباً در هیچ جای دیگر نامی از او نیست. به عنوان مثال در تحدید نهایات الاماکن (ترجمهٔ احمد آرام، ۱۳۵۲، ص ۷۱) بیرونی دربارهٔ رصدهایی سخن می‌گوید که او در سال۲۷۵ق در بلخ انجام داده است. سومین شخص ابوسعید سجزی (ح۳۳۸-۴۱۶ق) است که در اینجا با نام عبدالملک ذکر می‌شود. احتمالاً بیرونی در اینجا دچار اشتباه شده، چرا که چند خط پایین‌تر (گ۱۶۳پ: ۱۵) همانند منابع دیگر، از او با نام عبدالجلیل یاد می‌کند و گردآوری چندین شیوهٔ متفاوت برای جهت‌یابی قبلهٔ مسلمانان را به سجزی نسبت می‌دهد.

ارتباط بین چهار دانشمند دیگر هم با جزئیات قابل توجهی بررسی شده‌است:

۱- ابونصر منصور [عراق] (۳۵۴-۴۱۶ق) که کهن‌ترین نسخه از کتاب اُکر منلائوس را نگاشته و مؤلف چندین کتاب ریاضی و نجومی دیگر است. دو نمونه از این کتاب‌ها عبارتند از کتاب تهذیب التعالیم و کتاب السموت که هیچ کدام اکنون موجود نیستند، ولی عباراتی از آنها در مقالید نقل شده است. مطابق گفتهٔ بیرونی کتاب دوم در پاسخ به درخواست‌ها برای اثبات و توضیح قضیهٔ منلائوس نگاشته شده است.

۲- ابوالوفا بوزجانی (۳۲۸-۳۸۸ق) دانشمند توانایی بود که دربارهٔ کتاب السموت نامه‌ای به بیرونی نوشت و آن را به این دلیل که تنها «مسیر گذشتگان را طی کرده» نقد کرد، در حالی که خودش، یعنی ابوالوفا، روش‌های بهتر و دقیق‌تری به کار برده است. ابوالوفا برای تأیید ادعای خود هفت مقاله از کتابی را که در حال نوشتنش بود برای او فرستاد. او نام کتابش را مجسطی گذاشته بود (احتمالاً به این معنی که جایگزین مجسطی بطلمیوس شود). تنهابخش‌هایی از کتاب مجسطیِ ابوالوفا امروز به جا مانده، و در همین بخش‌ها اثبات قضیهٔ سینوس‌ها آمده است. نسخهٔ خطی پاریس نیز دقیقاً مشتمل بر همان هفت مقالهٔ اول است که نشان می‌دهد احتمالاً ابوالوفا هرگز نتوانست بیشتر از این چیزی بنویسد.

۳- ابومحمود خجندی (دح ۳۹۰ق) پس از برهه‌ای که در بالا اشاره شد، در شهرِ رِی با

بیرونی ملاقات کرد. خجندی کتابی را که دربارهٔ رصد ثوابت نوشته بـود بـه بیرونـی نشـان داد. در آن کتاب اثبات قضیهٔ سینوس‌ها نیز آمده بود.

۴- کوشیار بن لبّان [گیلانی] (ح ۳۵۰-اوایل قرن ۵هــ) نیـز اثبـاتی بـرای قضـیهٔ سـینوس‌هـا عرضه کرد که شباهت بسیاری با روش خجندی داشت.

بیرونی مقدمهٔ مقالید را با ارزیابی دسـتاوردها و ادعاهـای مناقشـه‌برانگیز ایـن چهـار نفـر پایـان می‌دهد. او ابونصر را از هرگونه سـرقت علمـی مبـرّا (گ۱۶۴ر:۳) و از او بـه بزرگـی یـاد مـی‌کنـد. قضاوت او دربارهٔ ابوالوفا این است که فخرفروشـانه (گ۱۶۴ر:۱۱) روش‌هـایی را بـه خـود منسـوب کرده که پیش‌تر از او وجود داشته است؛ به خصوص، روش محاسبهٔ قبلهٔ او پیش‌تر به صـورت کلـی در زیج حبش حاسب (ح ۱۱۵–ح ۲۱۵ق) آمده بود. بیرونی همچنین معتقـد اسـت بـرای قضـاوت دربارهٔ خجندی و ادعای او (گ۱۶۴ر:۱۴) که خود را نسبت به ابوالوفا مقدم می‌داند، شـواهد کـافی در دست نیست. کوشیار نیز واقعاً درگیر این مناقشه نیست، چرا که او در حضـور خجنـدی پذیرفتـه (گ۱۶۴ر:۱۶) که نقش او صرفاً اصلاح برخی نتایج دیگران بوده است.

(گ۱۶۴ر:۱۸ – گ۱۶۹ر:۲۴) **قضایایی از منابع مختلف**

(گ۱۶۴ر:۱۸). یک لِم از کتاب تذهیبِ ابونصر:

از نقطه‌ای واقع بر یکی از دو صفحهٔ متقاطع دو خط خارج می‌شوند که یکی عمـود بـر صـفحه دیگر و دیگری عمود بر خطِ تقاطعِ دو صفحه است. آنگاه خطی که پای این دو عمود را بـه یکـدیگر متصل می‌کند، خودش نیز بر خط تقاطع عمود است.

همین لِم در رسالهٔ کشف القناع طوسی نیز آمده و بدون اشاره به نام رسالهٔ تـذهیب، بـه ابونصـر منسوب شده است. اثباتی که در رسالهٔ طوسی آمده، نقل قول مستقیم از مقالید نیست.

(گ۱۶۴پ:۳) اثباتی دیگر برای همان لِم ذکر شده که گویا از خودِ بیرونی است. این اثبـات نیـز در رسالهٔ طوسی آمده است.

(گ۱۶۴پ:۱۱) لمی که ابوالوفا در مجسطیِ خود اثبات کرده است: در یـک دایـره اگـر قطـری یـک کمان و وترش را قطع کند، نسبت پاره‌خط‌هـای ایجـاد شـده بـر روی وتـر بـا نسـبت سـینوس‌هـای کمان‌های متناظر برابر است. اثباتی معادل آن در مجسطی موجود است (فصل ۱۳ مقالهٔ اول).

(گ۱۶۴پ:۲۱) اثبـاتی از قضـیهٔ سـینوس‌هـا کـه از طریـق نامـه‌ای از ابونصـر بـه دسـت بیرونـی رسیده‌است.

(گ۱۶۵ر:۲۵ – گ۱۶۵پ:۱۶) اثبات دیگری از ابونصر.

(گ۱۶۵پ:۱۷) اثباتی از قضیهٔ سینوس‌ها از ابوالوفا در مجسطی‌اش.

(گ۱۶۵پ:۲۸) اثباتی دیگر از قضیهٔ سینوس‌ها که بازهم در مجسطیِ ابوالوفا آمده است.

(گ۱۶۶ر:۸) بحثی دربارهٔ توابع تانژانت و کتانژانت (توابع ظِلّ).
(گ۱۶۶پ:۱۰) اثباتِ قضیهٔ تانژانت‌های ابوالوفا.
(گ۱۶۶پ:۲۴) شرح اثبات اول از دو اثباتِ ابونصر برای قضیهٔ سینوس‌ها که در السموت آمده است. این اثبات شبیه اثبات اول ابوالوفا است که در فصل دوم در پایان اثباتِ عملیات قبله‌یابی در زیج نیریزی آمده است.
(گ۱۶۷ر:۶) اثبات دوم ابونصر در السموت که شامل بحثی دربارهٔ چند نکته از سوی ابونصر و ابوالوفا است.
(گ۱۶۷پ:۶) اثبات خجندی برای قضیهٔ سینوس‌ها که آن را «قانون الهیئة» می‌نامد.
(گ۱۶۸ر:۴) اثبات قضیهٔ سینوس‌ها به روشی کوتاه‌تر توسط کوشیار که اصل آن اثبات را به خجندی نسبت می‌دهد. بیرونی بعد از این اثبات بحثی دارد که در خلال آن به یکی از اشتباهات کوشیار در زمینهٔ تابع تانژانت اشاره می‌کند.
(گ۱۶۸پ:۸) اثباتی از نیریزی و [ابوجعفر] خازن که هر کدام در شرح خود بر مجسطی در ذیل محاسبهٔ میل نگاشته‌اند و این اثبات از اثباتِ خجندی بهتر است.
(گ۱۶۸پ:۲۰) قضیه‌ای از نیریزی، در شرح خود بر مجسطی، که به قضیهٔ سینوس‌ها منجر می‌شود. پس از آن نکاتی دربارهٔ عملکرد [ابوجعفر] خازن در ارتباط با آن، که در زیج صفایح نیز آمده است.
(گ۱۶۹ر:۵) اثبات قضیهٔ سینوس‌ها از خود بیرونی.

(گ۱۶۹ر:۲۵ – گ۱۷۰پ:۱۱) **دسته‌بندی مثلث‌های کروی بر اساس اندازهٔ زاویه**

ده ترکیب ممکن از زوایای حاده، قائمه و منفرجه جدول‌بندی و بررسی شده است.

(گ۱۷۰پ:۱۲ – گ۱۷۳ر:۲۷) **حل مثلث کروی**[1]

طرح کلی چنین است که هر سه ضلع مثلث را امتداد می‌دهیم تا با دو دایرهٔ عظیمه که دو رأس مثلث قطب‌های آنهاست برخورد کنند. سپس قضایایی که در بخش‌های پیشین مقالید اثبات شده بود به کار می‌رود.

(گ۱۷۳ر:۲۹ – گ۱۸۴ر:۲۹) **کاربردهای قضیهٔ سینوس‌ها**

(گ۱۷۳پ:۲) تعیین میلِ یک نقطهٔ داده شده بر روی دایرةالبروج (بیرونی به فصل ۱۳ مقالهٔ اول مجسطی ارجاع می‌دهد که در واقع فصل ۱۴ است.[2])

۱. حل مثلث کروی عبارت است از معلوم داشتن سه، چهار یا پنج داده از یک مثلث کروی برای به دست آوردن مجهولات باقی‌ماندهٔ مثلث که عبارتند از اندازهٔ زوایا و اضلاع آن مثلث. م
۲. اینجا منظور مجسطی بطلمیوس است. م

(گ۱۷۳پ:۱۱) تعیین عرضِ نقطه‌ای از دایرةالبروج که عبارت است از اندازهٔ کمانی از یک دایرهٔ عظیمه که بر دایرةالبروج عمود است و بین همان نقطه تا استوای سماوی قرار دارد (در دیگر آثار قرون میانهٔ اسلامی این فاصله اغلب با عنوان «میل ثانی» شناخته می‌شود).

(گ۱۷۳پ:۱۹) تعیین بُعد یک نقطه از دایرةالبروج (ارجاع به فصل ۱۲ از مقالهٔ اول مجسطی که در واقع باید فصل ۱۳ باشد).

(گ۱۷۳پ:۲۷) تعیین سعت مشرق نقطه‌ای روی دایرةالبروج که عبارت است از فاصلهٔ افقی نقطهٔ شرق تا آن نقطه بر دایرةالبروج در لحظهٔ طلوع آن (ارجاع به مجسطی، مقالهٔ دوم، فصل ۲).

(گ۱۷۴ر:۷) تعیین تعدیل نهار (ارجاع به فصل ۷ از مقالهٔ اول مجسطی که در واقع باید فصل ۹ باشد).

(گ۱۷۴ر:۱۶) تعیین مطالع مایل

(گ۱۷۴ر:۲۵) رابطهٔ بین عرض جغرافیایی، سعت مشرق، و تعدیل نهار (ارجاع به مجسطی، مقالهٔ دوم، فصل ۳).

(گ۱۷۴پ:۴) تعیین میل یک ستاره. بیرونی گوشزد می‌کند که برخی از پارسیان و هندیان (به اشتباه) عرض سماوی را به میل اضافه می‌کنند (ارجاع به مجسطی، مقالهٔ هشتم، فصل ۵).

(گ۱۷۵ر:۶) روش دیگری برای حل مسئلهٔ بالا.

(گ۱۷۵ر:۱۳) تعیین درجه‌ای از دایرةالبروج که همزمان با یک ستاره به بیشترین ارتفاع خود می‌رسد.

(گ۱۷۵ر:۲۲) روش دیگری برای حل این مسئله (ارجاع به مجسطی، مقالهٔ هشتم، فصل ۵).

(گ۱۷۵پ:۱) تعیین درجه‌ای از دایرةالبروج که با یک ستارهٔ مشخص همزمان طلوع (یا غروب) می‌کند (ارجاع به مجسطی، مقالهٔ هشتم، فصل ۵).

(گ۱۷۶ر:۶) تعیین زمانی که طول می‌کشد یک ستارهٔ مشخص طلوع کند تا وقتی که به یک ارتفاع مشخص برسد.

(گ۱۷۷ر:۴) تعیین زاویهٔ ساعتی آن گونه که در زیج‌ها به کار می‌رود.

(گ۱۷۷پ:۳) روشی دیگر.

(گ۱۷۷پ:۱۱) تعیین طالع (ارجاع به مجسطی، مقالهٔ دوم، فصل ۹).

(گ۱۷۷پ:۱۹) تعیین زاویهٔ ساعتی با رصد ستاره‌ای که هیچ‌گاه غروب نمی‌کند.

(گ۱۷۸ر:۴) تعیین زاویهٔ بین دایرةالبروج و افق.

(گ۱۷۸ر:۱۹) تعیین زاویهٔ بین دایرةالبروج و نصف‌النهار (ارجاع به فصول ۱۰ و ۱۱ از مقالهٔ دوم مجسطی)

(گ۱۷۸پ:۵) تعیین زاویهٔ بین دایرةالبروج و دایرهٔ ارتفاع (ارجاع به فصل ۱۲ از مقالهٔ دوم مجسطی).

(گ۱۷۸پ:۱۷) تعیین درجهٔ طالع با استفاده از درجهٔ وسط‌السماء.

(گ۱۷۹ر:۷) تعیین سمت یک ستاره.

(گ۱۷۹پ:۶) تعیین مطالع (مایل؟) پای دایرهٔ ارتفاع یک ستاره.

(گ۱۷۹پ:۲۷) تعیین سمت قبله.

(گ۱۸۰ر:۱۹) تعیین فاصلهٔ دو مکان روی دایرهٔ عظیمه با طول و عرض جغرافیایی معلوم.

(گ۱۸۰پ:۳) تعیین کمان روشنایی روز برای رؤیت‌پذیری هلالِ ماه و سیارات (ارجاع به فصول ۶ و ۷ از مقاله دوم مجسطی).

(گ۱۸۰پ:۱۹) اثبات قاعده‌ای به نقل از زیج حبش حاسب.

(گ۱۸۱ر:۱۲) تعیین مطارح شعاعات با استفاده از نظریهٔ خودِ بیرونی. بیرونی این موضوع را در کتاب دیگری با عنوان تجرید الشعاعات نیز مطرح کرده است.

(گ۱۸۱پ:۱۳) پیش‌بینی مطارح شعاعات بر اساس روش بتّانی (د ۳۱۷ق) و روش [عبدالرحمان] صوفی (۲۹۰-۳۷۶ق). بیرونی در این بخش به کتابی از صوفی با عنوان فی مطرح الشعاعات اشاره می‌کند که بخشی از آن به جا مانده است.

(گ۱۸۱پ:۲۴) تعیین تسییر.

(گ۱۸۲ر:۱۰) روشی دیگر برای تعیین تسییر.

(گ۱۸۲پ:۱۱) استفاده از روشی مشهور برای عملیات تسویهٔ بیوت[۱].

(گ۱۸۲پ:۲۸) عملیات بالا به روش حبش حاسب.

(گ۱۸۳ر:۱۹) همان عملیات بر اساس روش بیرونی.

(گ۱۸۴ر:۵) تعیین خط نصف‌النهار محلی با استفاده از دایرهٔ هندی.

(گ۱۸۴ر:۲۹ - گ۱۸۴پ:۷) نتیجه‌گیری و جمع‌بندی

۱. برای توضیح مفاهیم «تسییر» و «تسویهٔ بیوت» بنگرید به مقالهٔ «مفاهیم بیت، شعاع و تسییر در احکام نجوم دورهٔ اسلامی» در نشریهٔ میراث علمی، شمارهٔ ۱۹ و ۲۰، سال ۱۴۰۰، ص ۱۶۱-۱۶۵. م