مقاله

بررسی گزیده‌ای از پژوهش‌های منتشر شده در تاریخ ریاضیات دورهٔ اسلامی و علوم وابسته به آن از ۱۹۸۵ تا ۱۹۹۵ میلادی

جان لنارت برگرن
ترجمهٔ حمید بهلول[۱]

این مقاله به بررسی آثاری می‌پردازد که در طول دههٔ ۱۹۸۵- ۱۹۹۵ میلادی، عمدتاً در کشورهای اروپای غربی و آمریکای شمالی در حوزهٔ تاریخ علوم ریاضی دورهٔ اسلامی- از آسیای میانه تا اندلس- منتشر شده‌اند. مباحث محوری بررسی‌شده علاوه بر شاخه‌های متعارف ریاضیات، شامل جغرافیای ریاضی، نجوم و نورشناسی نیز می‌شود. همچنین نمونه‌هایی از مباحث کنونی در باب تفسیر آثار مهم گزارش شده و سپس بخشی از تحقیقات ناظر به ارتباط ریاضیات و جامعه در دورهٔ اسلامی مرور شده‌اند.

کلید واژه‌ها: ریاضیات دورهٔ اسلامی؛ جبر دورهٔ اسلامی؛ هندسهٔ دورهٔ اسلامی؛ نجوم دورهٔ اسلامی؛ نورشناسی دورهٔ اسلامی؛ اقلیدس؛ علم و جامعهٔ اسلامی.

ده سال پیش، در مقالهٔ «پژوهش‌های انجام شده در تاریخ ریاضیات دورهٔ اسلامی تا سال ۱۹۸۵م»[۲] به بررسی تحقیقات معاصر در تاریخ علوم ریاضی دورهٔ اسلامی پرداختیم. این علوم، دربرگیرندهٔ خود ریاضیات و علومی چون نجوم، تنجیم، نقشه‌نگاری، نورشناسی و موسیقی است که در آن‌ها ریاضیات نقشی محوری دارد. از آن زمان تاکنون، آثار متعددی در حوزه‌های یادشده طبع شده است؛ از همین رو، بررسی یافته‌های دههٔ گذشته دربارهٔ دستاوردهای علوم ریاضی دورهٔ اسلامی دیگر بار ضروری به نظر می‌رسد.[۳]

---

۱. دانشجوی دکتری تاریخ علم، پژوهشگاه علوم انسانی و مطالعات فرهنگی، h_bohlul@yahoo.com

2. J. Lennart Berggren, History of Mathematics in the Islamic World: The Present State of the Art, *Middle East Studies Association Bulletin* **19** (1985), pp. 9–33.
ترجمهٔ فارسی این مقاله در شمارهٔ پیشین (شمارهٔ ۴) میراث علمی (پاییز و زمستان ۱۳۹۲، ص ۵-۳۶) عرضه شده است. ضمناً شماره‌های درون [] در مقالهٔ حاضر مربوط به منابعی است که مشخصات آنها در پایان مقاله آمده است.

۳. مؤلف در پی همهٔ مقالاتی بوده است که طی سال‌های ۱۹۸۵ تا ۱۹۹۵ منتشر شده‌اند و در بررسی پیشین از آن‌ها یاد نشده است و در

←

در آغاز ذکر دو نکته بایسته است: **اول** آن که این مقاله به بررسی آثار منتشرشـده [بـه زبان‌هـای اروپای غربی] در کشورهای اروپایی و آمریکای شمالی اختصاص دارد و به‌ویژه آثاری را کـه تمامـاً به زبان عربی‌اند یا در اتحاد شوروی سابق که سـنتی دیرپـا در ایـن دسـت پژوهش‌هـا دارد، منتشـر شده‌اند، بررسی نکرده است. وانگهی، با آن که مؤلف قصد داشته است از بیشتر مقالات فعالان این حوزه یاد کند، از قلم افتادن برخی تحقیقات مهم اجتناب‌ناپذیر است. نویسنده از چنین تقصیرهایی پوزش می‌طلبد.

دوم: اگرچه در مواردی به آثاری انتقاداتی وارد شده، اما این امر به آن معنا نیست که آثار دیگـر، حقایق پذیرفته‌شده و یقینی فرض شده‌اند یا باید چنین فرض شوند. همهٔ یافتـه‌ها در چنـین حـوزه‌ای کمابیش ناپایدار و موقت هستند، زیرا حجم مطالب مطالعه نشده بسیار فراتر از مطالب بررسی شده است و ذکر برخی نقدها تنها به خاطر اهمیت مسائل مطرح شده در آن‌هاست.

تعبیر «علوم ریاضی» بر آن تأکید دارد که دانشمندان دورهٔ اسلامی روی موضوعات متنوعی کـار می‌کردند و تمرکز صرف بر آنچه امروز ریاضیات خوانده می‌شود، موجب نادیده انگاشـتن عرصـه‌ها و موضوعاتی می‌شود که دانشمندان دورهٔ اسلامی خلاقیت و توانایی خود را در آنها به خـوبی نشـان داده‌اند و حتی بسیاری از آن عرصه‌ها را هدف نهایی همهٔ علوم می‌دانستند. شـاید از همـین روسـت که محمد بن موسی خوارزمی، یکی از قدیمی‌ترین و شـاید نامـدارترین دانشـمندان دورهٔ اسـلامی، نه‌تنها در حساب و جبر، بلکه در نجوم و جغرافیا نیز فعالیت‌های قابل توجهی داشته است. بی‌شـک بی‌اعتنایی به این نکات، سبب تضعیف تاریخ ریاضیات می‌شود.[۱]

خوارزمی و دوران او

نقش رسالهٔ خوارزمی در معرفی حساب هندی به غرب لاتینی در قرن دوازدهم بسیار مشـهور اسـت و چنین به نظر می‌رسید که آندره آلارد [۱۷۱] با بررسی چهار متن اصـلی لاتینـی مـرتبط بـا رسـالهٔ خوارزمی، تا حد ممکن سبب روشن شدن این موضوع شده باشد. از این رو کشف منسو فـولکرتس که نسخهٔ خطی جدیدی از رسالهٔ حساب هندی خوارزمی در نیویورک یافته مهم است. ایـن نسـخهٔ نویافته، هم از نسخهٔ پیش‌یافتهٔ کمبریج که ترجمهٔ انگلیسی آن اخیراً در مجلهٔ تاریخ ریاضیات [۳۲]

→
این مقاله به آنچه که به گمان وی برای خوانندگان غیر متخصص جذابیت داشته، پرداخته است. چون این مقاله قبل از پایان سال ۱۹۹۶ تألیف شده، طبیعتاً بررسی همهٔ مقالات آن سال ممکن نبوده است. از این رو، مؤلف تنها به آن دسته از مقالات سال ۱۹۹۶ اشاره کـرده که از آن‌ها مطلع بوده است و در زمینهٔ موضوع‌های اصلی این مقاله نکته‌های جالب توجهی داشته‌اند.

۱. برای نمونه، دیوید کینگ در مقالهٔ «رئوس کلی منابع تاریخ نجوم در مغرب دورهٔ اسلامی» [۹۱] (ص ۱۲۵-۱۲۶) تصریح می‌کند کـه «اطلاعات نجومی ما مبتنی بر روش‌های ریاضی است». او در ادامهٔ ایـن مقالـه، مطالـب ریاضـی موجـود در متن‌هـای نجـومی را در قالب‌هایی چون جدول‌بندی و نمودار توابع دو متغیره، درونیابی درجهٔ دوم و ابزارهای محاسباتی دسته‌بندی می‌کند.

منتشرشده مفصل‌تر است و هم کتابت آن دقیق‌تر است و غلط‌های فاحش کمتری دارد. حسن دیگر این نسخه نسبت به نسخهٔ کمبریج، کامل بودن آن است؛ چون نسخهٔ کمبریج اواسط مبحث تقسیم کسرها و پیش از مبحث جذر ناقص پایان می‌یابد. بنابراین با کشف فولکرتس به شناختی دقیق‌تر از آن متنی رسیده‌ایم که حساب را به اروپای غربی معرفی کرده است.

منسو فولکرتس

دیوید کینگ در مقالاتی چون «ارقام راهب‌ها و اسطرلاب اصلاح‌شدهٔ برسلیوس» [۹۴] و «نظام عددنویسی فراموش‌شده در رهبانیت سده‌های میانه» [۹۵] دربارهٔ تاریخ یک نظام عددنویسی فراموش‌شده تحقیق کرده است. البته این مسئله را پژوهشگران دیگر، مانند ژاک سزیانو در مقالهٔ «یک نظام عددنویسی ساختگی در سده‌های میانه» [۱۴۲]، نیز مطالعه و بررسی کرده‌اند؛ اما کینگ تاریخ این مسئله را از ریشه‌هایش در تندنویسی[۱] یونانی تا حزب نازی آلمان به خوبی کاویده است. این نظام سادهٔ عددنویسی که هیچگاه در محاسبات استفاده نمی‌شده، در شکل نهایی خود به کاربران امکان می‌داده است تا هر عدد بین ۱ تا ۹۹۹۹ را به صورت عددی تک رقمی بنویسند. کینگ ثابت کرده که از این نظام عددنویسی در اسطرلاب‌های دورهٔ اسلامی استفاده شده است. او در رساله‌ای عربی[۲] با موضوع رمزنویسی، نمادهایی بسیار شبیه به نمادهای به کار رفته در رساله‌های اروپایی با همین موضوع یافته است.

ینس هویروپ

این مسئله همچنان مورد بحث است که آیا خوارزمی، دانشمند اواخر قرن دوم و اوایل قرن سوم هجری، نخستین مؤلف دورهٔ اسلامی دربارهٔ جبر بوده است یا نه. در این زمینه بخشی از مفاد یک نسخهٔ خطی عربی در یمن دستاویز شکاکان برای رد این مدعا قرار گرفته است. به گفتهٔ کینگ در مقالهٔ «گزارشی از جبر و مقابلهٔ پیش از خوارزمی در دورهٔ اسلامی» [۸۹]، در این نسخهٔ خطی، حمایت عمر (خلیفهٔ دوم) از جبردانان ولایت فارس که در مدینه به تدریس شفاهی جبر مشغول بودند، عنوان شده است. همچنین حضرت علی(ع) را شخصیتی حکیم و توانا برشمرده و از خوارزمی چونان فردی یاد کرده که این علم را برای اولین‌بار،

1. stenography

۲. مؤلف از پروفسور کینگ برای ارسال مطالب مرتبط با نسخهٔ خطی Leiden Or. 14, 121 و نسخهٔ خطی دیگری در یک مجموعهٔ شخصی در فرانکفورت، تشکر می‌کند. محتوای این دو نسخه همراه با مطالب دیگری در زمینهٔ رمزهای عددی عربی در کتاب کینگ با عنوان ارقام راهب‌ها: دستگاه عددنویسی فراموش شده در سده‌های میانه بحث شده است.

در دوران حکومت مأمون مکتوب کرده است. به زعم کینگ این گزارش مجعول است و ممکن است این تردید در مورد مطلب مربوط به حضرت علی(ع) نیز صادق باشد. اما این نظر که جبر و مقابله در آغاز سنتی شفاهی بوده و از ایران وارد جهان اسلام شده است، با استدلال‌های ینس هویروپ[1] کاملاً همخوانی دارد. او در مقالهٔ خود با عنوان «کاوشی در ریشه‌های جبر در دورهٔ اسلامی در آرای خوارزمی، ابن‌ترک و کتاب المساحة» [۷۱] استدلال کرده که دورهٔ اسلامی وارث دو خرده‌سنت ریاضی بوده است. در این دوره روش‌های جبری کهن و هندسهٔ چسب و قیچی، از نوعی که صورت منظم آن در مقالهٔ دوم اصول موجود است، به کار گرفته شده تا درستی آن روش‌ها را نشان دهند.[2]

بابلی‌ها دو هزار سال پیش از جبر و مقابلهٔ خوارزمی، با روش‌های حل معادلات درجهٔ دوم آشنا بودند. خوارزمی در اثر خود روش‌های دسته‌بندی شدهٔ حل معادلات درجهٔ دوم بابلی‌ها را به علم جبر و مقابله تبدیل کرده است؛ به عبارت دیگر، خوارزمی بر مبنای قواعد پیشین، روشی استخراج کرده تا دانشجو بداند که به چه دلیل روش‌های حل معادلات نتیجه‌بخش هستند. به علاوه، حل معادلهٔ درجهٔ دوم گامی برای حل معادلات درجه‌های بالاتر بود که با حل معادلهٔ سادهٔ $x^n = a$ آغاز می‌شد. از آنجا که در تمدن همسایه، یعنی چین نیز روش‌های حل معادلات درجهٔ بالاتر کشف شده بود، طرح پرسش‌هایی دربارهٔ تأثیرپذیری آن‌ها از چینی‌ها اجتناب‌ناپذیر است. کارن شِملا در مقاله‌ای با عنوان «شباهت‌های آثار ریاضی چینی و عربی در روش‌های استخراج ریشه» [۲۹] تحلیل جامعی از الگوریتم‌های به کار رفته در استخراج ریشه عرضه کرده است. او برای مقایسهٔ الگوریتم‌های چینی و عربی با استفاده از یکی از روش‌های آلارد در مقالهٔ «ریشه‌های عربی و گسترش الگوریتمی لاتینی در قرن دوازدهم» [۴] به نتایجی رسیده که موجب دگرگونی برخی باورهای پیشین شده است.

کارن شملا

تک‌نگاری شرف‌الدین طوسی، ریاضی‌دان اواخر قرن ششم هجری، در جبر که متن عربی و ترجمهٔ فرانسوی آن را رشدی راشد در کتاب آثار ریاضی (جبر و هندسه) در قرن دوازدهم میلادی [۱۵۲] منتشر کرده، در دو مورد متمم کار خیام در رسالهٔ جبر بوده است: نخست آن که شرف‌الدین طوسی به طور کامل و به درستی همهٔ حالت‌های ممکن برای حل معادلات درجهٔ سوم را به وسیلهٔ

1. Jens Høyrup

۲. به نظر هویروپ [۷۱] (ص ۴۷۵)، ایدهٔ اثبات از عناصر یونانی است که [به علم دورهٔ اسلامی] وارد شده است.

مقاطع مخروطی بررسی کرده، در حالی که خیام قادر به انجام آن نبوده است.[۱] دیگر آن که طوسی آنچه را بعدها الگوریتم روفینی-هورنر[۲] خوانده شد، برای معادلاتی که حل عددی آن‌ها ممکن بود، به کار گرفت؛ در حالی که خیام به این موضوع اشاره‌ای نکرده است.

در مورد ایده‌های نهفته در روش شرف‌الدین طوسی بحث‌هایی مطرح شده است. در مبحث راه حل‌های ممکن معادلهٔ درجهٔ سومی با صورت $f(x) = x^3 + ax^2 + bx = c$، شرف‌الدین چند جمله‌ای درجهٔ دومی معادل با $f'(x)$ انتخاب کرده و نشان داده است که اگر a ریشهٔ $f'(x) = 0$ باشد که مقدار بیشینهٔ $f(a)$ را به دست دهد آنگاه معادلهٔ $f(x) = c$ ریشه‌ای برای $c > f(a)$ ندارد و اگر $c = f(a)$ باشد، معادله یک ریشه دارد.[۳] رشدی راشد این مطلب را چنان تفسیر کرده است که گویی شرف‌الدین مشتق را می‌شناخته است؛ ولی یان پ. هوخندایک در مقالهٔ «شرف‌الدین طوسی و تعداد ریشه‌های مثبت معادله‌های درجهٔ سوم» [۶۴] این نظر راشد را رد کرده و معتقد است که می‌توان با استدلال‌هایی در حد مقالهٔ دوم اصول، به یافته‌های شرف‌الدین دست یافت. در سال‌های اخیر، تلاش برای فهم غرض شرف‌الدین هنوز ادامه دارد و مقاله‌های نیکولاس فارِس با عنوان «شرف‌الدین طوسی و محاسبهٔ بیشینه و 'مشتق'» [۵۰] و کریستیان اوزِل با عنوان «شرف‌الدین طوسی و چندضلعی نیوتن» [۷۳] بهترین گواه این مدعاست.[۴]

سرنخ‌های دیگری از جبرِ پیش از خوارزمی، در مقالهٔ بارناباس هیوز با عنوان «ایوب بصری، جبردانی متقدم در حل مسئله» [۷۴] آمده است. گزیده‌ای از اثر ایوب بصری- که مقسّم ملک و املاک بوده- در رساله‌ای از قرن پنجم به قلم فردی به نام ابراهیم نقل شده است. ایوب دستوری سه‌مرحله‌ای برای حل معادلات خطی از طریق تحویل ضریب به یک ابداع کرده است. هیوز معتقد است که این موضوع احتمالاً نشانهٔ وجود روش‌های کهن‌تری است که خوارزمی شیوهٔ واحدی را جایگزین آن‌ها کرده است.

گذشته از فضل تقدم خوارزمی (یا غیر آن) در جبر دورهٔ اسلامی، نظریهٔ معادله‌های درجهٔ دوم او عمیقاً تأثیرگذار بوده است. بررسی این تأثیر، بخشی از تحقیق ایوونه دولد- سمپلونیوس دربارهٔ

---

۱. مقایسهٔ روش خیام و شرف‌الدین طوسی در حل معادلهٔ $x^3 + c = ax^2$ راه‌گشا خواهد بود.

2. Ruffini-Horner

۳. خوانندگانی که با متون ریاضی دورهٔ اسلامی آشنایی ندارند، باید توجه داشته باشند که علائم اختصاری مانند $f(x)$، $f(a)$، $f'(x)$ و نمادهایی مانند $=$ و $<$ در این متن‌ها به کار نرفته است؛ اگرچه در برخی متون متأخرِ تألیف شده در شمال غرب آفریقا (مغرب) از نمادگذاری به شکل بسیار محدود استفاده شده است. با توجه به فقدان نمادگذاری، ممکن است سؤالاتی دربارهٔ نمادهای به کار رفته در این مقاله مطرح شود که کدام‌یک از عبارت‌های کاملاً کلامی موجود در متون (مانند «مکعب‌ها و مربع‌ها و اشیاء») را معادل «چند جمله‌ای‌ها» فرض کرده‌ایم. از آنجا که ریاضی‌دانان دوران اسلامی روش‌های استفاده از جدول را حتی برای استخراج ریشه از این گونه عبارت‌های کلامی- برای زمانی که تعداد مکعب‌ها، مربع‌ها و غیره تعیین شده باشند یا به عبارت دیگر ضرایب مشخص باشند- بسط داده‌اند، معتقدیم که «چند جمله‌ای» فرض کردن این عبارت‌ها موجه است.

۴. متأسفانه فارِس هیچ اشاره‌ای به مقالهٔ هوخندایک نکرده است.

تاریخ معادله‌های درجهٔ دوم در دورهٔ اسلامی و سده‌های میانهٔ اروپا است که در مقالهٔ «تحول در حل معادلهٔ $cx^2 + bx = a$؛ از خوارزمی تا فیبوناچی» [۴۵] منتشر شده است (همین مؤلف روایتی دیگر از این موضوع را در مقالهٔ «معادلهٔ درجهٔ دوم در ریاضیات دورهٔ اسلامی» [۴۶] آورده است).

خوارزمی در تاریخ نجوم دورهٔ اسلامی نیز چهره‌ای تأثیرگذار بوده است. او رساله‌ای در اسطرلاب، (احتمالاً) رساله‌ای در احکام نجوم و رساله‌ای در نجوم، موسوم به زیج به زبان عربی، شامل چندین جدول و قواعدی برای استفاده از آن جدول‌ها داشته است. از میان زیج‌های بازمانده، زیج سندهند خوارزمی منحصربه‌فرد است، زیرا تا حد زیادی بر داده‌های هندی مبتنی است. یکی از شکل‌های بازماندهٔ این زیج، ترجمهٔ لاتینی آدلارد باثی از خلاصه‌ایست که مسلمة بن احمد مجریطی از آن در اواخر قرن چهارم هجری در اندلس تدوین کرده است.

نجوم خوارزمی نشان می‌دهد که او علاوه بر حساب دهدهی، اعداد صحیح و حساب کسرهای شصتگانی را نیز از هندی‌ها آموخته است. ردّپای تازه‌ای از این موضوع، از بازسازی یک جدول جَیب به دست آمده است. خوارزمی از این جدول جَیب، در تهیهٔ جدول تابعی نجومی استفاده کرده است. هوخندایک در مقالهٔ «جدول خوارزمی برای جیب ساعت‌ها و جدول جیب استفاده شده در آن» [۶۶] نشان داده است که شعاع دایرهٔ مفروض برای محاسبهٔ جدول جیب ۱۵۰ است که یک پارامتر شناخته شدهٔ هندی است و مقادیر جیب برای مضرب‌های ۱۵ درجه نیز هندی هستند. خوارزمی برای درون‌یابی مقادیر جدول جیب، از یک صورت اصلاح‌شدهٔ درون‌یابی خطی استفاده کرده است. در این روش فرض بر آن است که مقادیر جیب در نزدیکی صفر درجه با شیب تند و در نزدیکی ۹۰ درجه با شیبی کمتر افزایش می‌یابد. آدولف رُم[1] این روش معقول و در عین حال ابتدایی را در تألیفات بطلمیوس (حدود ۱۵۰م) کشف کرده است. همین روش به تازگی در تألیفات بتّانی، کوشیار بن‌لبّان و خلیلی نیز مشاهده شده است (دو اثر گلن وَن بروملن با عنوان‌های «ساختار عددی جداول کمکی خلیلی» [۱۵۴] و «از کار طاقت‌فرسا تا ابتکار در محاسبات نجومی دورهٔ اسلامی» [۱۵۶] حاوی اطلاعات بیشتری در این زمینه هستند).

در دورهٔ اسلامی از روش‌های درون‌یابی پیچیده‌تری نیز استفاده می‌شده است. گلن وَن بروملن در مقالهٔ «ساختار عددی جداول کمکی خلیلی» [۱۵۴] روش‌های درون‌یابی خلیلی را بررسی کرده است. بررسی جامع و در عین حال بسیار مختصر این مسئله در مقاله‌ای از جواد همدانی‌زاده با عنوان «بررسی روش‌های درون‌یابی در دورهٔ اسلامی» [۵۳] آمده است. تازه‌ترین مقاله در این زمینه، مقالهٔ رشدی راشد با نام «روش‌های درون‌یابی در دورهٔ اسلامی بر اساس آرای سموئل،

1. Adolphe Rome

بیرونی و براهماگوپتا» [۱۲۳] است. راشد در رساله‌ای از سموئل، دانشمند قرن ششم، که در مخالفت با اختربینان تألیف شده است قطعه‌ای از یک اثر بیرونی را پیدا کرده است که نشان می‌دهد بیرونی از روش درون‌یابی براهماگوپتا و یک روش هندی دیگر اطلاع داشته است و هر دو را برای تابع ظل امتحان کرده است.

محاسبهٔ نظرات خمسهٔ[۱] دو سیاره در پیشگویی‌های احکام نجومی، از مسائل چالش‌برانگیز دانشمندان دورهٔ اسلامی بوده است. هوخندایک در مقالهٔ «ساختار ریاضی دو جدول نجومی دورهٔ اسلامی برای تعیین مطارح شعاعات» [۶۳] راه حل موجود در دو دسته از داده‌های زیج خوارزمی را بررسی کرده است. این راه حل در مجموعه‌ای از جداول و برپایهٔ یک تصویر پیچیدهٔ هندسی از دایرةالبروج روی معدّل‌النهار و به‌عکس مطرح شده است.


جواد همدانی‌زاده

مسئلهٔ دیگری که از احکام نجوم وارد نجوم ریاضی شده، مسئلهٔ تقسیم دایرةالبروج به دوازده «منزل» احکام نجومی است.[۲] ادوارد اس. کِنِدی در دو مقاله با عناوین «روش اول‌السُموت برای منازل احکام نجومی بر مبنای زیج خاقانی کاشانی» [۸۱] و «ابن‌معاذ و منازل احکام نجومی» [۸۲]، دو روش متداول برای انجام این تقسیم‌بندی را شرح داده است؛ یکی از دایرهٔ اول‌السموت و دیگری از دایرهٔ معدل‌النهار استفاده می‌کند.[۳] مسئلهٔ جالبی که در این بررسی حل شد، تعیین اندازهٔ دو زاویه، به فرض معلوم بودن مجموع آن دو یا تفاضلشان و نیز معلوم بودن نسبت جَیب آن دو بود.

هوخندایک در مقالهٔ «نگاهی نو به جدول رؤیت هلال ماهِ یعقوب بن طارق» [۶۲] نشانه‌ای از ابتکاری تحسین‌برانگیز در روش‌های مطرح در پژوهش‌های نجومی کهن یافته است که قدمتش به حدود سال ۱۵۸ق بازمی‌گردد. یعقوب بن طارق به منظور محاسبهٔ میزان درخشندگی ماه بر اساس موقعیتش نسبت به خورشید، به محاسبهٔ مقدار جَیب d نیاز داشته است؛ d در واقع کمانی از دایرهٔ عظیمهٔ بین خورشید و ماه است. او هیچ‌یک از قوانین مثلثات کروی، حتی قضیهٔ منلائوس[۴] را در اختیار نداشته است. بنابراین جیب d را با رابطهٔ $\sqrt{\sin^{۲}\beta + \sin^{۲}\eta}$ تقریب زده که در آن β عرض

۱. نظرات خمسه (aspects) عبارت از مقارنه، مقابله، تثلیث ،تربیع و تسدیس هستند. -م.
۲. این منازل همانند برج‌های منطقةالبروج نیستند. آن‌ها وابسته به موقعیت و زمانی هستند که برای آن محاسبه می‌شوند.
۳. این دو روش را در اروپا به ترتیب به کامپانوس و رگیومونتانوس نسبت داده‌اند اما به عقیدهٔ کِنِدی پژوهش‌های اخیر نشان می‌دهد که ابوریحان بیرونی روش استفاده از دایرهٔ اول‌السموت را از خود دانسته است و ابن‌معاذ جَیّانی، دانشمند اندلسی قرن پنجم، با روش دایرهٔ معدل‌النهار آشنا بوده است.

4. Menelaus’s theorem

ماه و η جدایی زاویه‌ای ماه و خورشید است. تقریب مثلثی کروی با مثلثی مسطح و استفاده از قضیهٔ فیثاغورس ما را به مطلوب می‌رساند؛ زیرا β (عرض ماه) هیچ‌گاه از پنج درجه تجاوز نمی‌کند و زمانی که می‌خواهیم میزان درخشندگی ماه را حساب کنیم، η (جدایی زاویه‌ای ماه و خورشید) نیز چندان بزرگ نخواهد بود؛ بنابراین تقریب کمان‌ها با جیب آن‌ها معقول و منطقی است. هرچند شعاع دایرهٔ مرجع ($R = ۳۴۳۸'$) موجود در جدول جیب یعقوب بن طارق نیز پارامتری هندی است، با این حال به نظر نمی‌رسد روش او در استفاده از d برای محاسبهٔ میزان درخشندگی ماه ریشهٔ هندی داشته باشد.

پل کونیچ

رژی مورلون با جمع‌آوری آثار نجومی ثابت‌بن‌قرّه و نیز آثار نجومی منسوب به وی [۷۵]، و ویرایش، شرح و ترجمهٔ آن‌ها به فرانسوی، مجموعهٔ ارزشمندی از منابع و بررسی‌های نجوم اوایل دورهٔ اسلامی فراهم کرده است. او چکیده‌ای از مسائل مهم و برخی مسائل ریاضی موجود در آثار ثابت بن قرّه- از تحلیل حرکت ظاهری خورشید گرفته تا بررسی مقاطع مخروطی- را نیز در مقاله‌ای مستقل با عنوان «ثابت بن قرّه و نجوم دورهٔ اسلامی در قرن سوم هجری» [۱۱۴] منتشر کرده است.

دیوید کینگ تحلیلی از مطالب موجود در اثر جغرافیایی خوارزمی را در مقالهٔ «کهن‌ترین جدول‌ها و روش‌های ریاضی دورهٔ اسلامی برای یافتن سمت مکه» [۸۷] منتشر کرده است. وی در اوایل دههٔ ۱۹۸۰ میلادی کشف این مطالب را اعلام کرده بود. او یقین داشت که مطالب، به دست‌آمده از خوارزمی است و در اواخر قرن دوم هجری کتابت شده است. در این جدول‌ها، کهن‌ترین روش دقیق برای محاسبهٔ سمت مکه (قبله) نسبت به موقعیت نمازگزار آمده است. مسئلهٔ محاسبهٔ سمت قبله را به صورت‌های مختلفی می‌توان تبیین کرد. شاید ساده‌ترین شکل تبیین آن به صورت مسئله‌ای جغرافیایی باشد که هدفش یافتن زاویهٔ بین دو دایرهٔ عظیمه است؛ یکی دایرهٔ عظیمه‌ای که مکان نمازگزار را به مکه متصل می‌کند و دیگری دایرهٔ (عظیمهٔ) نصف‌النهار مکان نمازگزار.

امیلی سویج اسمیت

در راه حل خوارزمی از نقاط و کمان‌های مفروضی روی سطح کره استفاده می‌شود تا خط‌ها و مثلث‌های داخل کره به دست آیند و از آن‌ها نیز به ترتیب می‌توان برای محاسبه یا رسم دیگر زوایا و کمان‌های روی سطح کره استفاده کرد. این روش‌ها که از منابع هندی به دست آمده‌اند و به ویژه در

زمان‌سنجی به کار می‌رفتند، دارای سه ابزار اصلی هستند: قضیهٔ فیثاغورس، قانون تشابه مثلث‌ها و جَیب (سینوس) و جَیب تمام (کسینوس)؛ و با روش دقیق‌تر و متداول‌تر مشهوری با نام «روش زیجات» بسیار متفاوتند. با این حال شباهت‌های زیادی بین این دو روش وجود دارد. ظاهراً همهٔ پژوهشگران تا حدی بر این نکته توافق دارند که حبش حاسب طی تحقیقاتش دربارهٔ ساعت‌های آفتابی، از اصلاح این روش کهن، روش دوم یا همان روش زیجات را پدید آورده است. (برگرن در مقالهٔ «منشأ روش زیجات بیرونی در نظریهٔ ساعت‌های آفتابی» [۹] نشان داده که «روش زیجات» از نظریهٔ ساعت‌های آفتابی[1] گرفته شده است. لورچ و کونیچ در مقالهٔ «رسالهٔ حبش حاسب دربارهٔ کره [سماوی] و کاربردهای آن» [۱۰۷] رسالهٔ حبش حاسب دربارهٔ کاربردهای کرهٔ سماوی منصوب در حلقه‌های افقی و عمودی را منتشر کرده‌اند. امیلی سَویج اسمیت نیز پژوهشی دربارهٔ کره‌های سماوی بازمانده از دورهٔ اسلامی را در کتاب پیشینه، روش ساخت و استفاده از کره‌های سماوی در دورهٔ اسلامی [۱۴۱] چاپ کرده است.)

خوآن کاراندل در مقالهٔ «آنالِمایی برای تعیین سمت قبله در رسالة في علم الظلال نوشتهٔ ابن‌رَقّام» [۲۷] و احمد دلّال در مقالهٔ «راه حل جامع ابن‌هیثم برای تعیین سمت قبله از طریق محاسبه» [۳۶]، دو روش دیگر استخراج قبله را بررسی کرده‌اند. مقالهٔ اول دربارهٔ روشی برای تعیین قبله است که شامل دو آنالمای ابن‌رقّام (متوفای ۱۳۱۵م در غرناطه) است (کشف این روش در رساله‌ای دربارهٔ ساخت ساعت‌های آفتابی برای مقاصد مذهبی نشان می‌دهد که چگونه یک مورخ ریاضیات باید بتواند پژوهش خود را به منابعی فراتر از بدیهیات توسعه بخشد). روش ابن‌رقّام جالب است؛ زیرا نه‌تنها یک آنالماست، بلکه می‌تواند از روش بیرونی نیز حاصل شود. البته خطای بیان بیرونی در روش ابن‌رقّام تصحیح شده است. مطالعهٔ دلّال در آن مقاله [۳۶] نشان می‌دهد که حل جزئیات روش تعیین قبله–به شکلی که در هر مکانی صحیح باشد– را باید به ابن‌هیثم نسبت داد و نه به کاشانی (آن‌گونه که زمانی برگرن گمان می‌کرده است)؛ ابن‌هیثمی که چهار قرن پیش از کاشانی می‌زیست.


احمد دلال

مطالعهٔ *اصول* اقلیدس در دورهٔ اسلامی

در دورهٔ فعالیت خوارزمی، مبانی نظری هندسه، از علوم ریاضی دورهٔ اسلامی در حال تکوین بود. حیات خوارزمی مقارن دوره‌ای بود که اصول اقلیدس برای نخستین بار به عربی ترجمه شد.

1. gnomonics

شناخت ترجمه‌های مختلف عربی این اثر دوران‌ساز، از سویی برای فهم بخش مهمی از تألیفات ریاضی دورۀ اسلامی و شرح‌های متعدد نوشته شده بر اصول مهم است، و از سوی دیگر برای شناخت عمیق‌تر متن یونانی آن اهمیت دوچندانی دارد.

گرچه ماجرای پیچیده و تقریباً مبهم چگونگی آشنایی دانشمندان دورۀ اسلامی با مفاهیم و روش‌های ریاضی این اثر مهم، هنوز نانوشته مانده، اما به تازگی برخی از عناصر اساسی این موضوع آشکار شده است. برای نمونه، مورخان مدت‌های مدیدی این ادعای نیریزی را معتبر می‌دانستند که شرح او بر شش مقالۀ نخست اصول، بر اساس ترجمۀ دوم حجّاج بن یوسف بن مطر یا همان ترجمۀ هارونی بوده است.[۱] سونیا برنتیس در مقالۀ «شواهد متنی و فرضیه‌هایی دربارۀ ترجمه‌های عربی حجّاج بن یوسف بن مطر از اصول اقلیدس» [۲۲] با بررسی متن مقاله‌های اول و دوم اصول موجود در اثر نیریزی، تردیدهایی را قوت بخشید که سال‌ها پیش، انگراف[۲] در مطالعه و بررسی مقالۀ پنجم اصول مطرح کرده بود. اگرچه امروز می‌دانیم که اثر نیریزی نمایانگر یکی از دو ترجمۀ حجّاج است، اما باید گفت که در متن مورد استفادۀ نیریزی قطعات بسیاری از ترجمۀ متأخر اصول، یعنی ترجمۀ اسحاق بن حنین با اصلاحات ثابت بن قرّة وارد شده است. به همین دلیل، بدون بررسی نقادانۀ اثر نیریزی نمی‌توان به درک روش‌های ترجمۀ حجّاج یا واژگان او راه یافت.[۳]


گرگ دیونگ

در دو پژوهش اخیر برای فهم این که چه ویژگی‌ها و خصوصیاتی از ترجمه‌های موجود اصول از ترجمه‌های حجّاج اخذ شده‌اند، بررسی واژگان نقشی کلیدی داشته است. مقالۀ گِرِگ دِیونگ با عنوان «سرنخ‌های جدیدی از ترجمۀ عربی مفقود حجّاج از اصول اقلیدس» [۱۶۱] یکی از این پژوهش‌هاست که نشان می‌دهد ترجمه‌های اولیه در نسخه‌های خطی اصول اقلیدس که در مغرب و اندلس نسخه‌برداری شده‌اند، با هم آمیخته شده‌اند؛ برای نمونه: ۱. بیانی از قضایای مقالۀ دوم اصول به روایت حجّاج در حاشیۀ نسخه‌ها موجود است؛ مثلاً با واژۀ «ضرب» به جای «سطح» مواجه می‌شویم؛ ۲. مطالبی به مقالۀ سوم اصول اضافه شده است؛ مثلاً دگرگونی مبتکرانۀ رسم در قضیۀ ۳۲ مقالۀ سوم؛ ۳. اثبات‌های متفاوتی از قضایای ۲۰ و ۲۱ در مقالۀ سوم اصول وجود دارد و ۴. سه اثبات خلاصه و اصلاح شده در پی قضیۀ ۶۷ مقالۀ دهم اصول وجود دارد. دِیونگ

۱. حجّاج بن یوسف دو بار اصول را به عربی ترجمه کرد. ترجمۀ اول برای هارون‌الرشید [معروف به ترجمه یا نقل هارونی] و ترجمۀ دوم برای مأمون [معروف به ترجمه یا نقل مأمونی] بود.

2. Engrof

۳. برنتیس در مقاله‌ای [۲۰] نشان داده که به مقالۀ اول اصول مطلبی منسوب به ثابت بن قرّه افزوده شده است.

بدون پیشنهاد هیچ پاسخ مشخصی این سؤال را مطرح می‌کند که چرا ترجمهٔ مقاله‌های سوم، چهارم و هفتم حجّاج نسبت به مقاله‌های دوم و دهم به متن یونانی اصول نزدیک‌تر است؟

احمد جبّار در مقالهٔ اخیر خود با عنوان «نکاتی دربارهٔ ترجمه‌های عربی اصول اقلیدس و انتقال آن‌ها به غرب اسلامی» [۴۰] به دیگر ویژگی‌های زبان‌شناختی مطالب حجاج در آن منابع و جاهای دیگر توجه داده و اظهار کرده است که شاید ترجمهٔ نخست حجاج تحت تأثیر آن دسته از واژگان و اصطلاحات ریاضی عربی بوده باشد که پیش از دهه‌های آغازین قرن سوم و رساله‌های حساب پدید آمده است.

برنتیس در مقالهٔ «اختلافات دو ترجمهٔ حجاج از مقالهٔ دوم اصول» [۲۱] مطلبی را در یک نسخهٔ خطی موجود در پاریس شناسایی کرده است. به نظر او این اولین مطلب مرتبطی است که ما از کار حجاج یا چیزی بسیار نزدیک به کار او در دست داریم. بر اساس این پژوهش، او می‌گوید ترجمهٔ دوم و معروف حجاج، تا حدودی بازنگری و ویرایشی از ترجمهٔ اولش بوده است و ترجمه نه از سریانی که از متن یونانی انجام شده است و گزیده‌هایی از اصول در منابع دست دومی مانند رسائل اخوان الصفا،[1] در بررسی فرایند آشنایی مسلمانان با این اثر مهم بسیار بیش از حدّ تصور اهمیت دارند. کار خانم برنتیس نیز، از میان روش‌های مختلف، به بررسی مفصل واژگان و اصطلاحات اتکا دارد.[2]

راجر هرتس- فیشلر در مقالهٔ «قضیهٔ اصلی چهاردهم در ضمیمهٔ اول اصول» [۵۶]، پیشینهٔ حکمی در مورد نسبت طلایی (نسبت ذات وسط و طرفین) در دورهٔ اسلامی را بررسی کرده است که در اثبات قضایای دوم و هفتم ضمیمهٔ اصول معروف به «مقالهٔ چهاردهم» تلویحاً ذکر شده است. این مقاله در صدد بررسی این نکته است که آیا این قضیه از ابتدا در متن یونانی بوده است یا خیر. او براساس مستنداتی از پاپوس، نسخه‌های عربی اصول و سنت عربی-لاتینی نتیجه گرفته که در متن یونانی از ابتدا چنین قضیه‌ای بوده است. ویلبر نور[3] این موضوع را به‌تفصیل در مقالهٔ «متن مغلوط اقلیدس: پژوهشی دربارهٔ چاپ هایبرگ و بدیل‌های آن» [۹۸] آورده و نشان داده که هایبرگ در رد دیدگاه کلامروث اشتباه کرده است. کلامروث معتقد بود که متن عربی اصول، شاهدی بسیار مهم برای متن اصلی یونانی است.

علاوه بر پیشینهٔ متن اصول، در دورهٔ اسلامی موضوعات خاص دیگری نیز سابقه دارد که آن‌ها را

---

۱. اخوان الصفا گروهی از دانشمندان مسلمان در اواخر قرن ۴ه بودند که در حمایت از اهداف سیاسی و مذهبی خاصی، دایرةالمعارفی از علوم زمان خود را تدوین کردند.

۲. از نمونه‌های جالب توجه آن است که در نسخهٔ خطی پاریس واژهٔ «تَلبین» به جای «مستطیل» یا «مربع» به کار رفته است. برنتیس نشان داده که ابن صلاح همدانی (در قرن۶ه) استفاده از این کلمه را به حجاج منسوب کرده است.

3. W. Knorr

می‌توان در آثار اقلیدس دید. برای نمونه، می‌توان به سنت پربار شرح‌های عربی دربارهٔ تناسب اشاره کرد که ادوارد پلوی آن را در پایان‌نامهٔ خود با عنوان «مفهوم نسبت نزد اقلیدس و تعریف او از مقادیر متناسب و نقدهای شارحان مسلمان» [۱۱۶] به خوبی بررسی کرده است. در این باره بیژن وهاب‌زاده در مقالهٔ «دو شرح در باب تعریف اقلیدس برای مقادیر متناسب» [۱۵۳] توجه پژوهشگران را به شباهت‌های بسیار زیاد میان دو رساله از جَیّانی، دانشمند اندلسی قرن پنجم هجری، و نیکولاس ساندرسون (۱۶۸۲–۱۷۳۹م) ریاضی‌دان بریتانیایی جلب کرده است؛ در هر دو رساله از مفهوم «جزء»[۱] استفاده شده تا تناسب را –که اقلیدس به کمک مضرب‌ها تعریف کرده و تاحدی نیز تعریفش غیر شهودی است– توجیه کند.

از دیگر مطالب مربوط به اصول، اصل توازی است و خلیل جاویش به‌تازگی متون عربی فراوانی دربارهٔ مسئلهٔ جایگاه اصل پنجم اصول گردآوری و به فرانسوی ترجمه کرده و آن‌ها را در کتاب نظریه‌های توازی در سرزمین‌های اسلامی [۷۶] منتشر کرده است. این اثر، هم برای تاریخ‌نگاران ریاضی قابل استفاده و هم برای علاقه‌مندان به فلسفهٔ ریاضیات مفید است.[۲] باریس روزنفلد در کتاب تحول مفهوم فضای هندسی در تاریخ هندسهٔ نااقلیدسی [۱۲۸] بررسی ارزشمند دیگری را در زمینهٔ نظریهٔ توازی در هندسهٔ دورهٔ اسلامی به چاپ رسانده است. جاویش بر این نکته تأکید می‌کند که چگونه ریاضی‌دانان دورهٔ اسلامی آرای بیشتر شارحان پیشین اصول را کنار گذاشتند، تا یک نظریهٔ توازی اصیل پایه‌گذاری کنند؛ اما روزنفلد بر پیوند منسجم تلاش‌های آنان اصرار دارد و آن‌ها را در متن تاریخ هندسهٔ نااقلیدسی قرار می‌دهد.

موضوع خطوط موازی، سبب ظهور مسئلهٔ بی‌نهایت‌ها در ریاضیات شد، اگرچه این مسئله از طرق دیگری نیز مطرح شد. در مقالهٔ رشید ببوشی با عنوان «مسئلهٔ بی‌نهایت نزد ریاضی‌دانان دورهٔ اسلامی» [۴] بحثی دربارهٔ اندیشه‌های دورهٔ اسلامی در باب بی‌نهایت و مسائل اتم‌باوری وجود دارد و روزنفلد در مقالهٔ «بررسی نسخهٔ خطی تاشکند در باب اتم‌باوری ریاضی» [۱۲۹] (ص ۹۷–۱۰۱) سند متأخری در این زمینه به دست داده است. کتاب پیشین همین مؤلف با نام تحول مفهوم فضای هندسی در تاریخ هندسهٔ غیراقلیدسی [۱۲۸] (ص ۱۹۳–۱۹۵) دارای مبحثی دربارهٔ اتم‌باوری در دورهٔ اسلامی است. النور دانانی نیز در کتاب طبیعت در علم کلام: اتم‌ها، فضا و خلأ در کیهان‌شناسی معتزلهٔ بصره [۳۸]، ریشه‌های مذهبی اتم‌باوری را کاویده است.

هوخندایک در مقالهٔ «پژوهشی در پوریسم‌های مفقود اقلیدس و ردپاهای آن در منابع دورهٔ اسلامی» [۶۰]، از میان آثار مفقود اقلیدس به زبان یونانی، بخش‌هایی از پوریسم‌ها را در آثار دو

1. part

۲. هوخندایک [۶۱] در نقد و بررسی اثر جاویش نکاتی را در باب جاذبه‌های تاریخی و آموزشی اصل توازی ذکر کرده است.

هندسه‌دان قرن سوم شناسایی کرده است. این آثار بر مبنای توصیف‌های پاپوس و لم‌های کمکی‌اش دربارهٔ این اثر اقلیدس تألیف شده‌اند که در مقالهٔ هفتم مجموعهٔ پاپوس درج شده‌اند. هوخندایک در تحقیقی دیگر با عنوان «روایت عربی در باب تقسیم‌های اقلیدس» [۶۷]، گزارش سجزی از مسائل کتاب در باب تقسیم‌های اقلیدس را معرفی کرده است. از آنجا که سجزی آن‌ها را بسیار سهل انگاشته، راه حل‌ها و برهان‌های مسائل را به استثنای چهار مورد حذف کرده است. هوخندایک معتقد است که منبع سجزی، ترجمهٔ بازبینی‌شدهٔ ثابت‌بن‌قرّه بوده است.

بازنگری مقالهٔ دوم اصول توسط ابوسهل کوهی گواهی بر این مدعاست که ریاضی‌دانان دورهٔ اسلامی رویکرد مجدانه‌ای نسبت به متن‌های کهن داشته‌اند. کوهی یکی از ریاضی‌دانان برجستهٔ قرن چهارم هجری بود و تحقیقات دِیونگ در این زمینه، با عنوان «افزوده‌های ابوسهل کوهی به مقالهٔ دوم اصول اقلیدس» [۱۶۲] نشان می‌دهد که چگونه او قضایای یک تا ۱۰ مقالهٔ دوم اصول را بازنویسی کرده تا انسجام بیشتری به متن ببخشد. کوهی ۱۷ قضیه از خودش به متن اصلی اضافه کرده است.

سزیانو در مقالهٔ اخیرش با عنوان «تکملهٔ ثابت‌بن‌قرّه بر دربارهٔ تقسیم‌های اقلیدس» [۱۴۵] با توضیح دربارهٔ انگیزهٔ مترجمان کهن نشان داده است که چگونه مترجمان توانا همواره می‌کوشیدند تا منابع کهن را مطالعه و ترجمه کنند. در این مقاله، نوشتهٔ موجزی از ثابت‌بن‌قرّه دربارهٔ روش حل مسئله‌ای که اقلیدس در رسالهٔ در باب تقسیم‌ها مطرح کرده، نیز معرفی شده است. ثابت‌بن‌قرّه نشان داد که مساحت بخشی از دایره که بین ضلع یک مثلث متساوی الاضلاع محاطی و ضلع یک شش‌ضلعی منتظم واقع در قطعهٔ کوچک‌تر دایره قرار می‌گیرد، برابر با یک ششم مساحت آن دایره است.

نظریهٔ اعداد و سرگرمی‌های ریاضی

اشارهٔ کوتاه فوق به کار ثابت بن قرّه بر روی یک متن، با استدلال هوخندایک در مقالهٔ «ثابت‌بن‌قرّه و جفت متحاب ۱۷۲۹۶ و ۱۸۴۱۶» [۵۸] به خوبی سازگاری دارد. او استدلال کرده که ثابت‌بن‌قرّه نه تنها برای تولید اعداد متحاب قاعده‌ای وضع کرده است، بلکه از آن برای یافتن یک جفت عدد متحاب جدید (یعنی ۱۷۲۹۶ و ۱۸۴۱۶) نیز استفاده کرده است. قضیهٔ اصلی ثابت‌بن‌قرّه دربارهٔ اعداد متحاب، کمال‌الدین فارسی (د. ۷۱۸ق) را ترغیب کرد تا اثبات جدیدی عرضه کند. در اوایل دههٔ ۱۹۷۰ میلادی، سؤالی دربارهٔ کار کمال‌الدین فارسی مطرح شد که آیا ریاضی‌دانان دورهٔ اسلامی قضیهٔ اصلی حساب را اثبات کرده بودند یا نه. احمد آغارگون و کالین فلچر استدلال دقیقی آورده‌اند که برخلاف ادعای اخیر، رسالهٔ کمال‌الدین فارسی شامل اثبات قضیهٔ اصلی حساب

نیست؛ بلکه به مطلبی کاملاً متفاوت یعنی تعیین مستقیم مقسومٌ‌علیه‌های یک عدد از راه تجزیهٔ آن به عوامل اول پرداخته است.

مبحث دیگر نظریهٔ اعداد که تاریخچه‌ای طولانی در دورهٔ اسلامی دارد، مربع‌های وفقی (جادویی) است. مقالهٔ سزیانو با عنوان «کاوشی در روش‌های ساخت مربع‌های وفقی مرتبهٔ فرد در دورهٔ اسلامی» [۱۴۹] شامل گزارشی از رسالهٔ کشناوی (قرن یازدهم هجری) است. این رساله توضیحاتی گویا دربارهٔ مسائل زیر دارد: روش‌های کهن ساخت مربع‌های وفقی مرتبهٔ فرد، مربع‌های وفقی مرزی،[۱] مربع‌های وفقی افراز شده از مرتبهٔ $r \cdot n$ -متشکل از r^2 مربع وفقی مرتبهٔ nام- و مربع‌های وفقی که تنها با عددهای فرد در داخل و عددهای زوج در گوشه‌ها ساخته می‌شود. وی همچنین راه حلی برای مربع‌های وفقی مرتبهٔ فرد عرضه کرده که در آن، مرکز مربع خالی باقی می‌ماند. جدیدترین اثر سزیانو در این باره مقالهٔ «ترتیب هماهنگ اعداد در رساله‌ای از دورهٔ اسلامی دربارهٔ مربع‌های وفقی» [۱۷۴] است. در این مقاله تصحیحی از اثری آمده که به زعم سزیانو، متعلق به قرن پنجم هجری است؛ به این دلیل که مؤلف بسیار دقیق، اما ناشناس آن رساله، از کشفیات قرن چهارم آگاه بوده، ولی از راه حل کامل ساخت مربع وفقی با اعدادی به صورت 4k+2 که از دستاوردهای قرن ششم است، بی‌اطلاع بوده است.

مربع‌های وفقی در مرز نظریهٔ اعداد و سرگرمی‌های ریاضی قرار دارند. بخشی از اثری به نام کتاب المعاملات[۲] دقیقاً متعلق به سنت دوم است؛ این اثر به زبان لاتینی و بر مبنای منبعی عربی در قرن دوازدهم میلادی (پنجم هجری) در اسپانیا نگاشته شده است. سزیانو در مقالهٔ «مسئله‌ای از بین‌النهرین در اندلس» [۱۴۴]، مجموعهٔ مسائلی چون نردبان و درخت،[۳] از این کتاب را بررسی کرده است. بیشتر راه حل‌های این اثر مبتنی بر قضیهٔ فیثاغورس است و نشان می‌دهد که سه رویکرد به متعارف‌ترین و معمول‌ترین این مسائل (راه حل از طریق قاعده، اثبات هندسی و راه حل جبری) با تقسیم‌بندی سنتی تاریخ ریاضیات به دوره‌های بین‌النهرین باستان، یونان و دورهٔ اسلامی مطابقت دارد.

---

۱. سزیانو در «کاوشی در روش‌های ساخت مربع‌های وفقی در دورهٔ اسلامی (II)» [۱۴۳] متن عربی رساله‌ای قدیمی‌تر، از عزالدین زنجانی، دانشمند قرن ۶هـ، دربارهٔ مربع‌های وفقی مرزی را تصحیح کرده است. خلاصه‌ای از آن را نیز پیشتر منتشر کرده بود. سزیانو در مقالهٔ «رساله‌ای عربی دربارهٔ ساخت مربع‌های وفقی مرزی» [۱۴۷] به زبان انگلیسی نیز در این باره مطلبی دارد. سزیانو در «کاوشی در روش‌های ساخت مربع‌های وفقی در دورهٔ اسلامی (III)» [۱۵۰]، متن عربی و ترجمهٔ آلمانی رساله‌ای دربارهٔ مربع‌های وفقی نوشتهٔ جمال‌الزمان خرقی (د. ۹-۱۱۳۸م) را عرضه کرده است.

2. Liber Mahameleth

۳. این مسائل با استفادهٔ آن‌ها در دورهٔ اسلامی سازگار است؛ مثلاً سزیانو در «مسئله‌ای از بین‌النهرین در اندلس» [۱۴۴] (شمارهٔ ۱۷) نشان داده که بیرونی «مسائل نردبان» را در حوزهٔ سرگرمی‌های ریاضی قرار داده است.

ابعاد دیگرِ سنت یونانی در دورهٔ اسلامی

ابراهیم‌بن‌سنان، نوهٔ ثابت‌بن‌قرّه، ریاضی‌دان خوش‌ذوق نیمهٔ اول سدهٔ چهارم هجری، و هم‌عصر مسن‌تر کوهی است که پیشتر از اثرش دربارهٔ مقالهٔ دوم اصول سخن گفتیم. رسالهٔ تحلیل و ترکیب ابراهیم، یکی از چند رسالهٔ ریاضی‌دانان صاحب‌نام دورهٔ اسلامی در زمینهٔ این دو روش هندسی کهن است. هلن بلوستا در مقالهٔ «دربارهٔ تحلیل و ترکیب» [۷] نشان داده که ابراهیم‌بن‌سنان در این اثر دو هدف عمده داشته است: نخست عرضهٔ طبقه‌بندی مفصلی از مسائل هندسی براساس تعداد و نوع راه حل‌های آن‌ها و دیگری توضیح چگونگی انجام تحلیل و ترکیب. بنابراین مطابقت کاملی بین این دو روش وجود دارد. ابراهیم می‌گوید این کار را در پاسخ به کسانی کرده است که به تحلیل‌های متعارف انتقاد دارند؛ به این دلیل که خواننده همیشه از ظهور خطها و چیزهای دیگر در ترکیب شگفت‌زده می‌شود، حال آن که در تحلیل نمود نداشته‌اند.

دانشمندان مسلمان به طبقه‌بندی مسائل و بررسی تحلیل و ترکیب در قرن چهارم هجری اهتمام داشتند؛ ابراهیم‌بن‌سنان در اوایل این قرن، دربارهٔ این موضوع تألیفی داشته است و ابن‌هیثم نیز که قبلاً به راه حل جامعش برای مسئلهٔ تعیین سمت قبله پرداختیم، در اواخر همین قرن، در همین زمینه رساله‌ای تصنیف کرده که جاویش آن را در مقالهٔ «پژوهشی در تحلیل و ترکیب در ریاضیات عربی-اسلامی بر مبنای کتاب ابن‌هیثم» [۷۷] بررسی کرده است. جاویش متذکر شده که مؤلفان دورهٔ اسلامی تحلیل را به هندسه محدود نمی‌کردند، بلکه جبر را نیز نوعی تحلیل به شمار می‌آوردند و ابن‌هیثم نشان داده است که چگونه تحلیل می‌تواند در هر چهار شاخهٔ اصلی ریاضیات قدیم- یعنی هندسه، حساب، نجوم و موسیقی- به کار رود. به علاوه او تأکید می‌کند که تحلیل نیازمند خلاقیت است؛ زیرا روشی با یک دستورالعمل ابتدایی نیست. (پژوهشی دیگر در زمینهٔ تحلیل و ترکیب ابن‌هیثم، مقالهٔ «تحلیل و ترکیب در آثار ابن‌هیثم» [۱۸۱] رشدی راشد است؛ احمد جبار و خلیل جاویش متن مصحح، همراه با ترجمه و شرح این رسالهٔ ابن‌هیثم را به زودی منتشر خواهند کرد.)

ارشمیدس، و نه اقلیدس، الهام‌بخش بسیاری از بهترین آثار دورهٔ اسلامی بوده است. مؤلف در مقالهٔ پیشین خود با عنوان «پژوهش‌های انجام شده در تاریخ ریاضیات دورهٔ اسلامی تا سال ۱۹۸۵ میلادی» [که ترجمهٔ آن در شمارهٔ پیشین میراث علمی چاپ شد] بر ضرورت بررسی سنت ارشمیدسی تأکید کرده بود که خوشبختانه تحقیقات در این زمینه رو به افزایش است. از جمله پژوهش‌های ارزنده در باب سنت ارشمیدسی در دورهٔ اسلامی می‌توان به دو مقالهٔ ریچارد لورچ اشاره کرد. وی در مقالهٔ «انتقال کره و استوانهٔ ارشمیدس و شرح اتوکیوس به دورهٔ اسلامی» [۱۰۹] به بررسی واژه‌شناختی منابع عربی، عبری و لاتینی دربارهٔ انتقال مستقیم متن دربارهٔ کره و استوانه

پرداخته است. لورچ در مقالهٔ دیگری با عنوان «ابوجعفر خازن، هم‌پیرامونی و سنت ارشمیدسی» [۱۰۸]، چگونگی انتقال غیر مستقیم کره و استوانهٔ ارشمیدس را بررسی کرده است. این مقاله بر پایهٔ قضایای اصلی و اثبات‌های رساله‌ای از ابوجعفر خازن دربارهٔ هم‌پیرامونی شکل‌های هندسی است. به گفتهٔ عمر خیام، ابوجعفر در حل معادلات درجهٔ سوم از مقاطع مخروطی استفاده کرده است؛ حال آن که ماهانی آن معادلات را به مسئلهٔ چهارم در مقالهٔ دوم دربارهٔ کره و استوانهٔ ارشمیدس تقلیل داده است.

خصوصیت عجیب سنت ارشمیدسی در دورهٔ اسلامی این است که تنها دو اثر از آثار اصیل ارشمیدس، یعنی کره و استوانه و اندازه‌گیری دایره به دورهٔ اسلامی راه یافته‌اند. اما اگر بپذیریم که علم دورهٔ اسلامی تا سدهٔ سیزدهم هجری (نوزدهم میلادی) استمرار داشته است،[۱] جا دارد که متذکر شویم یانِنَوی در حدود ۱۷۰۰م تحریری از خط‌های مارپیچی ارشمیدس به دست داده است. برای اطلاعات بیشتر دربارهٔ این اثر به مقالهٔ برگرن به نام «ارشمیدس در دورهٔ عثمانی» [۱۶] مراجعه کنید.

دیگر آثار مشهور ارشمیدس در دورهٔ اسلامی، همگی جعلی هستند، اگرچه ممکن است حاوی بخش‌هایی از آثار اصیل ارشمیدس نیز باشند. پس این که سزیانو در میان قضایای یک نسخهٔ خطی عربی که در تهران نگهداری می‌شود، بخشی از یک اثر گمشدهٔ ارشمیدس را یافته، کاملاً با خصوصیات کلی سنت ارشمیدسی در دورهٔ اسلامی سازگار است. سزیانو در مقالهٔ «قطعه‌ای بازمانده منسوب به ارشمیدس» [۱۴۶] یافته‌هایش در این زمینه را شرح داده است. ارشمیدس در این اثر، دستوری برای یافتن مساحت مثلث به کمک اضلاعش وضع کرده است.

دیگر یافته‌های اخیر در زمینهٔ سنت ارشمیدسی در دورهٔ اسلامی در مقاله‌های راشد با عنوان‌های «ارشمیدس در ریاضیات دورهٔ اسلامی» [۱۲۴] و «شرح کندی بر اندازه‌گیری دایرهٔ ارشمیدس» [۱۲۵] آمده است. اولین مقاله که دربارهٔ سنت اندازه‌گیری سطوح و احجام است، نشان می‌دهد که ریاضی‌دانان دورهٔ اسلامی از قرن سوم تا پنجم هجری با اصلاح اثبات‌های ارشمیدس و بسط روش‌های او، مسائل جدید را حل می‌کردند. در مقالهٔ دوم شرح ابن اسحاق کندی، فیلسوف عرب، بر قضیهٔ سوم اندازه‌گیری دایرهٔ ارشمیدس، دربارهٔ محیط و قطر دایره عرضه شده است. مقالهٔ نور[۲] با عنوان «مطالعات متون هندسهٔ باستان و سده‌های میانه» [۹۷] بررسی پردامنه و دقیقی از سنت نگارش‌های مربوط به اندازه‌گیری دایرهٔ ارشمیدس در سده‌های میانه (اسلامی و لاتینی) به دست

۱. تا این زمان، سنت مطالعه و نسخه‌برداری از آثار دورهٔ اسلامی مسلماً ادامه داشته است.

2. Knorr

می‌دهد. به علاوه، در این مقاله راه حل‌های عرضه شده در دورهٔ اسلامی بـرای دو مسـئلهٔ نام‌آشـنا و کهن ریاضیات، یعنی تضعیف مکعب و تثلیث زاویه آمده است.

راه حل ابوسهل بیژن بن رستم کوهی برای مسئله‌ای برآمـده از قضـیهٔ پـنجم و ششـم مقالـهٔ دوم دربارهٔ کره و استوانهٔ ارشمیدس نیز در سنت ارشمیدسی جای می‌گیـرد کـه همـان سـاختن قطعـه‌ای کروی است که مساحت آن با مساحت قطعهٔ کروی دیگری و حجمش با حجم قطعهٔ کروی دیگـری برابر باشد. این مسئله را اخیراً برگرن در مقالهٔ «کـوهی و ‘رفـع نقـص از مقالـهٔ دوم ارشـمیدس’ در تحریر نصیرالدین طوسی» [۱۹] بررسی و منتشر کرده است. به تعبیر امروزی، ایـن مسـئله مسـتلزم حل دو معادلهٔ درجهٔ سوم است؛ اما کوهی مسئله را به صورت جبری بیان نکرده است. کـوهی ایـن مسئله را تقریباً معادل مسئلهٔ هندسی رسم پاره‌خط‌هایی به شـمار مـی‌آورد کـه از روابـط مشخصـی پیروی می‌کنند. او این پاره‌خط‌ها را از مقـاطع مخروطـی متقـاطع، و در ایـن نمونـهٔ خـاص از یـک هذلولی و سهمی، می‌سازد. این دو مقطع مخروطی همان مقاطعی هستند که عمـر خیـام ۷۰ سـال بعد، از آن‌ها در حل معادلات درجهٔ سومی استفاده کرد که از مسئلهٔ کوهی برآمده بودند.

یکی از معاصران کوهی، ابوسعید سـجزی بـود کـه تألیفـاتش منبـع مهمـی بـرای پژوهش‌هـای نتیجـه‌بخش هوخنـدایک دربـارهٔ مطالـب گمشـدهٔ اقلیـدس و آپولونیـوس بـوده اسـت.[1] دو مقالـهٔ هوخندایک در این زمینه عبارتند از «جستاری در پوریسم‌های مفقود اقلیدس و نشانه‌های آن در آثار دورهٔ اسلامی» [۶۰] و «ردپاهایی از آثار مفقود آپولونیوس در آثار دورهٔ اسلامی»[۵۹]. (مقالـهٔ دوم حاوی نشانه‌هایی از رساله‌های مِیل‌ها[2]، دربارهٔ تماس‌ها و مکان‌های هندسی در صـفحه اسـت کـه لابد این رساله‌ها در دورهٔ اسلامی در دست بوده‌اند.) خود آثار سجزی نیـز منبعـی بـرای تحقیقـات بوده‌اند که از آن میان می‌توان از پژوهش‌های رشدی راشد و پاسکال کروزه نام بـرد. مقالـهٔ راشـد بـا عنوان «سجزی و ابن‌میمون: شرح ریاضی و فلسفی قضـیهٔ چهـاردهم مقالـهٔ دوم مقـاطع مخروطـی آپولونیوس» [۱۲۱] به رساله‌ای تأثیرگذار از سجزی دربارهٔ مجانب‌های هـذلولی اختصـاص یافتـه و مقالهٔ کروزه با عنوان «تصور بُعد از منظـر سـجزی» [۳۳]، دربـارهٔ رسـاله‌ای اسـت کـه سـجزی در بخشی از آن کوشیده است تا حجم فضای بین سه کره‌ای را به دست آورد کـه دوتـای آن‌هـا جـدا از یکدیگرند و هر دو در کرهٔ سوم محاطند. کروزه درک موضـوع اثـر را دشـوار می‌دانـد و حـق نیـز بـا اوست؛ اما این فرض او که کشف نیمه‌شهودی تصور بُعد، به تصور کره‌های چهـار بعـدی نیـاز دارد

۱. پل کونیچ و ریچارد لورچ در مقالهٔ «یادداشتی دربارهٔ نسخهٔ خطـی پـاریس بـه شـمارهٔ BN ar. 2457» [۱۰۶] شـواهد نسخه‌شـناختی متقاعدکننده‌ای آورده‌اند که نشان می‌دهد برخلاف تصورات پیشین، نسخهٔ خطی کتابخانهٔ ملی فرانسه را کوهی استنساخ کرده است و نه سجزی.

2. Neusis

که فراتر از دوران سجزی است، فرضی غیرموجه است.

گذشته از آثار دورهٔ اسلامی دربارهٔ تثلیث زاویه، تضعیف مکعب و مسائل مرتبط بـا آن‌هـا، فهـم اغلب آثار سنت ارشمیدسی در این دوره نیز مستلزم دانشی نسبتاً عمیق در زمینـهٔ مقـاطع مخروطـی است. یکی از منابع جدید و مهم برای مطالعهٔ سنت مخروطات دورهٔ اسـلامی کتـاب جرالـد تـومر [۱۵۱] است. در این کتـاب مـتن عربـی ترجمـهٔ بنوموسـی و ثابـت‌بن‌قرّه از مقالـهٔ پـنجم تـا هفـتم مخروطات آپولونیوس- که متن یونانی آن‌ها از بین رفته- همراه با ترجمهٔ انگلیسی و تحلیل مطالـب آن‌ها به چاپ رسیده است.

استفاده از بیضی در نجوم، به علت اهمیت نظری آن، نتیجهٔ مطالعات کپلر پنداشته می‌شود، امـا باید گفت که زرقالی، منجم اندلسی قرن پنجم، به علت شباهت مسـیر حرکـت مرکـز فلـک تـدویر عطارد به بیضی، این شکل هندسی را در طراحی صفیحهٔ خود به کار برده اسـت. مرسـه کـومس در کتاب صفیحه‌های اندلسی: ابن‌سمح، زرقالی و ابوصلت [۳۱] رساله‌ای حاوی این نظریه را به همراه رساله‌ای از ابن‌سمح در همین موضوع منتشر کرده است.[۱] چنان‌که سامسـو و اونورینـو می‌یِلگـو در (ص ۲۹۲) مقالهٔ «الگوی زرقالی برای عطارد» [۱۴۰] آورده‌اند، زرقالی در استفاده از بیضـی هـیچ مدعای نظری‌ای نداشته است. آن‌ها اثبات کرده‌اند کـه هـیچ یـک از مؤلفـان زیج‌هـای اندلسـی یـا مغربی، از تقریب بیضوی برای کار دشوار محاسبهٔ موقعیت عطارد بهره نگرفته‌اند.

دیگر موارد استفادهٔ از مقاطع مخروطی در دورهٔ اسلامی، استفاده از هـذلولی‌وار دوار (هـذلولی دوران‌یافته) در قرن چهارم است. رشدی راشد در کتاب آرای سه دانشمند قرن چهـارمی، ابن‌سـهل، کوهی و ابن‌هیثم در زمینهٔ هندسه و نورشناسی شکست [۱۲۶]، روش ابوسعد علاء بـن سـهل را در طراحی دو نوع عدسی با استفاده از هذلولی‌وار دوار منتشر کرده است:[۲] اول عدسی مسطح-محدبی که پرتوهای موازی ورودی را چنان کانونی می‌کند که سبب آتش‌سوزی در فاصله‌ای معین می‌شود و دوم عدسی محدب‌الطرفینی که دسته‌ای از پرتوهای تابیده از منبعی نقطه‌ای را در فاصـله‌ای متنـاهی متمرکز می‌کند.

بیژن بن رستم کوهی موفق به کشف خاصیت کانون-خط هادی هذلولی شد که این امـر شـاهد دیگری بر تحقیقات دورهٔ اسلامی در مورد هذلولی به شمار می‌رود[۳] (هوخندایک در مقالـهٔ «کـوهی

۱. هر دو رساله دربارهٔ ابزاری به نام «صفیحه» هستند که در سده‌های میانه برای محاسبهٔ قیاسی موقعیت سـیارات بـه کـار می‌رفـت. ایـن واقعیت که تنها کاربرد شناخته شدهٔ مقاطع مخروطی پیش از دورهٔ کپلر در رساله‌ای دربارهٔ ابزارهای نجـومی پیـدا شـده، تنهـا یکـی از شواهد فراوانی است که می‌توان در مورد اهمیت تاریخ ابزارها برای تاریخ ریاضیات به آن استناد کرد.

۲. راشد پیشتر نیز در مقالهٔ «ابن‌سهل؛ از پیشگامان نورشناسی شکست، آینه‌های سوزان و عدسی‌ها» [۱۲۲] دربارهٔ این موضوع بحث کرده بود.

۳. البته پاپوس و بی‌تردید هندسه‌دانان یونانی دیگر نیز از این خاصیت اطلاع داشته‌اند؛ اما دلیلی وجود ندارد که ریاضی‌دانان دورهٔ اسلامی آن را از یونانیان فراگرفته باشند.

و رسم پنج‌ضلعی منتظم در مربعی مفروض» [۵۷] به بررسی این موضوع پرداخته است). کوهی این خاصیت را در حل حالت دشوارتر مسئله‌ای دوحالتی به کار برد که عبارت است از محاط کردن پنج ضلعی منتظمی درون مربعی مفروض که معادل حل یک معادلهٔ درجهٔ چهارم است.

فیلیپ آبگرال در مقاله‌ای تازه‌تر با عنوان «دایره‌های مماس کوهی» [۲] یکی از آثار کوهی را چاپ کرده که مبتنی بر استفاده از مقاطع مخروطی است. کوهی در این رساله برای یافتن خطی مفروض در مرکز کره به گونه‌ای که مماس با دو شیء ریاضی باشد (هر یک از این دو شیء می‌تواند نقطه،[۱] خط یا دایره باشد) از روش تحلیل و مقاطع مخروطی استفاده کرده است.

بطلمیوس چهارمین ریاضی‌دان یونانی (در کنار اقلیدس، ارشمیدس و آپولونیوس) است که آثارش جزو مهم‌ترین تألیفات در تاریخ علوم ریاضی به شمار می‌رود. بی‌تردید مجسطی تأثیرگذارترین اثر او در علوم دورهٔ اسلامی بوده است. پل کونیچ در دههٔ گذشته، پیشینهٔ سنت عربی-لاتینی مجسطی را در سده‌های میانه دنبال کرده و سرنوشت فهرست ۱۰۲۵ ستاره در سده‌های میانه را که در باب پنجم مقالهٔ هفتم و باب اول مقالهٔ هشتم مجسطی آمده، بررسی کرده است. نتیجهٔ تحقیقات او در دو مقالهٔ زیر آمده است: «مجسطی بطلمیوس به منزلهٔ رساله‌ای ریاضی در سنت عربی-لاتینی» [۱۰۱] و «فهرست ستارگان مجسطی و سنت عربی-قرون وسطایی؛ بخش اول: ترجمهٔ عربی؛ بخش دوم: ترجمهٔ لاتینی گرارد کرمونایی؛ بخش سوم: تطبیق مختصات ستارگان» [۱۱۷]. کونیچ و اسمارت در کتاب مقدمه‌ای مختصر بر نام‌های جدید ستارگان و ریشه‌های آن‌ها [۱۰۲] در سطحی همه‌فهم‌تر، گزارش جامعی از ریشهٔ نام‌های ۲۵۴ ستارهٔ درخشان عرضه کرده‌اند.

تسطیح کره در دورهٔ اسلامی

یکی از کهن‌ترین روش‌های تصویر کره بر روی سطح، روش بطلمیوس در کتاب آنالماست. او در این اثر سازوکار ریاضی مورد نیاز برای جنبه‌های نظری طراحی ساعت آفتابی را شرح داده است. در ساعت آفتابی افقی با شاخص عمودی، کرهٔ سماوی بر صفحهٔ افق تصویر می‌شود و در دورهٔ اسلامی این سؤال در میان متخصصان ساعت‌های آفتابی مطرح شد که آیا خطوط ساعت، مستقیم هستند یا نه؟ هوخندایک در مقاله‌ای مختصر اما غنی، با عنوان «رسالهٔ ابن‌هیثم دربارهٔ خطوط ساعت» [۶۸] خلاصه‌ای از تاریخ این مسئله و فعالیت‌های ابن‌هیثم در این زمینه را شرح داده است. ابن‌هیثم اولین کسی بود که نشان داد هیچ‌یک از خطوط ساعت به‌جز خط ظهر، بر روی

۱. دایرهٔ گذرنده از یک نقطه، بر آن نقطه مماس است.

ساعت آفتابی مستقیم نیستند.

اثر بسیار مهم دیگر در علم دورهٔ اسلامی، رسالهٔ تسطیح کرهٔ[1] بطلمیوس است. کونیچ و لورچ در اثری با عنوان حاشیه‌های مسلمهٔ مجریطی بر رسالهٔ تسطیح کرهٔ بطلمیوس و متون مرتبط با آن [۱۰۵]، این موضوع را بررسی کرده‌اند. یک سال پس از انتشار این اثر، لورچ در مقاله‌ای با عنوان «بطلمیوس و مسلمة و انتقال دایره به دایره در تسطیح» [۱۱۱] گزارشی از مطالب مندرج در حاشیه‌های مسلمة را منتشر کرد. این مطالب را می‌توان به عنوان برهان خاصیت حفظ شکل دایره در تسطیح تفسیر کرد. برهانی که لورچ به آن اشاره می‌کند، شاید متقدم‌تر از برهان فرغانی باشد که تا پیش از آن کهن‌ترین شیوهٔ اثبات این خاصیت انگاشته می‌شد.

از دل رسالهٔ تسطیح کرهٔ بطلمیوس، اسطرلاب به دست می‌آید.[2] کوهی اثری دربارهٔ این ابزار به نام صنعة الأسطرلاب بالبراهین داشته است که برگرن و راشد آن را به ترتیب در مقالهٔ «متن، ترجمه و شرح رسالهٔ ابوسهل کوهی دربارهٔ ساخت اسطرلاب با برهان» [۱۷] و کتاب آرای سه دانشمند قرن چهارمی، ابن‌سهل، کوهی و ابن‌هیثم در زمینهٔ هندسه و نورشناسی شکست [۱۲۶]، چاپ کرده‌اند. کوهی رساله‌اش را با بحث نظری جامعی دربارهٔ حالت‌های ممکن تصویر کره بر روی صفحه و انواع منحنی‌های شکل گرفته از چنین تصویرهایی آغاز می‌کند. کوهی پس از اثبات اجمالی این نکته که در تسطیح، دایره به دایره یا خط راست تصویر می‌شود، بخش عمدهٔ اثرش را به حل مسائلی اختصاص داده است که نشان می‌دهد در صورت از بین رفتن برخی اجزای اسطرلاب، چگونه می‌توان کل آن را بر اساس آنچه باقی مانده است بازسازی کرد.[3]

این رساله حاکی از اهمیت بررسی جامع و مانع آثار، پیش از هر گونه نتیجه‌گیری قطعی دربارهٔ آن‌هاست. برای نمونه، کوهی در رسالهٔ قسمة الخطوط علی نسب السطوح این مسئله را مطرح می‌کند که چهار نقطهٔ A، G، D و B روی پاره خط AB مفروضند، نقطهٔ E را روی پاره خط GD چنان انتخاب کنید که $AE \cdot ED / GE \cdot EB$ با نسبتی معلوم برابر باشد. اگر از محتوای رسالهٔ اسطرلاب کوهی مطلع نبودیم، به زحمت می‌توانستیم تصور کنیم که مسئلهٔ اصلی رسالهٔ في النسبة المحدودة آپولونیوس، در طراحی اسطرلاب مؤثر بوده است؛ اسطرلابی با فرض دایره‌ای موازی با افق یک عرض جغرافیایی معلوم و نیز با فرض تصویر نقطه‌ای با میل معلوم.

---

1. *Planisphaerium*

۲. در کتاب عرب‌ها و ستارگان: متون و سنت‌های در مورد ستارگان ثابت و تأثیر آن‌ها بر اروپای سده‌های میانه [۱۰۳]، مجموعه‌ای از مقالات کونیچ منتشر شده است که اگرچه مستقیماً به مسائل ریاضی نمی‌پردازد، در مورد تاریخ اسطرلاب، چه در دورهٔ اسلامی و چه در غرب لاتینی، بسیار آموزنده است.

۳. سنت چنین مسائلی در رسالهٔ تسطیح کرهٔ بطلمیوس ریشه دارد. بطلمیوس در این رساله به حل مسئلهٔ تعیین شعاع دایرهٔ استوا پرداخته است، در حالتی که تصویر دایرهٔ عظیمه‌ای از آن کره روی صفحه (که معمولاً نشان دهندهٔ مدار رأس سرطان است) و فاصلهٔ همان دایرهٔ عظیمهٔ کره تا قطب جنوب (روی خود کره) معلوم باشد.

یکی از دلایل اهمیت اسطرلاب در تاریخ ریاضیات، چالشی بود که این ابزار پیش روی هندسه‌دانان می‌گذاشت؛ آن‌ها باید روش‌های جدیدی برای رسم کمان‌ها و دایره‌های روی کره بر سطح می‌یافتند و طبیعتاً یکی از این دایره‌ها، مسیر حرکت سالانهٔ خورشید یا همان دایرةالبروج بود که در اسطرلاب نقشی اساسی دارد. کریستوفر آناگنوستاکیس در مقالهٔ «چگونه دایرةالبروج را روی اسطرلاب تقسیم‌بندی کنیم؟» [۵] برخی از شیوه‌های رسم آن را بررسی کرده است. دانشمندان دورهٔ اسلامی در رسم برخی از مشکل‌ترین منحنی‌های روی اسطرلاب سهیم بودند که از آن میان می‌توان به رسم دایره‌های سمت اشاره کرد. برگرن در مقالهٔ «روش‌های رسم دایره‌های سمت روی اسطرلاب در دورهٔ اسلامی» [۱۳] ده روش هندسی رسم این منحنی‌ها را روی اسطرلاب بررسی و تحلیل ریاضی کرده است. این مطالعه در کنار نتایج مختلف نشان می‌دهد که روش کوهی در رسم دایره‌های سمت، به احتمال بسیار از کشفیات خود اوست. برگرن در مقالهٔ بعدی خود با عنوان «آنالمای حبش حاسب برای رسم دایره‌های سمت روی اسطرلاب» [۱۴] استدلال کرده که روش حبش حاسب، در اصل مبتنی بر روشی هندسی است که در ریاضیات یونانی و اسلامی رایج و به روش آنالما مشهور بوده است.

هندسه‌دانان مسلمان بر این نکته واقف بودند که با استفاده از تقارن حاصل از تسطیح می‌توان بخش‌های مورد نیاز تصویر قطب جنوب را جایگزین بخش‌های زائد تصویر قطب شمال کرد. این موضوع موجب پدید آمدن انواع اسطرلاب‌های آمیخته شد. هندسه‌دانان، هم در نام‌گذاری اسطرلاب‌ها و هم در طراحی آن‌ها خلاق و مبتکر بودند. علاقه‌مندان می‌توانند برای فهم اصطلاح‌های گیج‌کننده و دشواری چون آسی، مُسَرطَن (خرچنگی) و غیره به مقالهٔ لورچ با عنوان «اسطرلاب‌های آمیخته در حوزهٔ فرهنگی عربی-اسلامی» [۱۱۰] مراجعه کنند که حاوی متنی مختصر و تصاویری ظریف و دقیق است.

نگاشت دیگر کره که سبب بحث‌های فراوانی در قرن چهارم شد، نگاشتی است که در طراحی اسطرلاب مُبَطَّخ (خربزه شکل) کاربرد داشت. ابوریحان بیرونی در رسالهٔ تسطیح الصور وتبطیخ الکور از این نگاشت سخن به میان آورده است و منجمان بزرگ را هم در شمار حامیان و هم در عداد منتقدان آن دانسته است. تسمیهٔ مبطخ چندان عجیب به نظر می‌رسد که برخی از محققان دربارهٔ صحت قرائت لفظ عربی آن تردید داشتند. کندی و لورچ، ریاضیات نهفته در این ابزار را بر اساس رسالهٔ حبش حاسب در مقالهٔ «حبش حاسب و اسطرلاب مبطخ» [۸۳] توضیح داده‌اند. از این رساله برمی‌آید که اسطرلاب مبطخ بر اساس نگاشت سمتی قطبی کار می‌کند و از ویژگی‌های این نگاشت آن است که فاصلهٔ بین دایره‌های موازی با استوا و فواصل نقاط دایره‌های نصف‌النهار حفظ می‌شود. مشکل بزرگ این تسطیح که حبش آن را حل کرد، رسم افق و مقنطرات و دایره‌های

سمت وابسته به آن است. ظاهراً به سبب شباهت تصویر افـق روی ایـن اسـطرلاب بـه خربـزه، آن را مبطخ نامیده‌اند.

سومین مقاله دربارهٔ رساله‌های دورهٔ اسلامی با موضـوع تسـطیح، مقالـهٔ احمـد دلّال بـا عنـوان «کتاب الدرر في سطح الأکر بیروني» [۳۵] است. ایـن رسـالهٔ بیرونـی کـه بـه طراحـی اسـطرلاب مسـطح بـرای مقاصـد احکـام نجـومی و شـیوهٔ اسـتفاده از آن پرداختـه اسـت، بـا مبحثـی دربـارهٔ اسطرلاب‌های غیرمتعارفی چون اسطرلاب زورقی و اسطرلاب حلزونی خاتمه می‌یابد.

کره می‌تواند شیوه‌ای مستقیم برای نمونه‌سازی افلاک و آسمان‌ها در زمینه‌های تصور، آمـوزش و حل مسائل باشد. روی چنین کره‌ای، دایره‌های سماوی مهـم رسـم می‌شـوند و معمـولاً تعـدادی از ستارگان یا صورت‌های فلکی اصلی نیز با علامت‌هایی مشخص می‌شـوند. امیلـی سـویج اسـمیت نمونه‌های بازمانده از این ابزارها را در کتاب تـاریخ، سـاختار و کاربردهـای کره‌هـای سـماوی دورهٔ اسلامی [۱۴۱] به‌دقت مطالعه کرده است. این کره‌هـا می‌تواننـد حـول قطب‌هایشـان درون دو دایـرهٔ متعامد دوران کنند. این دو دایره، دایره‌های افق و نصف‌النهار ناظر را نشان می‌دهند. لورچ و کـونیچ در مقالهٔ «رسالهٔ حبش حاسب دربارهٔ کره و کاربردهـای آن» [۱۰۷] متن و ترجمهٔ این رساله را چاپ کرده‌اند.

امیلیا کالوو

دربارهٔ سنت اسطرلاب و دیگر ابزارهای علمی اندلسی و مغربی، تحقیقات مهمی زیر نظر خولیو سامسو در دانشگاه بارسـلون انجـام شده است و شاگردان او آثار متعددی دربارهٔ این موضـوعات منتشـر کرده‌اند. اگرچه بیشتر این آثار به زبـان کاتـالان منتشـر شـده‌اند و از همین رو قابل ذکر نیستند، امـا دو مقالـهٔ انگلیسـی امیلیـا کـالوو در مورد اسطرلاب جـامع ابـن باصـو، متوفـای ۱۳۱۶م در غرناطـه، بـا عناوین «صفیحهٔ جامع ابن‌باصو و تأثیر آن بر نجوم اروپـا» [۲۵] و «تتبعـی در سـاختار اسـطرلاب جامع ابن‌باصو بر مبنای توضیحات منجمی مراکشی در قرن دوازدهم» [۲۶] به تازگی منتشـر کـرده است (صفت «جامع» حاکی از این اسـت کـه بـرخلاف اسـطرلاب‌های معمـولی، ابـزار ابن‌باصـو قابلیت کاربرد در همهٔ عرض‌های جغرافیـایی را دارد). در ایـن ابـزار خلاقانـه، تسـطیح از دو نقطـهٔ مختلف با هم تلفیق می‌شود و به فراخور مسئله، به مجموعه منحنی‌های [حاصل از تسطیح] معانی متفاوتی داده می‌شود، تا مسئله حل شود (به عقیدهٔ کالوو این صفیحه را عـده‌ای از منجمـان لاتینـی دوباره کشف کردند). دو مقالهٔ روزر پوژ «دربارهٔ صفیحهٔ شَکّازیة» [۱۱۸] و «روش ترسیمی زرقـالی برای به دست آوردن فواصل ماه» [۱۱۹] نیز در این زمینه اهمیت دارند. در اولین مقاله، او می‌گویـد صفیحهٔ اسطرلاب شکّازیة که یکی از دو اسطرلاب جامع شناخته‌شده از قرن پنجم اندلس است، در

واقع شکل سادهشدهٔ اسطرلاب جامع بوده و از روی آن طراحی شده است. اسطرلاب جامع را زرقالی، منجم اندلسی، اختراع کرده بود و پیشتر به صفیحهٔ او برای عطارد اشاره شد. در مقالهٔ دوم، او ویژگیهای ریاضی ابزار موجود در پشت اسطرلاب زرقالی را مطالعه و بررسی کرده است. در این ابزار، یک روش هندی برای یافتن اختلاف منظر ماه بر اساس نظریهٔ بطلمیوس به کار رفته است.

نقشهنگاری و جغرافیا

تسطیح علاوه بر کاربردهایش در نجوم، در نقشهنگاری نیز اهمیت داشت. یکی از جذابیتهای تاریخ نقشهنگاری دورهٔ اسلامی این است که مطالب جدیدی همچنان کشف میشوند. یکی از نمونههای آن ابزاری برای قبلهیابی است که در سال ۱۹۸۹م در مؤسسهٔ ساتبی لندن فروخته شد. بر روی صفیحهٔ این قبلهنما، نقشهای از سرزمینهای اسلامی سدههای میانه به مرکزیت مکه نقش بسته است. این ابزار، خطکش قابل دورانی دارد که وقتی روی مربعی از این نقشه که متناظر با شهری است، قرار بگیرد، میتوان سمت قبلهٔ آن شهر را از روی لبهٔ ابزار خواند و فاصلهٔ آن شهر تا مکه را با استفاده از مقیاس روی خطکش به دست آورد.

در این ابزار که در اصفهان و احتمالاً در اوایل قرن دوازدهم هجری ساخته شده، تسطیحی به کار رفته است که گمان میرفت کارل شوی، تاریخنگار آلمانی در حوزهٔ تاریخ علم دورهٔ اسلامی، آن را در دههٔ ۱۹۲۰م ابداع کرده است. اما ساخت آن به سال ۱۷۱۰م بازمیگردد و محققان معتقدند که این ابزار باید جانشین نمونههای ابتدایی این ابزار در دورهٔ اسلامی باشد. کینگ در مقالهٔ «روایتی موجز از تحقیقات اخیر دربارهٔ نقشههای جهان برای یافتن سمت و فاصلهٔ مکه» [۹۶] استدلال میکند که «ابوریحان بیرونی نیز نقشهای مکهمرکز، یعنی چیزی مشابه نقشهٔ جهان اصفهان طراحی کرده است» (ص۸). در سنت علمی دورهٔ اسلامی، ابزارسازان در بسیاری از موارد، نصفالنهارهای اندکی خمیده در دو طرف مکه را با خطهای راست نشان میدادند. اگر چنین ابزاری پیدا نمیشد، کسی نمیتوانست وجود این راه حل مبتکرانهٔ نقشهنگاری را در یافتن سمت قبله تصور کند.[۱]

بیشتر مختصات مناطق حک شده روی قبلهنما، برگرفته از طول و عرضهای جغرافیایی موجود در زیجهای نصیرالدین طوسی و الغبیگ است. کتاب ادوارد اس. کِنِدی و همسرش مری هلن کندی به نام مختصات جغرافیایی شهرها بر اساس منابع دورهٔ اسلامی [۷۹] منبعی ارزشمند برای چنین مختصاتهایی است. آنها مختصات هزاران شهر را به همان صورتی که در منابع دورهٔ اسلامی ثبت شده است، منتشر کردند. تا مدتها تنها نسخهٔ کامپیوتری این اثر در بیروت،

۱. برای اطلاع بیشتر از این ابزار قبلهیاب نگاه کنید به ترجمهٔ فارسی مقالهٔ یان پیتر هوخندایک با عنوان «اسرار قبلهنماهای اصفهان»، ترجمهٔ صمد فرخنهاد، در نشریهٔ میراث علمی، شمارهٔ ۱، بهار و تابستان ۱۳۹۱، ص ۲۱-۳۵.

پراویدنس[۱] و یا نیوهِوِن[۲] در دسترس بود و استقبال از انتشار آن طبیعی بود. هرچند تجربهٔ طولانی کِندی در کار با این فهرست، سبب شد تا چهار دسته‌بندی مختلف از داده‌ها (بر اساس شهر، منبع، افزایش طول جغرافیایی و افزایش عرض جغرافیایی) عرضه شود و همین تأخیر موجب غنای بیشتر کتاب شده است.

یکی از مسائل جالب ریاضی برگرفته از آموزهٔ جغرافیایی قدیمِ مفهوم «اقلیم» است. این مسئله، موضوع مقالهٔ احمد دلال به نام «بیرونی و اقلیم» [۳۴] است. اقلیم در جغرافیای قدیم، به کمربندهایی روی سطح زمین و موازی با استوا گفته می‌شد که از راه تعیین بیشترین طول روز مشخص می‌شد و بیرونی در باب نهم مقالهٔ پنجم قانون مسعودی، قلمرو آن‌ها را محاسبه کرده است. دلال در بررسی این رساله نشان داده که بیرونی دقیقاً از رابطهٔ ارشمیدس برای اندازه‌گیری مساحت قطعه‌های کروی استفاده کرده است. رابطهٔ او برای تعیین مساحت ناحیه‌ای محصور شده در عرض‌های φ و φ' به صورت $\pi\cdot[(180\times 56\frac{2}{3})/\pi]^2(\sin\varphi'-\sin\varphi)$ است و در آن $\pi = 22/7$ تقریب زده شده است. در ادامه خواهیم دید، این مسئله در مبحثی دیگر و با راه حلی متفاوت مطرح می‌شود.

نورشناسی در دورهٔ اسلامی

در کنار نقشه‌نگاری، نورشناسی علم دیگری بود که برای دانشمندان دورهٔ اسلامی اهمیت فراوانی داشت. انتشار آثار و پژوهش‌های اخیر، آگاهی ما را در باب دستاوردهای دانشمندان دورهٔ اسلامی در این حوزه بسیار افزایش داده است. مهم‌ترین پژوهش منتشر شده در این زمینه از آن عبدالحمید صبره در کتاب نورشناسی ابن‌هیثم [۱۳۳] است. او ترجمهٔ انگلیسی مقالات اول تا سوم کتاب المناظر ابن‌هیثم را به همراه تحلیل و بررسی آن‌ها منتشر کرده است[۳] (ترجمهٔ انگلیسی صبره بر مبنای متن عربی کتاب المناظر [۵۵] ابن‌هیثم است که پیشتر خود او آن را چاپ کرده بود). ابن‌هیثم در این مقالات به بررسی مسئلهٔ رؤیت مستقیم پرداخته است. اثر ابن‌هیثم تلاشی در جهت بررسی مجدد، نظام‌مند و کامل علم ابصار و استقرار آن بر اصولی جدید است و فیزیک و ریاضیات را به صورت کاملاً متفاوت و تازه‌ای تلفیق می‌کند.

صبره دربارهٔ آثار نورشناسی ابن‌هیثم پیشتر نیز تحقیق کرده بود. او مقاله‌ای با عنوان «بررسی روانشناختی و ریاضی خطای بصری ماه[۴] از نظر بطلمیوس و ابن‌هیثم» [۱۳۲] منتشر کرده و در آن

۱. مرکز ایالت رودآیلند آمریکا؛ دانشگاه براون مهم‌ترین دانشگاه این شهر است.
۲. دومین شهر مهم ایالت کِنِتیکِت آمریکا؛ دانشگاه یِیل در این شهر قرار دارد.
۳. برگرن [۱۸] و خیراندیش [۸۴] نقدهایی بر این کتاب نوشته‌اند (خیراندیش در نقدش نکات تاریخنگاری جالبی مطرح کرده است).
۴. این خطای بصری، ناظر بر آن است که ماه کامل در نزدیکی افق، بزرگتر از هنگامی به نظر می‌رسد که در وسط آسمان است.

به بررسی آرای ابن‌هیثم در رسالهٔ رؤیة الکواکب، با توجه به دیگـر آثـار او و نیـز نظـرات بطلمیـوس پرداخته است. ابن‌هیثم در این رساله می‌کوشد تا میان نظریهٔ بطلمیوس در مجسطی دربـارهٔ خطـای بصری ماه و نظر خودش در کتاب المناظر سازگاری ایجاد کند. ابن‌هیثم لایـه‌ای از هـوا را بـالاتر از جو متراکم و بخارآلود اطراف زمین و پایین‌تر از اثیر فرض کرده است. او با این فـرض و بـا نظـر بـه قوانین شکست نور، از لحاظ ریاضی امکان بزرگتر از حد معمول به چشـم آمـدن مـاه و خورشـید را ثابت کرده است.[1] صبره اخیراً بررسی آثار ابن‌هیثم در زمینهٔ نورشناسیِ پدیده‌های نجومی را با انتشار مقاله‌ای با عنوان «در باب رؤیت کواکب» [۱۷۳] پی گرفته است. او در این اثر عـلاوه بـر تصـحیح اثری از ابن‌هیثم با عنوان حلُّ شکوکٍ في کتاب المجسطي یُشکّك فیها بعـضُ أهـل العلـم آن را بـه انگلیسی ترجمه و برخی مسائل مطرح شده در آن را بررسی کرده است.

صبره معتقد بود که اولاً، المناظر بطلمیوس تأثیر بسیار ناچیزی بـر دورهٔ اسـلامی داشـته اسـت؛ زیرا بخش عمده‌ای از دانشمندان دورهٔ اسـلامی بـه آن دسترسـی نداشـته‌اند؛ ثانیـاً، «علـم منـاظر» ابن‌هیثم دربارهٔ علم رؤیت بود و نه ابزارهای متمرکز کنندهٔ نور، مانند عدسی‌ها و یا آینه‌های سـوزان. برخی از پژوهشگران، از جمله راشد، این دو دیدگاه را رد کرده‌اند. راشد در کتاب آرای سـه دانشـمند قرن چهارمی، ابن‌سهل، کوهی و ابن‌هیثم در زمینهٔ هندسه و نورشناسی شکسـت [۱۲۶] رسـائلی را در موضوعات مختلفی چون آینه‌های سوزان و عدسی‌های بـزرگ‌نمـا منتشـر کـرده اسـت. یکـی از جالب‌ترین این رساله‌ها متعلق به ابوسعد علاء بن سهل است.[2] بـه زعـم راشـد، ایـن رسـاله سـبب تجدید نظر بنیادی در دیدگاه‌های محققان دربارهٔ نورشناسی دورهٔ اسـلامی شـده؛ زیـرا اولـین گـزارهٔ قانون شکست (قانون اسنل) در این رساله آمده است. صبره از محققانی است کـه ایـن اثـر راشـد را نقد [۱۳۴] و با این نتیجه‌گیری او مخالفت کرده است؛ هرچنـد اثـر راشـد بی‌تردیـد، بـه دلایلـی از جمله رویکرد ریاضی آن در بررسی ویژگی‌های کانونی عدسی‌ها اثر مهمی محسوب می‌شود.[3]

اختلاف دیگر صبره با راشد بر سر میزان نفوذ سنت نورشناسی ابن‌هیثم در دورهٔ اسـلامی اسـت. هرچند دانشمندان دورهٔ اسلامی با المناظر بطلمیوس آشنایی داشته‌اند، اما اثر اقلیدس با همین نـام، دارای سنتی پایدار در دورهٔ اسلامی بوده است. الهه خیراندیش در مقالهٔ «گشتارها بـه مثابـهٔ مسـائل زبانی در روایتِ عربیِ نورشناسی اقلیدس» [۸۵]، موضوعات مربوط به انتقال نورشناسـی اقلیـدس

۱. صبره و هاینن متن تصحیح‌شدهٔ رؤیة الکواکب ابن‌هیثم را با ترجمهٔ انگلیسی آن منتشر کرده‌اند [۱۳۱].
۲. راشد پیشتر نیز در مقالهٔ «ابن‌سهل از پیشگامان نورشناسی شکست، آینه‌های سوزان و عدسی‌ها» [۱۲۲] دربارهٔ این موضوع بحث کرده بود.
۳. هوخندایک در نقدی که به زودی در مجلهٔ فیزیس منتشر می‌شود، روایتی روشن از کار ابن‌سهل به دست داده است. او در ایـن مقالـه، حدس‌های جالبی نیز دربارهٔ این که ابن‌سهل احتمالاً چگونه به کشف این مطالب رسیده (همراه با مسائل جالب دیگری) مطرح کـرده است.

را بررسی کرده است. به نظر او، گشتارهای زبانی- و نه نوآوری‌های مفهومی- چه در روایت‌های قدیمی المناظر و چه در ترجمهٔ عربی آن، منجر به شکل‌گیری صورت‌های مختلف نظریهٔ نورشناسی اقلیدس شده است مانند آنچه در في المناظر[1] کِندی می‌توان مشاهده کرد و صورت تکامل‌یافتهٔ آن در المناظر ابن‌هیثم آمده است. به نظر او در بسیاری از موارد، از ترجمهٔ عربی این اصطلاحات معانی گوناگونی برداشت می‌شد و احتمالاً همین عامل، در ایجاد تصوراتی دربارهٔ وجود نوآوری‌های مفهومی در نورشناسی دورهٔ اسلامی مؤثر بوده است.

تک‌نگاری خیراندیش[2] در باب روایت عربی المناظر اقلیدس و مطالعهٔ لورچ در باب سنت اکر تئودوسیوس در دورهٔ اسلامی- که در آستانهٔ انتشارند- مطالب ارزشمندی در حوزهٔ بررسی پیشینهٔ کتاب‌های «متوسطات» خواهند داشت. متوسطات در دورهٔ اسلامی به کتاب‌هایی گفته می‌شد که طلاب علوم پس از تسلط بر اصول و پیش از مجسطی مطالعه می‌کردند.[3]

اندلس و مغرب

باوجود آن که تا پیش از اثر کمال‌الدین فارسی (که پیشتر به کتابش در مورد علم عدد اشاره شد)، در بخش‌های شرقی تمدن اسلامی به المناظر ابن‌هیثم کم‌توجهی شده، اما ظاهراً کمی پس از تألیف آن در اندلس مورد توجه واقع شده است. این موضوع عقیدهٔ کسانی را که همیشه بخش غربی تمدن اسلامی را از لحاظ علمی عقب‌تر از بخش شرقی می‌دانند، زیر سؤال می‌برد.[4] هوخندایک و جبار در دههٔ گذشته با شناسایی بخش اساسی رساله‌ای ریاضی به نام کتاب الاستکمال، یکی از جالب‌ترین نسخ خطی علمی را کشف کرده‌اند. نویسندهٔ این اثر، عالمی به نام یوسف المؤتمن ابن‌هود است که از سال ۴۷۴ تا ۴۷۸ق امیر سرقسطه (ساراگوسا، اسپانیا) بوده و در همین سال به قتل رسیده است. ساختار این رساله ویژگی منحصر به فردی دارد و مبنای فلسفی آن، در طبقه‌بندی قضایا مبتنی بر مفاهیم ارسطویی اجناس و انواع است. از مقالهٔ هوخندایک دربارهٔ این رساله با نام «تحلیل مطالب بخش‌های هندسی استکمال اثر یوسف المؤتمن ابن‌هود (قرن پنجم)» [۶۵] درمی‌یابیم که ریاضی‌دانان دوران اسلامی از قضیهٔ سِوا و همچنین از آنچه امروز به ناوردایی

۱. اصل عربی این اثر به جا نمانده و تنها ترجمهٔ لاتینی آن با عنوان De aspectibus در دست است.

۲. این اثر بر مبنای پایان‌نامهٔ خیراندیش در دانشگاه هاروارد به نام «سنت المناظر اقلیدس در دورهٔ اسلامی» [۸۶] است و در مجموعهٔ منابع و مطالعات در تاریخ ریاضیات و علوم طبیعی (انتشارات اشپرینگر، نیویورک) منتشر خواهد شد.

۳. برگرن و توماس اخیراً المرایای اقلیدس را که اثری مهم در این مجموعه به شمار می‌رود، در کتابی به نام المرایای اقلیدس: ترجمه و بررسی رساله‌ای از دوران یونانی‌گری در نجوم کروی [۱۶۶] منتشر کرده‌اند.

۴. برای اطلاع از این نکته و آشنایی با جایگاه المناظر در شرق تمدن اسلامی به مقالهٔ دوم نورشناسی ابن‌هیثم [۱۳۳] (ص lxiv) نوشتهٔ صبره بنگرید. برای اطلاع از بخش‌های ریاضی المناظر در اندلس نیز به مقالهٔ هوخندایک با نام «تحلیل مطالب بخش‌های هندسی استکمال اثر یوسف المؤتمن ابن‌هود (قرن پنجم)» [۶۵] (ص222-220) رجوع کنید.

تصویری نسبت ناهمساز تعبیر می‌شود، مطلع بوده‌اند. مقالهٔ جبار دربارهٔ بخش‌های حسابی این رساله با عنوان «سنت حساب اقلیدسی در کتاب الاستکمال مؤتمن و گسترش آن در اندلس» [۴۴] به زودی منتشر خواهد شد.[۱]

احمد جبار در مقالهٔ «جلوه‌هایی از جبر در سنت ریاضی غرب تمدن اسلامی» [۴۲]، نفوذ چشمگیر مکتب جبردانان مناطق شرقی تمدن اسلامی- مانند کرجی (نیمهٔ دوم قرن چهارم)- را در غرب این حوزه به خوبی نشان داده است. شواهدی از تحقیقات در زمینهٔ جبر پیش از قرن پنجم در بخش غربی تمدن اسلامی در دست نیست و جبار در مقالهٔ خود، حدس‌های جالبی دربارهٔ دلایل سیاسی-اجتماعی، این مسئله مطرح کرده است.

اخیراً بخش نخست رسالهٔ حجیم و مفصل دیگری از غرب تمدن اسلامی به دست آمده است. اَبَلَّغ و جبّار در مقالهٔ «کشف اثر ریاضی حَصّار: مقالهٔ اول الکامل» [۱] از کشف ۱۱۷ برگ از کتاب محمد بن عبدالله حَصّار، ریاضی‌دان (احتمالاً) قرن ششم هجری، به نام الكامل في صناعة العدد خبر داده‌اند.

جبّار در مقالهٔ «ریاضیات در مغرب دورهٔ اسلامی» [۴۳] ضمن توجه به آثار ریاضی حَصّار، ابن‌یاسمین، ابن‌منعم و ابن‌بنّاء، فعالیت‌های ریاضی در شمال غرب آفریقا از قرن دوم تا هشتم را بررسی کرده است. این مقاله به حساب، ترکیبیات، جبر و ریاضیات در امور روزمرهٔ مردم شهرهای اسلامی سده‌های میانه می‌پردازد، بر تأثیر آموزش در ریاضیات تأکید می‌کند و دربارهٔ عوامل اجتماعی-سیاسی که احتمالاً بر افزایش و کاهش فعالیت‌های ریاضی و شهرت برخی ریاضی‌دانان تأثیر گذاشته‌اند، به گمانه‌زنی می‌پردازد. این مقاله همچنین مدخلی کتابشناختی دربارهٔ تألیفاتی به دست می‌دهد که دانشجویان احمد جبار طی دههٔ گذشته در زمینهٔ تاریخ ریاضیات شمال غرب آفریقا (مغرب) منتشر کرده‌اند. کینگ نیز در مقالهٔ «کلیات منابع تاریخ نجوم در مغرب دورهٔ اسلامی» [۹۱] تألیفات نجومی این منطقه را بررسی کرده است.

مطالعهٔ جبار نقش مهم اندلس در تأمین منابع و عالمان منطقهٔ مغرب را بررسی کرده است. لورچ در مقالهٔ «جابر بن افلح و پایه‌گذاری مثلثات در غرب» [۱۱۳] شواهد دیگری از اهمیت نقش اندلس در تاریخ ریاضیات عرضه کرده است. او در این مقاله محتوای بخش‌هایی از نقد جابر بن افلح بر مجسطی را دربارهٔ مثلثات مسطح و کروی آورده است که از آن میان، به‌ویژه موضوعاتی مانند رویکردهای متفاوت جابر در تبیین مثلثات مسطح و کروی، مجهول بودن منابع کار او و تأثیر بسیار زیادش بر غرب لاتینی جالب توجه هستند.

۱. اخیراً نسخهٔ کامل اثر مؤتمن در شرحی که ابن‌سرتاق مراغی (ریاضی‌دان قرن ۸ھ) با نام کتاب الإكمال الرياضي بر این اثر نوشته، به دست آمده است. قرار است هوخندایک و جبار مطالعهٔ مشترکی بر روی آن انجام دهند.

افول علوم ریاضی در دورهٔ اسلامی

پس از دوران حَصّار و دانشمندان دیگری که پیشتر ذکرشان رفت، پا در عصری می‌گذاریم که برخی آن را دوران افول علوم اسلامی تصور می‌کردند. اما تحقیقات معاصر در تاریخ نجوم نشان می‌دهد که تا چه حد این دوره‌بندی تاریخ علم در تمدن اسلامی با واقعیات تاریخی مغایرت دارد. بیش از چهل سال است که پژوهشگران تاریخ علم دریافته‌اند که ابن شاطر، منجم دمشقی، الگوهای سیاره‌ای بسیار پیچیده‌ای را به عنوان بدیل الگوهای بطلمیوس مطرح کرده است. با این حال، تحقیقات اخیر نشان داده که کار او تنها تحولی در سنت بازسازی نجوم بطلمیوسی بوده است. این سنت با ابن‌هیثم در قرن پنجم آغاز شد و هدف نهایی او، به گونه‌ای طرح الگوهای سیاره‌ای بود که دست کم پیش‌بینی‌هایی به قوت و دقت الگوهای بطلمیوسی به دست دهد، اما برخلاف بطلمیوس، مستلزم فرض امور طبیعی محالی چون حرکت یکنواخت کوکبی برگرد نقطه‌ای غیر از مرکز فلک آن کوکب نباشد. این مکتب اصلاحی نخست در مراغه و تحت حمایت هولاکوخان شکل گرفت. عُرضی نخستین الگوهای هوشمندانه را در قرن هفتم عرضه کرد و بعدها در همان قرن، نصیرالدین طوسی و شاگردش قطب‌الدین شیرازی آن‌ها را بسط دادند. تحقیقات دربارهٔ الگوهای غیر بطلمیوسی تا قرن یازدهم هجری ادامه یافت. مهم‌ترین منبع برای مشاهدهٔ این تحولات، رسالهٔ کیهان‌شناسی طوسی با نام التذکرة في علم الهیئة است که جمیل رجب به تازگی آن را ترجمه و چاپ کرده است [۱۲۰]. طوسی در این اثر، به تفصیل اصلاحات خود بر الگوهای بطلمیوسی را شرح داده است.

ادوارد استورات کِنِدی «جفت طوسی» را زیربنایی‌ترین سازوکاری می‌خواند که بازسازی نجوم به واسطهٔ آن به موفقیت‌هایی رسیده است. برای تصور [شکل خطی] جفت طوسی باید اتصالی از دو پاره‌خط هم‌اندازه را چنان فرض کنیم که هر دو دارای طول‌های ثابت و در یک امتداد باشند و با سرعت‌های زاویه‌ای ثابت در یک صفحه دوران کنند. اگر سرعت زاویه‌ای پاره‌خط دوم دو برابر پاره خط اول بر گرد مرکزش باشد، انتهای پاره خط دوم، حرکتی خطی (رفت و برگشتی) ایجاد می‌کند. طوسی همین سازوکار را بسط داده است و این مهم، استفاده از آن سازوکار را بر سطح کره (و نه روی صفحهٔ مسطح)، برای نمایش تغییر عرض سیاره در حین حرکت بر مسیرش که میلی اندک نسبت به دایرةالبروج دارد، امکان‌پذیر می‌کند. جورج صلیبا و کِنِدی در مقالهٔ «صورت منحنی‌الخط جفت طوسی» [۸۰] بسط این ابزار ریاضی را توضیح داده‌اند.

طوسی با اطمینان کامل پیش‌بینی کرد که الگوی منحنی‌الخط دقیقاً مانند الگوی خطی آن عمل می‌کند؛ یعنی حرکت دورانی را به حرکت مستقیم‌الخط تبدیل می‌کند. اما شیرازی متوجه شد که الگوی دوم فقط به صورت تقریبی چنین می‌کند و نیشابوری، شاگرد دیگر طوسی، با استفاده از

قضیهٔ یازدهم از مقالهٔ اول اُکَر منلائوس ثابت کرده است که الگوی دوم در واقع، دارای حرکتی است که امروزه آن را حرکت پروانه‌ای[1] می‌گویند (ظاهراً ائودوکسوس کنیدوسی [حدود ۴۰۰ق‌م] برای نخستین بار از این حرکت در نجوم استفاده کرده و اخیراً نیز جان نورث در مقالهٔ «منحنی پروانه‌ای» [۱۱۵] پژوهشی دربارهٔ این موضوع انجام داده است). اما دامنهٔ این منحنی پروانه‌ای بسیار ناچیز است و تمام منجمانی که پس از طوسی تا اوایل قرن دهم بدان پرداخته‌اند، تصریح کرده‌اند که حرکت روی این منحنی با تقریب قابل قبولی، خطی است.

صلیبا مجموعه‌ای از مقالات خود را با نام تاریخ نجوم دورهٔ اسلامی: نظریات سیاره‌ای در عصر طلایی اسلام [۱۳۷] منتشر کرده و در آن به بررسی بسیاری از جنبه‌های مکتب اصلاحات، هم به جزئیات فنی نظریه‌ها و هم به مسائل عمیق‌تر دوره‌بندی در تاریخ علم پرداخته است. او همچنین رابطهٔ میان نظریه و مشاهده و در کنار آن انگیزهٔ اصلاحات را بررسی کرده است. بسیار جالب است که دو قاعدهٔ ریاضیِ جفت طوسی و لم عُرضی [منسوب به مؤیدالدین عرضی، همکار نصیرالدین طوسی در رصدخانهٔ مراغه]، نقشی محوری در همهٔ تحولات داشته‌اند و از سویی بین الگوهای مطرح شده در این مکتب و الگوهای کوپرنیک هم‌ارزی ریاضی برقرار است.

یکی از درخشان‌ترین ادوار فعالیت علمی در دورهٔ اسلامی که آثار مهمی در آن تألیف شده، نیمهٔ اول قرن نهم است. در این دوره الغ‌بیگ، امیر تیموری، گروهی از دانشمندان را در سمرقند، تحت حمایت خود گرد آورده بود که سرآمد آنان، نابغهٔ محاسبه، غیاث‌الدین جمشید کاشانی بود.

یکی از دستاوردهای مهم کاشانی زیج خاقانی است که بر پایهٔ زیج ایلخانی نصیرالدین طوسی تدوین شده و با کمال تأسف تاکنون منتشر نشده است؛ با این حال، پژوهش‌های متعددی دربارهٔ بخش‌های مختلف آن انجام شده که از جملهٔ آن‌ها می‌توان به مقالهٔ کندی با عنوان «نجوم کروی در زیج خاقانی کاشانی» [۷۸] اشاره کرد که در آن مثلثات کروی زیج خاقانی بررسی شده است. از زمان هم‌روزگاران بیرونی که قضایای اصلی مثلثات کروی مثل قانون سینوس‌ها و معادل قضیهٔ فیثاغورس در مثلث کروی $\cos a \cdot \cos b = \cos c$ را به دست آورده بودند تا عصر کاشانی چهار قرن می‌گذشت. با این حال کاشانی به جای این قضایا، از قضیه یا شکل قطّاع استفاده کرده که در اصل از منلائوس (ح. ۱۰۰م) است. جالب است که کاشانی در استفاده نکردن از آن قضایا تنها نبوده است. کوهی که معاصر بیرونی و از او مسن‌تر بوده، رساله‌ای مستقل در باب محاسبهٔ ساعات طلوع با استفاده از قضیهٔ منلائوس (شکل قطاع) تألیف کرده است. او این قضیه را «کهنه» خوانده، اما بنا بر دلایل دیگری از آن دفاع کرده است و دلال نیز در مقالهٔ «راه حل جامع ابن‌هیثم برای تعیین

1. hippopede

سمت قبله از طریق محاسبه» [۳۶] (ص ۱۵۱) به این ویژگی روش ابن‌هیثم در مسئلهٔ محاسبهٔ قبله توجه کرده است.

اینجا احتمالاً با نمونه‌ای از برداشت‌های متفاوت از به‌روز بودن مواجهیم؛ چه این‌که از منظر ما به‌روز بودن به معنای استفاده از آخرین نظریه‌ها است، در حالی که ظاهراً کاشانی، کوهی و ابن‌هیثم، داشتن رویکردی یگانه و استفادهٔ همیشگی از یک قضیه را ترجیح می‌دادند.

خانم ایوونه دولد-سمپلونیوس در مقالهٔ «غیاث‌الدین جمشید کاشانی و محاسبهٔ گنبد» [۴۸] به بررسی روش اندازه‌گیری کاشانی در باب نهم از مقالهٔ چهارم مفتاح الحساب پرداخته است. طبق نوشتهٔ سمپلونیوس در مقالهٔ «روش‌های اندازه‌گیری حجم گنبد در ریاضیات دورهٔ اسلامی» [۴۹] (ص ۹۴) ریاضی‌دانان پیش از کاشانی مانند ابوالوفا بوزجانی نیز به مسئلهٔ گنبد پرداخته بودند، اما معماری تا دورهٔ کاشانی چندان پیشرفت کرده بود که دیگر راهکارهای گذشته برای این مسئله کافی نبود. به عنوان مثال سطح مقطع عمودی گنبدها دیگر برش ساده‌ای از کره یا مخروط نبود، اگرچه هنوز گنبدها از دَوَران کمانی از دایره [و پاره‌خط‌هایی]، حول یک محور ترسیم می‌شدند. کاشانی از این راه توانست حجم و مساحت گنبدها را به کمک مخروط و مخروط ناقص تخمین بزند. کاشانی برای محاسبهٔ مساحت گنبد، با استفاده از مقالهٔ اول کتاب دربارهٔ کره و استوانهٔ ارشمیدس، ضریبی برابر با ۱٫۷۷۵ به کار برده است که از ضرب آن در مجذور قطر قاعدهٔ گنبد، مساحت آن به دست می‌آید. دولد-سمپلونیوس نشان داده است که با استفاده از روش‌های جدید، اندازهٔ این ضریب برابر با ۱٫۷۸۴ به دست می‌آید، بنابراین ضریبی که کاشانی یافته تنها حدود ۰٫۵ درصد کوچک‌تر است.

کاشانی در مورد حجم گنبد، ضرب مکعب قطر در ۰٫۳۰۶ را توصیه کرده است، اما با روش‌های جدید این ضریب ۰٫۳۱۳ به دست می‌آید. کاشانی باز هم، به همان دلایل برآوردش کمتر از حد است، اما این بار خطا از مرتبهٔ ۲٫۳ درصد است که در مقایسه با خطای روش‌های کهن، همچنان خطای کوچکی به شمار می‌رود؛ زیرا دولد-سمپلونیوس نشان داده است که در محاسبهٔ حجم قبّه‌ای نیم‌کروی شکل که نمونهٔ بسیار ساده‌تری است، آن‌ها حدود ۱۸ درصد خطا داشته‌اند.

دولد-سمپلونیوس در مقالهٔ «کاربردهای عملی ریاضیات دورهٔ اسلامی: کاشانی و اندازه‌گیری مقرنس» [۴۷] به بررسی دستورالعمل‌های کاشانی برای اندازه‌گیری مساحت مقرنس پرداخته است. مقرنس، سه‌کنج‌های لانه‌زنبوری است که راه حلی هنرمندانه برای استقرار گنبدی مدوّر، روی قاعده‌ای مربعی شکل عرضه می‌کند و بازدیدکنندگان اماکن مقدس و دیگر ابنیهٔ اسلامی را شدیداً

تحت تأثیر قرار می‌دهد.[۱] کاشانی از راه تجزیهٔ این بنای ظاهراً پیچیده به شکل‌های چندضلعی ساده و نیز با تعیین عواملی که در محاسبهٔ مساحت آن شکل‌ها کاربرد دارند، این مسئله را حل کرده است. او این عوامل را از ابعاد قابل اندازه‌گیری بنا به دست می‌آورد.

پژوهش دیگری که مهارت کاشانی را در محاسبات نشان می‌دهد، مقالهٔ کندی با عنوان «دو رویکرد در دورهٔ اسلامی به تعدیل زمان» [۱۷۸] است.[۲] کندی در این مقاله به روش کوشیار گیلانی و جمشید کاشانی در محاسبهٔ تعدیل زمان[۳] پرداخته است. هرچند بخش مربوط به کار کوشیار، باید با مقالهٔ بنو ون دالن با عنوان «جدولی برای طول دایرةالبروجی حقیقی خورشید در زیج جامع» [۱۵۸] اصلاح شود، اما اینجا بررسی روش کاشانی (در زیج خاقانی) برای ما بیشتر اهمیت دارد. کاشانی برای هر یک از مقادیر صحیح طول خورشید λ مقدار $\bar{\lambda}$ را محاسبه کرده است؛ $\bar{\lambda}$ در معادلهٔ $\lambda = \bar{\lambda} + \mathrm{eq}(\bar{\lambda} - \lambda_a)$ صدق می‌کند و λ_a ثابت است و eq جمله‌ای است برای تصحیح این واقعیت که زمین مرکز مدار خورشید نیست. او این معادله را ۳۶۰ بار به روش تکرار حل و سپس مقدار تعدیل زمان را در هر مورد محاسبه کرد. به استثنای یک مورد، مقادیر کاشانی حدوداً یک ثانیه با مقادیر محاسبه شده به وسیلهٔ کامپیوتر اختلاف دارند؛ به همین دلیل کندی آن استثنا را به جای اشتباه در محاسبه، خطا در کتابت فرض کرده است.

ارتباط علم و جامعه در دورهٔ اسلامی

تعامل شاخه‌های مختلف علوم ریاضی با جامعه در دورهٔ اسلامی، بر این علوم تأثیر گذاشته است و این تعامل با تکوین علوم دورهٔ اسلامی آغاز می‌شود. چنان که پیش‌تر گفته شد، بخش مهمی از این تکوین، همان پذیرش علوم دخیل (بیگانه) است و تحقیقات جدید از وجوه مختلف به آن پرداخته‌اند. این علوم دخیل، عمدتاً یونانی بود، گرچه در حالت کلی علوم هندی و ایرانی را نیز دربر می‌گیرد. صبره در مقالهٔ «تملک و بومی‌سازی علوم یونانی در دورهٔ اسلامی» [۱۳۰] معتقد است این فرایند در اخذ دانش باستانی نه ساده و منفعل، بلکه کاملاً آگاهانه بوده است و دانشمندان دورهٔ اسلامی در این زمینه نقش برجسته‌ای داشته‌اند. به نظر صبره، پس از اخذ علوم دخیل، جذب و بومی‌سازی آن‌ها رخ داد و چرایی افول علم در دورهٔ اسلامی را باید در همین فرآیند جستجو کرد.

۱. بررسی چگونگی ساخت این عنصر معماری اسلامی به وسیلهٔ محمد اسد و نیز تحلیل هندسی بسیاری از ویژگی‌های تزئینی معماری دورهٔ اسلامی را می‌توان در اثر اخیر گلرو نجیب اوغلو به نام هندسه و تزیین در معماری اسلامی (تومار توپکاپی) [۱۷۲] مشاهده کرد. [این کتاب با ترجمهٔ مهرداد قیومی بیدهندی در سال ۱۳۸۰ از سوی انتشارات روزنه منتشر شده است].

۲. ترجمهٔ فارسی محمد باقری از بخش مربوط به کوشیار گیلانی در این مقالهٔ کندی، در لوح فشردهٔ «کوشیارنامه» که در سال ۱۳۹۲ به کوشش مریم سادات فیاضی تهیه و از سوی مرکز پژوهشی میراث مکتوب تولید و تکثیر شد آمده است.

۳. بسته به روزی از سال که در آن هستیم، باید چند دقیقه‌ای به زمانی که یک ساعت آفتابی نشان می‌دهد، اضافه کنیم یا از آن کم کنیم، تا زمان خورشیدی میانگین به دست آید. به این زمان افزوده یا کاسته شده، تعدیل زمان می‌گوییم.

برگرن در مقالهٔ «عناصر یونانی و اسلامی در ریاضیات دورهٔ اسلامی» [۱۵] با اقتباس همین عقیدهٔ صبره، بررسی کرده است که چگونه اکتساب علوم دخیل و تحولات بعدی آن‌ها (مثلاً حتی علم پایه‌ای چون حساب) تحت تأثیر ویژگی‌های جامعهٔ اسلامی بود. ینس هویروپ در مقالهٔ «چگونگی تکوین ریاضیات دورهٔ اسلامی و منابع آن» [۷۲] بر ویژگی منحصر به فرد نتیجهٔ نهایی این فرایند تأکید کرده و آنگاه از معجزهٔ ادغام سنت‌های نیمه‌علمی ریاضیات با سنت‌های علمی ریاضیات یونانی و هندی سخن گفته است. به زعم وی ریشه‌های این ادغام را باید در ارتباط تنگاتنگ امور دینی و دنیوی در اعتقادات اسلامی جست.

از زمان تحقیقات مهم گلدزیهر در سال ۱۹۱۵م،[۱] رویکرد جامعهٔ اسلامی، به‌ویژه متفکران مذهبی سنتی آن نسبت به دانش دخیل، به شکل‌های مختلفی ارزیابی شده است؛ برای نمونه صبره در مقالهٔ یادشده‌اش دربارهٔ این مسئله به تفصیل بحث کرده است. همچنین مقالهٔ دیگر صبره با عنوان «علم و فلسفه در کلام دورهٔ اسلامی: شاهدی از قرن هشتم» [۱۳۵]، نقش و تأثیر یک مکتب کلامی و تحول آن را در حیات فکری دورهٔ اسلامی نشان می‌دهد که در آثار بزرگانی چون ابن‌خلدون و ایجی، متکلم قرن هشتم نمود داشته است. دیدگاه‌های علمی (به ویژه نجومی) این مکتب با موضوع این مقاله مرتبط است و یکی از نمونه‌های این دیدگاه‌ها تردید در وجود مادی اشیاء مفروض در نجوم ریاضی است. ایجی این اشیاء را خیالی تصور می‌کند و این نکته با عقاید کلامی او سازگاری دارد. او به مخاطبان اثرش اطمینان می‌دهد که (مقالهٔ پیشین صبره، ص ۳۷) «... آن هنگام که این اشیاء [دایرةالبروج، انقلابین و مانند آن‌ها] را صرفاً توهماتی سست‌تر از تارهای عنکبوت می‌پندارید، دیگر از آوای زمخت کلماتشان نمی‌هراسید.» برنتیس در مقالهٔ «تأملاتی در نقش علوم دقیقه در فرهنگ اسلامی و تحصیلات عالیه طی قرن‌های ششم تا نهم» [۲۳] بر بررسی مجدد جایگاه علوم دخیل در دورهٔ اسلامی اصرار دارد و به عنوان شروع کار، بررسی کتاب نُعیمی [به نام الدارس في تأريخ المدارس] را با موضوع تاریخ نهادهای آموزش عالی دمشق طی قرن‌های ششم تا نهم پیشنهاد می‌کند. با این وصف، به نظر برنتیس، هم تصور قدیمی از دشمنی اسلام رسمی–سنتی با علوم باستانی و هم تصور ممانعت از ورود این علوم به برنامهٔ درسی معمول مدارس، نادرستند.[۲]

جنبهٔ دیگر علم در جامعهٔ اسلامی، وجود سنت‌های متناظر اسلامی و دخیل در روش‌های پرداختن به طیفی از مسائل با رویکرد علمی است. دیوید کینگ در طول ۲۵ سال گذشته دربارهٔ همزیستی سنتی استوار به نام «نجوم عامیانه» که ریاضیات پیشرفته در آن جایی ندارد و «نجوم

۱. ترجمهٔ انگلیسی مقالهٔ گلدزیهر با عنوان «تلقی اسلام سنتی از علوم عهد باستان» در [۱۶۷] منتشر شده است.
۲. دربارهٔ این نکات نک. مقالهٔ برگرن با عنوان «پذیرش علوم خارجی در اسلام از دیدگاهی فرهنگی» [۱۸۲]، ص ۳۱۴–۳۱۸.

ریاضی» که اساساً از منابع خارجی برآمده، تحقیق کرده است. کینگ در مقدمهٔ یکی از مجموعه مقالات خود با نام نجوم در خدمت اسلام [۱۸۰] متذکر می‌شود که این دو سنت از هر نظر مستقل از یکدیگر بودند و هر دو روش‌هایی برای کمک به اقامهٔ سه رکن از ارکان پنج‌گانهٔ اهل سنت [و سه فرع از فروع دهگانهٔ تشیع] یعنی نماز، روزه و حج عرضه می‌کردند.[۱] مقالهٔ کینگ به نام «بررسی روش‌های سادهٔ استفاده از سایهٔ شاخص در دورهٔ اسلامی برای تعیین اوقات» [۹۰] تحقیقی است پردامنه که به یکی از جنبه‌های مهم نجوم عامیانه می‌پردازد و به کار با سایه‌ها در علم میقات اختصاص دارد. کتابی دو جلدی از کینگ در همین موضوع با نام بررسی علم میقات در دورهٔ اسلامی به زودی از سوی انتشارات اشپرینگر چاپ خواهد شد.[۲]

در زمینهٔ حساب، سنت محاسبهٔ ذهنی (حساب هوایی) که در بسیاری از مناطق اسلامی دانشی بومی بوده است،[۳] و روش‌های دخیل که اساساً ریشه در بین‌النهرین و هند قدیم دارند، هر دو با هم حضور داشته‌اند. اولریش رِبستاک در کتاب ریشه‌های فن محاسبهٔ عملی در دورهٔ اسلامی [۱۲۷] به بررسی حساب در زندگی روزمرهٔ جامعهٔ اسلامی چنان که بازرگانان، دیوانیان، معماران و فقها به کار می‌بردند، پرداخته است. او دربارهٔ کاربردهای شاخه‌های مختلف حساب در امور روزانهٔ جامعهٔ اسلامی بر اساس گسترهٔ وسیعی از متون تحقیق کرده است. دو تحقیق دیگر در باب سنت‌های مختلف حساب در جهان اسلام، مقالهٔ جبار با عنوان «کار با کسرها در سنت ریاضیات مغرب اسلامی» [۴۱] و مقایسه‌های شملا و جبار در مقاله‌ای با عنوان «شباهت‌هایی در کار با اعداد کسری در تمدن‌های اسلام، چین و هند» [۳۰] است.

یکی از نمونه‌های علمی جالب که در جامعهٔ اسلامی ریشه دارد (مثلاً در قاموس‌نگاری و شعر عربی)، همان «ترکیبیات» امروزی است که در دورهٔ اسلامی آن را تنها یکی از شاخه‌های حساب به شمار می‌آوردند. جبار در مقالهٔ «تحلیل ترکیبیاتی در آموزش‌های ابن‌منعم» [۳۹] به تفصیل دربارهٔ بسیاری از روش‌های شمارش بحث کرده است. مثلاً در این مقاله به مباحثی دربارهٔ ارتقای محاسبات جدولی به قاعده‌یابی برای محاسبات و نیز حوزهٔ گسترده‌تر کاربرد روش‌های ترکیبیاتی پرداخته شده که در آثار نویسندگانی چون ابن‌منعم در قرن هفتم و ابن‌بنا در قرن هشتم مشهود است. البته جبار متذکر شده است که ترکیبیات به خودی خود، هرگز به منزلهٔ شاخه‌ای از ریاضیات

---

۱. ارکان پنج‌گانه در مذاهب عامّه عبارتند از: نماز، روزه، حج، جهاد و زکات. پیروان مکتب اهل بیت(ع) علاوه بر این پنج رکن، خمس، امر به معروف، نهی از منکر، تولی و تبری را جزو فروع ده‌گانهٔ مذهب خود می‌شمارند. – م.

۲. این اثر در سال ۲۰۰۴م و با نام همگام با افلاک توسط انتشارات بریل هلند منتشر شد. – م.

In Synchrony with the Heavens: Studies in Astronomical Timekeeping and Instrumentation in Medieval Islamic Civilization, Leiden: Brill Academic Publishers, 2004.

۳. از آنجا که نتایج در محاسبات ذهنی در حال تغییرند، با نگهداشتن انگشت‌ها در مکان‌هایی مشخص نتایج حفظ می‌شود؛ از این رو در منابع دورهٔ اسلامی به این روش «حساب انگشتی» (عقود انامل) نیز می‌گفتند.

به رسمیت شناخته نمی‌شد. برای مثال او این پرسش را مطرح می‌کند که نادیده انگاشتن اثر ابن منعم تا چه حد نتیجهٔ نارضایتی بینش سنتی به قدرت رسیده، از ریاضی‌دانی بود که آثار غیر ریاضی‌اش حاکی از همرنگ جماعت نبودن اوست.

موضوع دیگری که جبار آن را حوزه‌ای برای محاسبات ترکیبیاتی برمی‌شمارد، قضیه‌ای دربارهٔ شکل معروفی از باب سیزدهم مقالهٔ اول مجسطی است که «شکل قطّاع» خوانده می‌شود. این قضیه می‌گوید که برای [پاره]خط‌های a، b، c، d، e و f، نسبت a به b برابر است با حاصل ضرب نسبت c به d و نسبت e به f.[۱] این مسئله در پی بیان و اثبات ۱۸ حالت ممکن قضیه است و سابینه کولبلن در مقاله‌های «کاربرد ترکیبیات: حالت‌های ممکن شکل قطاع در مجسطی بطلمیوس» [۹۹] و «کاربرد تألیف نسبت در ترکیبیات» [۱۰۰] دربارهٔ روش‌های مختلف حل این مسئله، در نوشته‌های عربی (و لاتینی) از اثبات‌های هندسی مستقل از هم در هر مورد توسط احمد بن یوسف گرفته تا اثباتی از ابن‌هیثم بر پایهٔ مفهوم جایگشت و اثباتی زیبا از نصیرالدین طوسی در رسالهٔ کشف القناع عن اسرار شکل القطّاع سخن گفته است. کولبلن در مقالهٔ نخست بیشتر به تاریخ این مسئله از دیدگاه ترکیبیات می‌پردازد و در متن مورد بررسی‌اش، دو رویکرد متفاوت در شمارش تعداد موارد یافته است. در مقالهٔ دوم روش‌های متفاوت اثبات را در متونی بررسی کرده که در مقالهٔ اولش از آن‌ها سخن گفته است و با هشدارهای بجایی علیه تعبیر کارهای دورهٔ اسلامی دربارهٔ تألیف نسبت‌ها، به مثابهٔ گامی برای مفهوم نسبت‌ها به عنوان اعداد حقیقی موضع گرفته است.

روش‌های ریاضی در بررسی علوم باستان و سده‌های میانه

در سال‌های اخیر شیوه‌های مختلفی مانند روش‌های ریاضی، تاریخی و متنی برای تحلیل جداول زیج‌ها ابداع شده است. جدیدترین نمونه از ثمرات این روش‌های کاملاً شناخته شده، تحقیق خوزه چاواس و برنارد گلدشتاین در مقالهٔ «زیج مقتبس ابن‌کَمّاد در نجوم اندلس» [۲۸] است. دو محقق فوق، جدول‌های تعدیل شمس و عرض‌های سیارات را در این زیج اندلسی بررسی کرده‌اند. نظر جالب توجه مؤلفان این است که به دلایل گوناگون، منظور از «ابی‌یوسف‌بن‌تارک» که در این زیج به آن اشاره شده، همان یعقوب‌بن‌طارق است؛ که احتمالاً آن را از مضمون کتاب مقدس وام گرفته است که در آن حضرت یعقوب(ع) پدر حضرت یوسف(ع) (ابی یوسف) است.

در سال‌های اخیر، دو پژوهش دربارهٔ جدول‌های نجومی کهن با کمک روش‌های آماری جدید

---

۱. یعنی $\frac{a}{b}=\frac{c}{d}\cdot\frac{e}{f}$؛ توضیحات نسبتاً کاملی دربارهٔ این موضوع (که بیرونی در راشیکات الهند به آن پرداخته است) در کتاب تحقیقی در آثار ریاضی ابوریحان بیرونی نوشتهٔ ابوالقاسم قربانی، ص ۵۹-۶۵ آمده است. - م.

منتشر شده است: پژوهش نخست، پایان‌نامهٔ دکتری بنو ون دالن در دانشگاه اوترخت، با عنوان «ساختار ریاضی و مقادیر پارامترها در جدول‌های نجومی کهن و سده‌های میانه» [۱۵۷] است که با استفاده از چهار شیوهٔ محاسبهٔ آماری و روش‌های موردی ابتکاری، کوشیده است تا تفسیر جدیدی از پارامترهای نهفته در بسیاری از جداول کتاب‌های دستی نجوم کهن عرضه کند. فهم تام و تمام چنین منابعی بسیار دشوار است؛ به‌ویژه به این دلیل که در متن این آثار، معمولاً به مقادیر پارامترها اشاره‌ای نشده است و اگر هم شده، ای بسا که همان مقدار در محاسبهٔ آن جدول‌ها به کار نرفته است.

ون دالن در مقالهٔ «جدول طول حقیقی خورشید در زیج جامع» [۱۵۸] قابلیت چنین روش‌هایی را در تعیین تابع به کار رفته برای محاسبهٔ جدول و تعیین مقادیر پارامترهای نهفته در آن نشان داده است. روش وی حتی قابلیت آن را دارد تا در تعیین مؤلف جدولی که اطلاعاتی دربارهٔ آن در متن نیست، کمک کند. او نشان داده است که یکی از جدول‌های الحاقی به نسخه‌ای از زیج جامع کوشیار موجود در برلین، به احتمال زیاد بر مبنای رابطه‌ای ریاضی مشهور به «روش میل» از یحیی‌بن‌ابی‌منصور محاسبه شده است. ابن‌ابی‌منصور، معاصر خوارزمی و مؤلف جدول طول خورشید موجود در زیج اشرفی بوده است.[۱]

ون بروملن نیز در مقاله‌ای با عنوان «بررسی جدول‌های ریاضی مجسطی بطلمیوس» [۱۵۵]، به چند سؤال مهم پاسخ داده است؛ از جمله این که ریاضی‌دانان دورهٔ اسلامی چگونه جداول طولانی (از مرتبهٔ ۵۰۰۰ قلم) توابع کمکی را محاسبه می‌کردند و چه فرایندی برای گرد کردن به‌کار می‌بردند، جدول مفروض آنان بر پایهٔ چه جدولی بوده و چه زمانی از درون‌یابی -که شیوهٔ غالبشان بود- استفاده می‌کردند؛ و سرانجام این‌که چگونه می‌توان مقادیر جدول محاسبه شده از قاعده‌ای مفروض را از مقادیر درون‌یابی شده تشخیص داد. به این ترتیب ون بروملن توانسته است شبکهٔ یک جدول و روش درون‌یابی احتمالی آن را کشف کند و نشان دهد چگونه جدول دیگری وابسته به آن است.

بررسی‌های کلی

علاوه بر آثار تخصصی مذکور، مقالات دیگری هم هستند که دایرهٔ مخاطبان آنها، هم افراد غیر متخصص و هم تاریخ‌نگاران علم، با تخصص‌هایی غیر از ریاضیات دورهٔ اسلامی را دربر می‌گیرد که (به نوعی) به چشم‌انداز کلی این حوزه علاقه‌مندند.

۱. هوخندایک در مقالهٔ «جدول قبلهٔ زیج اشرفی» نشان داده است که برخلاف تصورات پیشین، این جدول نه با بی‌دقتی و از طریق رابطه‌ای تقریبی، بلکه بر مبنای رابطه‌ای دقیق محاسبه شده و طبق شواهد موجود، این جدول از منبعی قدیمی‌تر استنساخ شده است.

کتاب گوشه‌هایی از ریاضیات دورهٔ اسلامی [۱۱] برگرن از این دست آثار است کـه تمرکـز آن بـر تاریخ حساب، جبر، هندسه و مثلثات در قلمرو جهان اسلام، از قاهره تـا سـمرقند اسـت. ایـن اثـر همچنین به جنبه‌های دینی تحولات این علوم مانند مسـائل ارث، پرداخـت زکـات، علـم میقـات و قبله‌یابی پرداخته است.[۱]

خولیو سامسو در کتاب تاریخ علوم عهد باستان در اندلس [۱۳۹]، گزارش جـامعی از وضـعیت علوم اوایل[۲] در سرزمین‌های غربی جهان اسلام عرضه کرده است.[۳] اثر دیگر با همین رویکرد کلـی، میراث علمی اندلس [۱۳۸] به قلم سامسو و خوآن ورنـت اسـت کـه هـم از حیـث محتـوا و هـم از جهت تصاویر رنگی مطلوبش ارزشمند است. در این کتاب همچنـین مقـالاتی خوانـدنی از مرسـه ویلادریـک (دربـارهٔ اسـطرلاب)، روزر پـوژ (دربـارهٔ ابزارهـای جـامع)،[۴] مرسـه کـومس (دربـارهٔ صفیحه‌ها) و دیوید کینگ (دربارهٔ ساعت‌های آفتابی) درج شده است.[۵] این کتاب کلیاتی از تـاریخ علم در اندلس را در خود جای داده و بخش‌هایی از آن که با موضوع این مقاله ارتباط بیشتری دارند، عبارتند از: مقالاتی دربارهٔ ریاضیات در اندلس (احمد جبار)، نجـوم در انـدلس (خولیـو سامسـو)، دریانوردی (خوآن ورنت) و آثار مربوط به انواء (میگل فورکادا).

برگرن در مقالهٔ «تأملاتی تاریخی در شناخت علمی دورهٔ اسلامی» [۱۶۵]، کلیاتی دربـارهٔ اخـذ علوم و توسعه و پیشرفت آن‌ها در دورهٔ اسلامی و همچنین چگونگی انتقـال آن‌هـا بـه غـرب لاتینـی عرضه کرده است. معمولاً گفته می‌شود که مهم‌ترین دلیل گرایش جامعهٔ اسلامی در سده‌های میانـه به ریاضیات، نگاه کاربرد محور به ریاضیات بوده و از همین روی، برگرن در مقاله خـود، بـر گسـترهٔ تخصصی دستاوردهای صرفاً علمی و نظری دورهٔ اسلامی تأکید کرده است.[۶]

روایت سزیانو از تاریخ ریاضیات در سه قرن نخست دورهٔ اسـلامی، در مقالـهٔ «ریاضـیات دورهٔ اسلامی در قرن‌های دوم تا چهارم» [۱۴۸] تحقیقی جـامع بـوده و از آن حیـث قابـل اعتناسـت کـه نمونه‌های متعددی از ریاضیات واقعی را در خود جای داده و بحثی نیز دربارهٔ سرگرمی‌های ریاضـی

---

۱. ترجمهٔ فارسی آن با عنوان گوشه‌هایی از ریاضیات دورهٔ اسلامی به وسیلهٔ قاسم وحیدی‌اصل و علیرضا جمالی دو بار (۱۳۷۳ و ۱۳۷۴) از سوی انتشارات فاطمی چاپ شده است. -م.

۲. «علوم اوایل» در اصطلاح مؤلفان دورهٔ اسلامی به علومی اطلاق می‌شد که از تمدن‌های پیش از خود، به ویژه یونانیان آموخته بودند.

۳. کسانی که با زبان اسپانیایی آشنایی ندارند، موضوعات اصلی این کتاب را در مقاله‌ای از سامسو با نام «خصوصیات اصلی نجوم اندلس و تأثیر آن بر غرب لاتینی» [۱۷۹] (ص ۱-۲۳) می‌توانند مطالعه کنند.

۴. «ابزار جامع» در اصطلاح به ابزاری نجومی قابل استفاده در همهٔ عرض‌های جغرافیایی گفته می‌شود.

۵. تحقیقی دربارهٔ اسطرلاب‌ها و ساعت‌های آفتابی مشهور دورهٔ اسلامی زیر نظر کینگ در حال انجام است که گزارشی از آخرین وضعیت آن در مقالهٔ «ابزارهای نجومی شرقی و غربی» [۹۳] منتشر شده است.

۶. همان (ص ۱۴۱). برگرن در فقراتی از مقالهٔ «اثبات و آموزش در ریاضیات دورهٔ اسلامی» [۱۶۴] با مثال‌هایی نشان می‌دهد که چگونـه بسیاری از ریاضی‌دانان دورهٔ اسلامی، از طرفی به مسائل بسیار تخصصی ریاضیات علاقه‌مند بودند و از طرفی دیگر، به سؤالات ظریف و دقیقی دربارهٔ مؤلفه‌های برهان و چگونگی جمع توأمان دقت و وضوح پاسخ داده‌اند.

و مربع‌های وفقی دارد. در کتاب علم در تمدن غرب در عهد کارولنژی، علاوه بر این مقالهٔ سزیانو، مقالهٔ دیگری نیز از کونیچ با عنوان «نجوم دورهٔ اسلامی در قرن‌های دوم تا چهارم» [۱۰۴] برای مخاطبان عمومی دانشگاهی منتشر شده است. هوخندایک نیز در مقالهٔ «ریاضیات محض در تمدن اسلامی» [۶۹]، توضیحاتی اجمالی در این باره آورده است.

اثری تخصصی‌تر در این حوزه، کتاب دین، آموزش و علم در عصر عباسی [۱۶۳] است که در آن، مقالاتی دربارهٔ نجوم (کینگ)، احکام نجوم (پینگری)، جغرافیا (هاپکینز) و بیرونی (صلیبا) آمده است. هیل در مقاله‌ای کوتاه (کمتر از پنج صفحه) که محور اصلی آن فناوری‌های مکانیکی است به ریاضیات نیز پرداخته است.

حدود نیمی از مجلد اول جلد دوم تاریخ نقشه‌نگاری [۵۴] با عنوان نقشه‌نگاری در جوامع کهن اسلامی و جنوب آسیا به تاریخ نقشه‌نگاری در دورهٔ اسلامی اختصاص دارد. در این اثر، مباحث مفید و موثقی دربارهٔ نقشه‌های سماوی (امیلی سویج اسمیت، ص ۱۲-۷۰)، نقشه‌های جغرافیایی (جرالد تیبتس، ص ۹۰- ۱۵۵)، نقشه‌های ادریسی (س. مقبول احمد، ص ۱۵۶-۱۷۴)، مسّاحی (ریموند مرسیه، ص ۱۷۵- ۱۸۸) و نمودارها، نقشه‌ها و ابزارهای قبله‌یابی (دیوید کینگ و ریچارد لورچ، ص ۱۸۹- ۲۰۵) گنجانده شده است.

نتیجه‌گیری

پژوهش‌های معاصر در حوزهٔ تاریخ ریاضیات دورهٔ اسلامی و علوم وابسته به آن، همچنان شکوفا و پرثمر خواهد ماند؛ پژوهش‌هایی که هم کشفیات مهم و جدیدی -احتمالاً در زمینه‌هایی چون روش‌های ترسیم نقشه، دستگاه‌های عددنویسی یا الگوهای سیاره‌ای- به بار خواهد آورد و هم، مباحث پرشوری دربارهٔ تفسیر و تعبیر آن‌ها درپی خواهد داشت. کشفیات بعدی نیز احتمالاً از طریق بررسی ابزارهای علمی و جداول نجومی و جغرافیایی یا از راه مطالعهٔ رساله‌هایی دربارهٔ نظریهٔ اعداد یا جغرافیا به دست می‌آیند؛ اما همچنان باید منتظر تحقیقات پرثمرتر بود. معاصران بیژن بن رستم کوهی، او را بهترین هندسه‌دان دوران خود می‌پنداشتند؛ با این حال، تاکنون کمتر از نیمی از رساله‌های او ترجمه و یا دقیقاً بررسی شده است. بیرونی، از جانشینان کوهی، یکی از بزرگ‌ترین دانشمندان تمام اعصار بوده است، اما نه قانون مسعودی و نه رسالهٔ مهم وی دربارهٔ اسطرلاب،[1] به هیچ‌یک از زبان‌های اروپایی (جز روسی) ترجمه نشده‌اند. همچنین تاکنون هیچ ترجمه‌ای از مشهورترین آثار دانشمند برجسته‌ای چون کاشانی، یعنی مفتاح الحساب و زیج خاقانی منتشر نشده

۱. استیعاب الوجوه الممکنة في صنعة الأسطرلاب: این اثر بیرونی را سید محمداکبر جوادی حسینی تصحیح و انتشارات آستان قدس رضوی آن را در سال ۱۳۸۰ منتشر کرده است. - م.

است. این حوزه همچنان مطالب بکر بسیاری برای پژوهش دارد و کارهای زیادی هنوز بایـد انجـام شود.[۱]

منابع

1. Aballagh, M., Djebbar, A., 1987. Découverte d'un écrit mathématique d'al-Ḥaṣṣār (XII^{e} S.) : Le livre I du Kāmil. Historia Mathematica 14, 147–158.
2. Abgrall, P., 1995. Les cercles tangents d'al-Qūhī. Arabic Sciences and Philosophy 5, 263–295.
3. Ağargün, A.G., Fletcher, C.R., 1994. Al-Fārisī and the Fundamental Theorem of Arithmetic. Historia Mathematica 21, 162–173.
4. Allard, A., 1991. The Arabic origins and development of Latin algorithms in the twelfth century. Arabic Sciences and Philosophy 1, 233–284.
5. Anagnostakis, C., 1987. How to divide the ecliptic on an astrolabe. In: [12, pp. 133–144].
6. Bebbouchi, R., 1990. L'infini et les mathématiciens arabes. Deuxième colloque maghrébin sur l'histoire des mathématiques arabes : Tunis, les 1-2-3 Décembre 1988, Actes du colloque. University of Tunis, Tunis, pp. 20–26.
7. Bellosta, H., 1991. Ibrāhīm ibn Sinān: On Analysis and Synthesis. Arabic Sciences and Philosophy 1, 211–232.
8. Berggren, J.L., 1982. Al-Bīrūnī on plane maps of the sphere. Journal for the History of Arabic Science 6, 47–96.
9. ——— 1985. The origin of al-Bīrūnī's "method of the zījes" in the theory of sundials. Centaurus 28, 1–16.
10. ——— 1985. History of mathematics in the Islamic world: The present state of the art. Middle East Studies Association Bulletin 19, 9–33.
11. ——— 1986. Episodes in the Mathematics of Medieval Islam. Springer-Verlag, New York.
12. Berggren, J.L., Goldstein, B.R. (eds.), 1987. From Ancient Omens to Statistical Mechanics: Essays in the Exact Sciences Presented to Asger Aaboe. Munksgaard, Copenhagen.
13. Berggren, J.L., 1991. Medieval Islamic methods for drawing azimuth circles on the astrolabe. Centaurus 34, 309–344.
14. ——— 1991–1992. Ḥabash's analemma for representing azimuth circles on the Astrolabe. Zeitschrift für Geschichte der arabisch-islamischen Wissenschaften 7, 23–30.
15. ——— 1992. Greek and Islamic elements in Arabic mathematics. In: Mueller, I. (ed.), ΠΕΡΙ ΤΩΝ ΜΑΘΗΜΑΤΩΝ. Academic Print Publications, Edmonton, Alberta, pp. 195–217.
16. ——— 1987. Archimedes among the Ottomans. In: [12, pp. 101–109].
17. ——— 1994. Abū Sahl Al-Kūhī's Treatise on the Construction of the Astrolabe with Proof: Text, translation and commentary. Physis 31, 141–252.
18. ——— 1995. Review of The Optics of Ibn al-Haytham, Books I–III: On Direct Vision. Physis 32, 143–153.
19. ——— 1996. Al-Kūhī's "Filling a Lacuna in Book II of Archimedes" in the version of Naṣīr al-Dīn al-Ṭūsī. Centaurus 38, 140–207.
20. Brentjes, S., 1992. Der Thābit ibn Qurra zugeschriebene Zusatz I, 46 zu Euklid I, 46 in MS Leiden 399, 1. In: [37, pp. 91–120].

۱. برگرن، در بند کوتاهی در پایان مقاله، از سونیا برنتیس، احمد جبار، یان پ. هوخنـدایک و دیگـران بـه خـاطر یاری‌هـای گوناگونشـان سپاسگزاری کرده است.

21. —— 1993. Varianten einer-Ḥaǧǧāǧ-Version von Buch II der Elemente. In: [52, pp. 47–67].
22. —— 1994. Textzeugen und Hypothesen zum arabischen Euklid in der Überlieferung von al-Ḥaǧǧāǧ ibn Yūsuf ibn Maṭar (zwischen 786 und 833). Archive for History of Exact Sciences 47, 53–92.
23. —— 2007. Reflections on the role of the exact sciences in Islamic culture and education between the twelfth and the fifteenth centuries. In: Abattouy, M. (ed.), Études d'histoire des sciences arabes: textes réunis et présentés. Fondation du roi Andul-Aziz Al Saoud, Casablanca, pp. 15-33. (Editors: In the original paper, the details of this reference are given as "unpublished preprint." We have suppled the details.)
24. Butzer, P.L, Lohrmann, D. (eds.), 1993. Science in Western Civilization in Carolingian Times. Basel, Birkhäuser. |
25. Calvo, E., 1992. Ibn Bāṣo's universal plate and its influence on European astronomy. Scientiarum Historia 18, 61–69.
26. —— 1992–1994. On the construction of Ibn Bāṣo's universal astrolabe (14th c.) according to a Moroccan astronomer of the 18th century. Journal for the History of Arabic Science 10, 53–67.
27. Carandell, J., 1984. An analemma for the determination of the azimuth of the qibla in the Risālā fī ʿilm al-ẓilāl of Ibn al-Raqqām. Zeitschrift für Geschichte der arabisch-islamischen Wissenschaften 1, 61–72.
28. Chabás, J., Goldstein, B.R., 1994. Andalusian astronomy: al-Zīj al-Muqtabis of Ibn al-Kammād. Archive for History of Exact Sciences 48, 1–41.
29. Chemla, K., 1994. Similarities between Chinese and Arabic mathematical writings: (I) Root extraction. Arabic Sciences and Philosophy 4, 207–266.
30. Chemla, K., Djebbar, A., Mazars, G., 1992. Mondes arabe, chinois, indien : Quelques points communs dans le traitement des nombres fractionnaires. In: [175, pp. 263–276].
31. Comes, M., 1991. Ecuatorios andalusies : Ibn al-Samḥ, al-Zarqālluh y Abū-l-Ṣalt. Universidad de Barcelona, Barcelona.
32. Crossley, J.N., Henry, A.S., 1990. Thus spake al-Khwārizmī: A translation of the Cambridge University Library ms. Ii.vi.5. Historia Mathematica 17, 103–131.
33. Crozet, P., 1993. L'idée de dimension chez al-Sijzī. Arabic Sciences and Philosophy 3, 251–286.
34. Dallal, A., 1984. Al-Bīrūnī on climates. Archives internationales d'histoire des sciences 34, 3–18.
35. —— 1988. Bīrūnī's Book of Pearls Concerning the Projection of Spheres. Zeitschrift für Geschichte der arabisch-islamischen Wissenschaften 4, 81–138.
36. —— 1995. Ibn al-Haytham's universal solution for finding the direction of the qibla by calculation. Arabic Sciences and Philosophy 5, 145–194.
37. Demidov, S.S., Folkerts, M., Rowe, D.E., Scriba, C.J. (eds.), 1992. Amphora, Festschrift for Hans Wussing on the Occasion of his 65th Birthday. Birkhäuser, Basel.
38. Dhanani, A., 1994. The physical theory of kalam: Atoms, space, and void in Basrian Muctazili Cosmology. Brill, Leiden and New York.
39. Djebbar, A., 1981. L'analyse combinatoire dans l'enseignement d'Ibn Munʿim, XIIᵉ– XIIIᵉ siècles. Université de Paris-Sud, Département de mathématiques.
40. —— 1996. Quelques commentaires sur les versions arabes des Eléments d'Euclide et sur leur transmission à l'Occident musulman. In: [176, 91–114].
41. —— 1995. Le traitement des fractions dans la tradition mathématique arabe du Maghreb. In: [175, pp. 263–276].
42. —— 1988. Quelques aspects de l'algèbre dans la tradition mathématique arabe de l'Occident musulman. Actes du premier colloque Maghrébin d'Alger sur les mathématiques arabes. Maison du Livre, Alger, pp. 99–123.
43. —— 1995. Mathematics in Medieval Maghreb. AMUCHMA Newsletter 15, 3–42. [Published by the African Mathematical Union]

44. ——— 1998. La tradition arithmétique euclidienne dans le *Kitāb Al-Istikmāl* d'Al-Mu'taman et son prolongement en Andalus. V^{eme} Colloque Maghrebim sur l'histoire des mathématiques arabes : Actes du colloque, Hammamet 1-2-3 Décembre 1994. L'Association Tunisienne des Sciences Mathématiques, Tunis, pp. 62–84. (Editors: In the original paper, the date of this reference is given as "to appear." We have suppled the final details.)
45. Dold-Samplonius, Y., 1987. Developments in the solution to the equation $cx^2 + bx = a$ from al-Khwārizmī to Fibonacci. In: [88, pp. 71–87].
46. ——— 1990. Quadratic equations in Arab mathematics. In: Balmer, H., Glaus, B. (eds.), Die Blütezeit der arabischen Wissenschaft. Verlag der Fachvereine, Zürich, pp. 67–78.
47. ——— 1992. Practical Arabic mathematics: Measuring the muqarnas by al-Kāshī. Centaurus 35, 193–242. |
48. ——— 1992. The XVth century Timurid mathematician Ghiyāth al-Dīn Jamshīd al-Kāshī and his computation of the qubba. In: [37, pp. 171–181].
49. ——— 1993. The volume of domes in Arabic mathematics. In: [52, pp. 93–106].
50. Farès, N., 1995. Le calcul du maximum et la 'dérivée' selon Sharaf al-Dīn al-Ṭūsī. Arabic Sciences and Philosophy 5, 219–238.
51. Folkerts, M., 1997. Die älteste lateinische Schrift über das indische Rechnen nach al-Hwārizmī: Edition, Übersetzung und Kommentar. Bayerische Akademie der Wissenschaften, Philosophisch-historische Klasse, Abhandlungen (Neue Folge) Heft 113, Verlag der Bayerischen Akademie der Wissenschaften, München.
52. Folkerts, M., Hogendijk, J.P. (eds.), 1993. Vestigia Mathematica: Studies in Medieval and Early Modern Mathematics in Honour of H.L.L. Busard. Rodopi, Amsterdam.
53. Hamadanizadeh, J., 1987. A survey of medieval Islamic interpolation schemes. In: [88, pp. 143–152].
54. Harley, J.B., Woodward, D. (eds.), 1992. The History of Cartography, vol. 2, book 1: Cartography in the Traditional Islamic South Asian Societies. University of Chicago Press, Chicago.
55. Ibn al-Haytham, Abū ʿAlī al-Ḥasan ibn al-Ḥasan, 1983. Kitāb al-Manāẓir, Books I–III On Direct Vision, Sabra, A. I. (ed.). National Council for Culture, Arts and Letters, Kuwait.
56. Herz-Fischler, R., 1988. Theorem xiv,** of the First "Supplement" to The Elements. Archives internationales d'histoire des sciences 38, 3–66.
57. Hogendijk, J.P., 1985. Al-Kūhī's construction of an equilateral pentagon in a given square. Zeitschrift für Geschichte der arabisch-islamischen Wissenschaften 1, 100–144.
58. ——— 1985. Thābit ibn Qurra and the pair of amicable numbers 17296, 18416. Historia Mathematica 12, 269–273.
59. ——— 1986. Arabic traces of lost works of Apollonius. Archive for History of Exact Sciences 35, 187–253.
60. ——— 1987. On Euclid's lost Porisms and its arabic traces. Bollettino di storia delle scienze matematiche 7, 93–115.
61. ——— 1987. Review of La théorie des parallèles en pays d'Islam. Centaurus 30, 293–294.
62. ——— 1987. New light on the lunar crescent visibility table of Yaʿqūb Ibn Ṭāriq. Journal of Near Eastern Studies 47, 95–103.
63. ——— 1989. The mathematical structure of two Islamic astronomical tables for "Casting the Rays." Centaurus 32, 171–202.
64. ——— 1989. Sharaf al-Dīn al-Ṭūsī on the number of positive roots of cubic equations. Historia Mathematica 16, 69–85.
65. ——— 1991. The geometrical parts of the Istikmāl of Yūsuf Al-Mu'taman Ibn Hūd (11th century): An analytical table of contents. Archives internationales d'histoire des sciences 41, 207–281.
66. ——— 1991. Al-Khwārizmī's table of the "sine of the hours" and the underlying sine table. Historia Scientiarum 42, 1–12.
67. ——— 1993. The Arabic version of Euclid's On Division. In: [52, pp. 143–162].

68. ——— 1994. Le traité d'Ibn al-Haytham sur les lignes horaires. Cahier du seminaire Ibn al-Haytham 4, 5–7.
69. ——— 1994. Pure mathematics in Islamic civilization. In: Grattan-Guinness, I., (ed.), Companion Encyclopaedia of the History and Philosophy of the Mathematical Sciences. Routledge, London and New York, pp. 70–79.
70. ——— 1994. The qibla table in the Ashrafī Zīj. In: [159, pp. 81–96].
71. Høyrup, J., 1986. Al-Khwārizmī, Ibn Turk, and the Liber Mensurationum: On the origins of Islamic algebra. Erdem 5, 445–484. |
72. ——— 1987. The formation of "Islamic mathematics": Sources and conditions. Science in Context 1, 281–329.
73. Houzel, C., 1995. Sharaf al-Dīn al-Ṭūsī et le polygone de Newton. Arabic Sciences and Philosophy 5, 239–262.
74. Hughes, B., 1994. Problem-solving by Ajjūb al-Baṣrī: An early algebraist. Journal for the History of Arabic Sciences 10, 31–40.
75. Thābit Ibn Qurrā, 1987. Oeuvres astronomiques. (Régis, M., éd., trad. et comm.) Les Belles Lettres, Paris.
76. Jaouiche, K., 1986. La théorie des parallèles en pays d'Islam. Vrin, Paris.
77. ——— 1988. L'analyse et la synthèse dans les mathématiques arabo-islamiques : Le livre d'Ibn al-Haytham. Histoire des mathématiques arabes. Maison des Livres, Algiers, pp. 106–124.
78. Kennedy, E.S., 1985. Spherical astronomy in Kāshī's Khāqānī Zīj. Zeitschrift für Geschichte der arabisch-islamischen Wissenschaften 2, 1–46.
79. Kennedy, E.S., Kennedy, M.H., 1987. Geographical Coordinates of Localities from Islamic Sources. Institut für Geschichte der arabisch-islamischen Wissenschaften, Frankfurt am Main.
80. Kennedy E.S., Saliba, G., 1991. The spherical case of the Ṭūsī couple. Arabic Sciences and Philosophy 1, 285–291.
81. Kennedy, E.S., 1994. The prime vertical method for the astrological houses as presented in Kāshī's Khāqānī Zīj. In: [159, pp. 95–97].
82. ——— 1994. Ibn Muʿādh on the astrological houses. Zeitschrift für Geschichte der arabisch-islamischen Wissenschaften 9, 153–160.
83. Kennedy, E.S., Lorch, R.P., 1997. Ḥabash al-Ḥāsib on the melon astrolabe. In: Anellis, I.H., Demidov, S.S., Drucker, T., Hogendijk, J.P. (eds.), Mathematics, Past Tense Present: Festschrift on the History of Mathematics in Honor of Boris Rosenfeld's 80th Birthday. Modern Logic Publishing, Ames, IA.
84. Kheirandish, E., 1994. Review of The Optics of Ibn al-Haytham, Books I–III: On Direct Vision. Harvard Middle Eastern and Islamic Review 1, 188–194.
85. ——— 1996. The Arabic "version" of Euclidean Optics: Transformations as linguistic problems. In: [177, pp. 227–246].
86. ——— 1998. The Arabic Tradition of Euclid's Optics (Kitāb Uqlīdis fī Ikhtilāf al-manāẓir). Springer-Verlag. New York. (Editors: In the original paper this item was "to appear." We have modified the reference to agree with the published book.)
87. King, D.A., 1986. The earliest Islamic mathematical methods and tables for finding the direction of Mecca. Zeitschrift für Geschichte der arabisch-islamischen Wissenschaften 3, 82–149.
88. King, D.A., Saliba, G. (eds.), 1987. From Deferent to Equant: A Volume of Studies in the History of Science in the Ancient and Medieval Near East in Honor of E. S. Kennedy. New York Academy of Sciences, New York.
89. King, D.A., 1988. A medieval Arabic report on algebra before al-Khwārizmī. Al-Masāq 1, 25–32.
90. ——— 1990. A survey of medieval Islamic shadow schemes for simple time-reckoning. Oriens 32, 191–249.

91. ——— 1990. An overview of the sources for the history of astronomy in the medieval Maghrib. Deuxième colloque maghrébin sur l'histoire des mathématiques arabes : Tunis, les 1-2-3 Décembre 1988, Actes du colloque. University of Tunis, Tunis, pp. 125–157.
92. ——— 1990. Astronomy. In [163, pp. 274–289].
93. ——— 1994. Astronomical Instruments between East and West, Kommunikation zwischen Orient und Okzident, Alltag und Sachkultur. Sitzungsberichte der Osterreichische Akademie der Wissenshaften, Philosophisch-Historische Klasse, 619. Band, Verlag der Akademie der Wisssenschaften, Wien, 143–198. |
94. ——— 1992. The ciphers of the monks and the astrolabe of Berselius reconsidered. In: [37, pp. 375–388].
95. ——— 1994. Ein vergessenes Zahlensystem des mittelalterlichen Mönchtums. In: [159, pp. 405–420].
96. ——— 1994. World-maps for finding the direction and distance of Mecca: A brief account of recent research. Preprint of a paper presented at the Symposium on Science and Technology in the Turkish and Islamic World, Istanbul, June 3–5.
97. Knorr, W. R., 1989. Textual Studies in Ancient and Medieval Geometry. Birkhäuser, Boston.
98. ——— 1996. The wrong text of Euclid: On Heiberg's text and its alternatives. Centaurus 38, 208–276.
99. Koelblen, S., 1993. Un exercice de combinatoire : Les relations issues de la figure sécante de Ptolémée des six quantités en proportion. Un parcours en histoire des mathématiques : Travaux et recherches, Sciences et Techniques en Perspective, 26, 1–21. Université de Nantes, Nantes.
100. ——— 1994. Une pratique de la composition des raisons dans un exercice de combinatoire. Revue d'histoire des sciences 2, 209–247.
101. Kunitzsch, P., 1974. Der Almagest: Die Syntaxis Mathematica des Claudius Ptolemäus in arabisch-lateinischer Überlieferung. O. Harrassowitz, Wiesbaden.
102. Kunitzsch, P., Smart, T., 1986. Short Guide to Modern Star Names and Their Derivations. O. Harrassowitz, Wiesbaden.
103. Kunitzsch, P., 1989. The Arabs and the Stars: Texts and Traditions on the Fixed Stars, and Their Influence in Medieval Europe. Variorum, Northampton.
104. ——— 1993. Arabische Astronomie im 8. bis 10. Jahrhundert, in [24, pp. 205–220].
105. Kunitzsch, P., Lorch, R., 1994. Maslama's Notes on Ptolemy's Planisphaerium and Related Texts. Sitzungsberichte der Bayerischen Akademie der Wissenschaften, Philosophisch-historische Klasse, Heft 2.
106. ——— 1993. A note on codex Paris BN ar. 2457. Zeitschrift für Geschichte der arabisch-islamischen Wissenschaften 8, 235–240.
107. Lorch, R., Kunitzsch, P., 1985. Ḥabash al-Ḥāsib's Book on the Sphere and Its Use. Zeitschrift für Geschichte der arabisch-islamischen Wissenschaften 2, 68–98.
108. Lorch, R., 1986. Abū Jaʿfar al-Khāzin on isoperimetry and the Archimedean tradition. Zeitschrift für Geschichte der arabisch-islamischen Wissenschaften 3, 150–229.
109. ——— 1989. The Arabic transmission of Archimedes' Sphere and Cylinder and Eutocius' Commentary. Zeitschrift für Geschichte der arabisch-islamischen Wissenschaften 5, 94–114.
110. ——— 1994. Mischastrolabien im arabisch-islamischen Kulturgebiet. In: [159, pp. 231–236].
111. ——— 1995. Ptolemy and Maslama on the transformation of circles into circles in stereographic projection. Archive for History of Exact Sciences 49, 271–284.
112. ——— 1995. Arabic Mathematical Sciences: Instruments, Texts, Transmission. Variorum, Northampton.
113. ——— 1995. Jābir ibn Aflaḥ and the establishment of trigonometry in the west. Published as No. VIII in [112].
114. Morelon, R., 1994. Thābit ibn Qurra and Arab astronomy in the 9th century. Arabic Sciences and Philosophy 4, 111–139.