مقاله

پژوهش‌های انجام شده در تاریخ ریاضیات دورۀ اسلامی تا سال ۱۹۸۵ میلادی

جان لنارت برگرن

ترجمۀ فاطمه سوادی[۱] و محمد باقری[۲]

اشاره: آقای دکتر جان لنارت برگرن، پژوهشگر برجستۀ و نامدار تاریخ ریاضیات و نجوم دورۀ اسلامی، در سال ۱۹۸۵م (۱۳۶۴ش) مقاله‌ای به انگلیسی با عنوان «وضعیت کنونی تاریخ ریاضیات در جهان اسلام» در خبرنامۀ انجمن مطالعات خاورمیانه[۳] منتشر کرد. این مقالۀ پربار شامل گزارشی بود از مطالعاتی که تا آن زمان دربارۀ تاریخ ریاضیات دورۀ اسلامی به صورت مقاله یا کتاب یا رساله انجام شده بود. ترجمۀ فارسی این مقاله در پی می‌آید. آقای برگرن تا کنون دو بار به ایران سفر کرده و ترجمۀ فارسی کتابی از ایشان با عنوان گوشه‌هایی از ریاضیات دورۀ اسلامی منتشر شده است. در سال ۱۹۹۷ مقالۀ دیگری در همین زمینه از ایشان در نشریۀ هیستوریا ماتماتیکا (سال ۲۴، ۱۹۹۷، ص ۴۰۷–۴۴۰) چاپ شد که ادامۀ مقالۀ قبلی بود و گزارشی از کارهای انجام شده در فاصلۀ سال‌های ۱۹۸۵–۱۹۹۵م عرضه می‌کرد. سرانجام در سال ۲۰۱۴، گِلِن وان بروملِن که خود دانشجوی آقای برگرن بوده و اکنون به تدریس، پژوهش و تألیف دربارۀ تاریخ ریاضیات اشتغال دارد، طی مقالۀ دیگری پژوهش‌های انجام شده دربارۀ تاریخ ریاضیات دورۀ اسلامی از ۱۹۹۶ تا ۲۰۱۱ را بررسی کرده است. مقالۀ اخیر در کتابی به نام از اسکندریه تا بغداد[۴] منتشر شد که مجموعۀ ۲۴ مقالۀ اهدا شده به دکتر برگرن به مناسبت ۷۵سالگی اوست. این مقاله‌ها را دو تن از شاگردان ایشان به نام‌های ناتان سیدولی و گلن وان بروملن گردآوری کرده‌اند و مؤلفان آنها علاوه بر برگرن و بروملن و سیدولی، افراد مشهوری چون دیوید کینگ، یان پ. هوخندایک، گرگ دیونگ، تزوی لانگرمن، سونیا برنتیس، احمد جبار، ژاک

۱. دانشجوی دکتری تاریخ علم، دانشگاه مک‌گیل (کانادا)، fateme.savadi@mail.mcgill.ca

۲. سردبیر نشریۀ میراث علمی اسلام و ایران، عضو هیأت علمی پژوهشکدۀ تاریخ علم دانشگاه تهران، mohammad.bagheri2006@gmail.com, www.mb-kushyar.com

3. J. L., Berggren, “History of Mathematics in the Islamic World: The Present State of Art”, *Middle East Studies Association Bulletin*, vol. 19, no. 1, July 1985, pp. 9-33.

4. *From Alexanderia, Through Baghdad*

سزیانو، خولیو سامسو، عادل انبوبا و ریچارد لورچ هستند. چون این سه مقاله حاوی اطلاعات بسیار مفیدی است و به پژوهشگران تاریخ ریاضیات کمک می‌کند تا از کارهای انجام شده استفاده کنند و دوباره‌کاری نکنند، برآنیم که ترجمهٔ فارسی دو مقالهٔ بعدی را هم در شماره‌های آتی میراث علمی منتشر کنیم. اصل انگلیسی مقالهٔ حاضر در کتاب از اسکندریه تا بغداد نیز تجدید چاپ شده است. برای اطلاع از مشخصات کامل مقاله‌ها و کتاب‌ها بنگرید به فهرست منابع پایان این نوشته که به ترتیب الفبایی نام مؤلف و سال انتشار تنظیم شده است.[۱]

***

بسیاری از یافته‌های حوزهٔ تاریخ ریاضیات دورهٔ اسلامی در سال‌های اخیر جز در چارچوب نوشتارهای تخصصی گزارش نشده است، هرچند که می‌تواند علاقهٔ افراد بیشتری را به خود جلب کند. هدف از نوشتن این تحقیق عرضهٔ گزارشی از زمینه‌ها و یافته‌های مهم پژوهش در تاریخ ریاضیات دورهٔ اسلامی در دههٔ اخیر به محققان فرهنگ اسلامی است. البته «ریاضیات» شامل مباحثی فراتر از آنچه یک ریاضیدان امروزی ممکن است بیندیشد، بوده است؛ درنتیجه این تحقیق مروری اجمالی است بر هر آنچه در حوزهٔ «علوم ریاضی» دورهٔ اسلامی به شمار می‌آید، یعنی علاوه بر موضوعاتی چون حساب، جبر و هندسه، به مکانیک، نورشناسی و ابزارهای ریاضی نیز خواهیم پرداخت.

در مورد این تحقیق ذکر دو نکته لازم است: نخست آن که برای نجوم خواننده را به دو مقاله از دیوید کینگ ارجاع می‌دهیم: یکی با عنوان «نکاتی دربارهٔ وضع کنونی پژوهش در علوم دقیق در دورهٔ اسلامی» (۱۹۸۰) و دیگری با عنوان «نجوم در دورهٔ ممالیک» (۱۹۸۳a). دیگر آن که این تحقیق تنها به آثار انگلیسی، فرانسوی و آلمانی زبان می‌پردازد، بنابراین خواننده برای یافتن گزارشی از منابع و مطالعات پرشمار به زبان روسی باید به جاهای دیگر مراجعه کند.[۲]

بررسی‌های کلی

کندی مقالهٔ مفیدی در توصیف علوم ریاضی دورهٔ اسلامی با عنوان «میراث عربی در علوم دقیق» (نشریهٔ الأبحاث، ۱۹۷۰) و نیز مقالهٔ دیگری تنها مربوط به دورهٔ مغول و سلجوقی دارد (۱۹۶۸)[۳]. سزگین نیز در مقدمهٔ جلدهای پنجم و ششم اثری سرگذشت‌نامه‌ای- کتابشناختی به نام تاریخ نگارش‌های عربی (به آلمانی، جلد ۵ ریاضی و جلد ۶ نجوم) گزارشی بر مبنای دوره‌های تاریخی عرضه می‌کند که با مرگ

۱. خوانندهٔ علاقمند می‌تواند از مقاله‌های مرتبط با تاریخ ریاضیات منتشر شده در دانشنامهٔ جهان اسلام و دایرةالمعارف بزرگ اسلامی (که فهرست آنها در میراث علمی، شمارهٔ ۳، ص ۹۹-۱۲۲ آمده است) به‌ویژه مقاله‌های «جبر و مقابله» و «حساب، علم» نیز استفاده کند. - م.

۲. در نشریهٔ ماتماتیکال ریویوز (*Mathematical Reveiws*) از انتشارات انجمن ریاضی امریکا، گزارش‌هایی از آثار پرشمار منتشر شده به زبان روسی، عرضه می‌شود.

۳. ترجمهٔ فارسی در: بویل، جی. آ.، تاریخ ایران کمبریج، ترجمهٔ حسن انوشه، ج ۵، انتشارات امیرکبیر، چاپ دهم، تهران ۱۳۹۰، ص ۶۲۱-۶۴۱. -م.

بیرونی (حدود ۴۴۲ق/۱۰۵۰م) خاتمه می‌یابد.[1] در نهایت، یوشکیویچ در اثری عالی با عنوان ریاضیات عربی (۱۹۷۶) که ترجمهٔ فرانسوی به‌روزشده از متن اصلی روسی است، تاریخ ریاضیات محض در دورهٔ اسلامی را تا زمان درگذشت غیاث‌الدین جمشید کاشانی (۸۳۲ق/۱۴۳۰م) باز می‌گوید. در واقع هدف این مقاله مروری کلی بر آثار نوشته شده پس از کتاب یوشکیویچ دربارهٔ تاریخ ریاضیات دورهٔ اسلامی، و نیز تکمیل گزارش وی با ارجاع به منابع مرتبط با همهٔ علوم ریاضی است. همچنین می‌توان از کتاب نگارنده [برگرن] با عنوان ریاضیات دورهٔ اسلامی که امسال (۱۹۸۵) توسط انتشارات اشپرینگر–فِرلاگ به چاپ می‌رسد، یاد کرد.[2]

ادوارد استوارت کندی

جان لنارت برگرن

به‌تازگی (نسبت به ۱۹۸۵) سه اثر به چاپ رسیده است که به پژوهش در ریاضیات دورهٔ اسلامی بسیار کمک می‌کند. دو تا از آنها را کینگ نوشته است؛ یکی فهرست نسخه‌های خطی نجومی و ریاضی کتابخانهٔ ملی مصر به زبان عربی،[3] و دیگری مروری بر همان فهرست به زبان انگلیسی (۱۹۸۴). سومی فهرست نسخه‌های خطی عربی مجموعهٔ یهودا در دانشگاه پرینستون از ماخ است (۱۹۷۷). اینها البته آغاز کار است، به امید روزی که فهرستی از نسخه‌های خطی پرشمار کتابخانه‌های استانبول فراهم شود.

---

۱. تنها جلدهای اول تا چهارم این اثر به فارسی منتشر شده است. جلدهای ۵ و ۶ به فارسی ترجمه شده ولی هنوز انتشار نیافته است. –م.

۲. این کتاب با ترجمهٔ قاسم وحیدی‌اصل و علیرضا جمالی به وسیلهٔ انتشارات فاطمی در سال ۱۳۷۳ در تهران منتشر شد (چاپ دوم: ۱۳۷۴). اصل انگلیسی آن با نام *Episodes in the Mathematics of Medieval Islam* در سال ۱۹۸۶ منتشر شد. –م.

۳. کینگ، دیوید، فهرس المخطوطات العلمیة المحفوظة بدارالکتب المصریة، ج ۱: فهرست نسخه‌های خطی علمی، همراه با نمایهٔ نام کاتبان و صاحبان نسخه‌ها؛ ج ۲: فهرست تفصیلی با ترتیب تاریخی، ذیل موضوعات، همراه با نمایهٔ نام نویسندگان و عنوان نسخه‌ها، قاهره ۱۹۸۱، ۱۹۸۶. –م.

بدون منابع نمی‌توان پیش رفت و برای بیشتر پژوهشگران دسترسی به منابع تنها از طریق فهرست‌ها امکانپذیر است.

نظریهٔ اعداد

یونانیان بسیار پیش‌تر از اقلیدس (حدود ۳۰۰ق.م) به انواع خاصی از اعداد صحیح (زوج، فرد، مربع، و غیره) علاقمند بودند و این علاقه تا پایان عصر باستان ادامه یافت. مثلاً اقلیدس (در مقالهٔ هفتم اصول، تعریف ۲۲) از اعداد «تام» سخن می‌گوید؛ اعدادی (مانند ۶) که با مجموع مقسوم‌علیه‌های حقیقی‌شان برابرند. تعمیم این فکر به تعریف اعداد «مُتَحاب» می‌انجامد. دو عدد صحیح را متحاب گویند اگر هر یک برابر با مجموع مقسوم‌علیه‌های حقیقی دیگری باشد. شاید نسبت دادن کشف این مفهوم به فیثاغورس (حدود ۵۸۰–۵۰۰ ق.م) از سوی یامبلیخوس (حدود ۲۵۰–۳۳۰م) به جای تاریخچهٔ اعداد متحاب، بیانگر علاقهٔ یونانیان به نسبت دادن اکتشاف‌ها به مردان بزرگ گذشته‌ای دور باشد. بی‌تردید تاریخ این مفهوم در جهان باستان به زمانی بسیار پیش‌تر از آن بر می‌گردد که ثابت بن قرّه (حدود ۲۱۰–۲۸۸ق) قضیه‌ای در اثرش با نام کتاب في الأعداد المتحابّة مطرح کرد که به کمک آن می‌توان، با یافتن انواع خاصی از اعداد اول، اعداد متحاب را یافت[۱] (سعیدان، ۱۹۷۷a). با این حال، تا چند قرن پس از ثابت تنها جفت متحاب شناخته شده همان نمونهٔ قدیمی ۲۲۰ و ۲۸۴ بود.[۲] اما اخیراً علی‌رضا جعفری نائینی (۱۹۸۲) و رشدی راشد (۱۹۸۳) نشان داده‌اند کمال‌الدین فارسی، ریاضیدان ایرانی سدهٔ هفتم هجری که نظریهٔ صحیحی در تبیین رنگین‌کمان مطرح کرد، این جفت متحاب (۱۷۲۹۶ و ۱۸۴۱۶)[۳] را یافت و سپس در اوایل دههٔ نخست سدهٔ یازدهم هجری هم‌وطن وی، محمدباقر یزدی جفت ۹۳۶۳۵۸۴ و ۹۴۳۷۰۵۶[۴] را یافت. هر دو ریاضیدان نتایج خود را با استفاده از قضیهٔ ثابت بن قره به دست آوردند و رسالهٔ یزدی شامل


رشدی راشد

۱. قضیهٔ ثابت بن قرّه: اگر p ، q و r اعداد اول باشند به طوری که $p = ۳ \times ۲^{n} - ۱$ ، $q = ۳ \times ۲^{n-۱} - ۱$ و $r = ۹ \times ۲^{۲n-۱} - ۱$ ، آنگاه $۲^{n}pq$ و $۲^{n}r$ اعداد متحاب هستند.

۲. مقسوم‌علیه‌های ۲۲۰، عددهای ۱، ۲، ۴، ۵، ۱۰، ۱۱، ۲۰، ۴۴، ۵۵ و ۱۰۰ هستند و مجموع آنها ۲۸۴ است. مقسوم‌علیه‌های ۲۸۴، عددهای ۱، ۲، ۴، ۷۱ و ۱۴۲ هستند و مجموع آنها ۲۲۰ است. به گفتهٔ هوخندایک (۱۹۸۵) ثابت بن قره اثبات قضیهٔ مشهور خود را با نشان دادن درستی آن برای $n = ۴$ (پانویس پیشین) به پایان می‌برد. به نظر هوخندایک چون در این حالت جفت متحاب ۱۷۲۹۶ و ۱۸۴۱۶ تولید می‌شود، ثابت می‌دانست که این دو عدد متحاب هستند.

۳. فرما هم اینها را در ۱۶۳۶م یافت. –م.

۴. دکارت هم این اعداد را در ۱۶۳۸م یافت. –م.

تعمیمی از مفهوم عددهای متحاب است.[1] پژوهش‌های جدید در ریاضیات حوزهٔ غربی تمدن اسلامی (جبار، ۱۹۸۱) و حوزهٔ شرقی آن (راشد، ۱۹۸۰ و ۱۹۸۳) نشان می‌دهد که سنت پیوسته‌ای در نظریهٔ اعداد در دورهٔ اسلامی شکل گرفت و منجر به کشف قضیه‌ها و مسئله‌هایی شد که اغلب به ریاضیدانان غربی چند سدهٔ بعد نسبت داده شده‌اند– مانند پیدا شدن قضیهٔ ویلسون[2] در اثری از ابن هیثم؛ مسئلهٔ وزنه‌های باشه[3] در میزان الحکمهٔ خازنی[4]؛ یا مسئلهٔ حاصل جمع توان چهارم اعداد صحیح متوالی $۱,۲,\cdots,n$ در رسالة في انواع من الأعداد وطرائف من الأعمال ابوصقر قبیصی (سدهٔ چهارم هجری).[5] در واقع دیگر نمی‌توان بر داوری یوشکیویچ (ص ۶۹) صحه گذاشت که «در آثار ریاضیدانان دورهٔ اسلامی دربارهٔ نظریهٔ اعداد مطلب بدیع بسیار اندک است».

حساب

عبدالحمید صبره در دایرةالمعارف اسلام (ویرایش دوم، ج ۳، ۱۹۷۱، «علم الحساب») مرور خوب و جامعی بر کل موضوع عرضه کرده اما از آنجا که تاریخ ریاضیات دورهٔ اسلامی به‌سرعت پیشرفت کرده است، بخش‌هایی از آن مانند «مبحث کسر در دورهٔ اسلامی» امروز باید تکمیل شود. یکی از هیجان‌انگیزترین یافته‌های تاریخ ریاضیات دورهٔ اسلامی در مقاله‌ای از سعیدان با عنوان «کهن‌ترین متن عربی حساب» (۱۹۶۶) ظاهر شد. قبلاً لوکی (۱۹۵۱)[6] نشان داده بود که جمشید کاشانی، اخترشناس دربار الغ‌بیگ در سمرقند، کسرهای دهدهی را به‌راحتی به کار برده است و برخی از شاهکارهای محاسباتی وی، هم در پایهٔ شصت و هم در پایهٔ ده انجام شده است. با این حال، در سال ۱۹۶۶ احمد سلیم سعیدان خلاصهٔ متنی را به چاپ رساند که به بیان خودش نشان می‌دهد «نه کاشانی... بلکه اقلیدسی، که ۵ قرن پیش از کاشانی کار می‌کرد، نخستین ریاضیدان مسلمانی است که اثری دربارهٔ

---

۱. این تعمیم در واقع نظریهٔ اعداد متعادل (equiponderant) است. این اعداد جفتی مانند ۲۵ و ۶ هستند که مجموع مقسوم‌علیه‌های صحیحشان با هم برابر است (برای اطلاعات بیشتر دربارهٔ پژوهش یزدی در مورد این اعداد بنگرید به: نائینی (۱۹۸۲). راشد (۱۹۸۳) به بررسی دقیق پیشرفت نظریهٔ مقسوم‌علیه‌های حقیقی و ورود توابع حسابی به ریاضیات دورهٔ اسلامی پرداخته و همچنین نشان داده است که اعداد متعادل نخستین بار در التکملة في الحساب ابومنصور بغدادی (متوفی ۴۲۹ق) ظاهر می‌شود. چند نمونه از مسئله‌های این رساله در سعیدان ۱۹۸۵ آمده است. مقالهٔ راشد (۱۹۸۳) حاوی چند متن عربی است که از لحاظ تاریخ ترکیبیات و نظریهٔ اعداد بسیار مهمند.

۲. اگر p عددی اول باشد، آنگاه p ، $(p-۱)(p-۲)\cdots ۲\times ۱+۱$ را می‌شمارد. برای مثال ۵، عدد $۴\times ۳\times ۲\times ۱+۱=۲۵$ را می‌شمارد.

3. Bachet

مسئلهٔ پیدا کردن حداقل تعداد وزنه‌های مورد نیاز برای وزن کردن جسمی است که وزن آن عدد صحیحی است که بزرگ‌تر از عدد معینی نیست.

۴. برای اطلاعات بیشتر در مورد طرح این مسئله توسط خازنی بنگرید به: روژانسکایا، ۱۹۸۵.

۵. برای متن عربی و خلاصهٔ فرانسوی آن بنگرید به: انبوبا، عادل، «القبیصي صاحب الرسالة في جمع انواع من الأعداد (ایاصوفیا ۴۸۳۲، ص ۸۵ب–۱۸۸)»، مجلة تاریخ العلوم العربیة، المجلد ۶، العددان ۱، ۲، ۱۹۸۲، ص ۷۳–۹۵. برای ترجمه و شرح انگلیسی بنگرید به: سزیانو، ۱۹۸۵.

۶. تجدید چاپ شده در Sezgin F. (ed.), *Islamic Mathematics and Astronomy*, vol. 56, 1998, pp. 75-226.

کسرهای دهدهی از او در دست است». اغلب مورخان ریاضیات این نظر را پذیرفته‌اند، اما رشدی راشد در مقاله‌ای دربارهٔ ریشه‌گیری و ابداع کسرهای دهدهی (راشد ۱۹۸۷) این نظر را به طور جدی زیر سؤال برده است. به نظر راشد نحوهٔ استفادهٔ اقلیدسی از کسرهای دهدهی نشان می‌دهد که وی نه اهمیت آنها و نه مضمون دقیق ریاضی آنها را دریافته است، و این که اثر اقلیدسی را نباید آغاز واقعی ابداع کسرهای دهدهی دانست. رشدی راشد می‌گوید کسرهای دهدهی در مکتب کرجی ابداع شد و برای اثبات این ادعا متنی از سموئل بن یحیی مغربی، دانشمند علم جبر در قرن ششم هجری و شارح کرجی، چاپ کرد که در آن کسرهای دهدهی به صورتی منظم، در مضمونی کاملاً ریاضی و به عنوان بخشی از یک نظریهٔ عام به کار رفته است.


عبدالحمید صبره


احمد سلیم سعیدان

مهم‌ترین بحث راشد در مقالهٔ مذکور در بالا و در آثار دیگرش (برای دیدگاه اصلی بنگرید به: راشد ۱۹۷۵b) این است که در سده‌های پنجم و ششم هجری تقابلی بین حساب و جبر موجود بود که دو پیامد داشت. اولی حسابی کردنِ جبرِ خوارزمی و جانشینانش، یعنی اعمال الگوریتم‌های حسابی به عبارت‌های جبری، و دیگری تأثیر «جبر نو شده» (به تعبیر راشد) بر حسابی که موجب آن [نو شدن] بود. اهمیت ابداع کسرهای دهدهی برای نظریهٔ راشد این است که ابداع آنها در مکتب کرجی یکی از مثال‌های بارز این تقابل است که در صورت وجود کسرهای دهدهی پیش از کرجی، [این تقابل] ناممکن بود.

کسرهای دهدهی تنها بخشی از یکی از انواع حساب مورد استفاده در دورهٔ اسلامی بودند که در آن دست کم سه نوع متفاوت از حساب وجود داشت: حساب منجمان با پایهٔ ۶۰، حساب دهدهی که از

هند گرفته شده بود، و حساب انگشتی منشیان خزانه. مورد آخر فراتر از شمارش ساده با انگشتان دست، و نوعی حساب ذهنی بود که در آن مقادیر واسطه به کمک انگشتان دست حفظ می‌شدند تا در مرحلهٔ بعدی محاسبه به کار روند. سعیدان یکی از متن‌های مهم در این حوزه به نام في ما يحتاج اليه الكتّاب والعمّال وغيرهم من علم الحساب از ابوالوفا بوزجانی ریاضیدان مشهور را در ۱۹۷۱[۱] و خلاصه‌ای از آن را در ۱۹۷۴ در مجلهٔ آیزیس چاپ کرد. اطلاعات بیشتر در مورد برداشت ابوالوفا از حساب مورد استفادهٔ عاملان خراج در دو پژوهش از ارنکروتز با عنوان «نظام کُر در عراق سده‌های میانه» و «نظام تصریف و تسعیر در نظام مالیاتی بین‌النهرین در سده‌های میانه» (۱۹۶۴، ۱۹۶۲) می‌توان یافت. منبع مفید دیگر دربارهٔ کار با کسرها الكافي في الحساب کرجی است. ترجمهٔ آلمانی هوخایم (۸۰–۱۸۷۷) از این اثر نایاب است و کاش چاپ بخشی از متن عربی توسط سعیدان (در سعیدان، ۱۹۷۱) کامل‌تر بود.[۲] در موضوع حساب بر پایهٔ ۶۰ که منجمان به کار می‌بردند، کینگ دو مقاله به جدول‌های ضرب شصت‌گانی دورهٔ اسلامی اختصاص داده است (1974a و 1972c). شکل ۱ دو صفحهٔ مقابل از نسخهٔ خطی عربی شمارهٔ ۲۵۳۱ کتابخانهٔ ملی پاریس را نشان می‌دهد که در آنها جدول‌های حاوی مضرب‌های یک تا شصت عددهای ۴۱ تا ۵۰ دیده می‌شود. این نسخه احتمالاً مورد استفادهٔ ابن مجدی، ستاره‌شناس مصری سدهٔ نهم هجری، بوده است. چنین جدولی با ۳۶۰۰ خانه ممکن است بزرگ به نظر رسد، اما جدول‌هایی با ۶۰ برابر این تعداد خانه برای کمک به ستاره‌شناسان در ضرب اعداد دو رقمی در مبنای ۶۰ تنظیم می‌شد.[۳]

هرملینک اخیراً (۱۹۷۵) پژوهشی در حوزهٔ تاریخ حساب بر پایهٔ متن‌های فارسی، یکی دیگر از زبان‌های جهان اسلام، با عنوان «کهن‌ترین کتاب‌های حساب موجود به زبان فارسی» انجام داده است. محمد یادگاری در دو مقاله با عنوان «قضیهٔ دوجمله‌ای به روایت امیر کلان بخاری حوالی ۱۲۹۷م» (۱۹۷۸) و «قضیهٔ دوجمله‌ای: مفهومی رایج در ریاضیات سده‌های میانه» (۱۹۸۰) گزارشی از پیدا شدن حالت خاصی از قضیهٔ ضرایب بسط دوجمله‌ای در متنی از عزالدین زنجانی، ریاضیدان ایرانی سدهٔ هفتم، می‌دهد اما موفق نمی‌شود خواننده را متقاعد کند که متن یادشده نشانی از آگاهی از قضیهٔ کلی دارد.[۴]

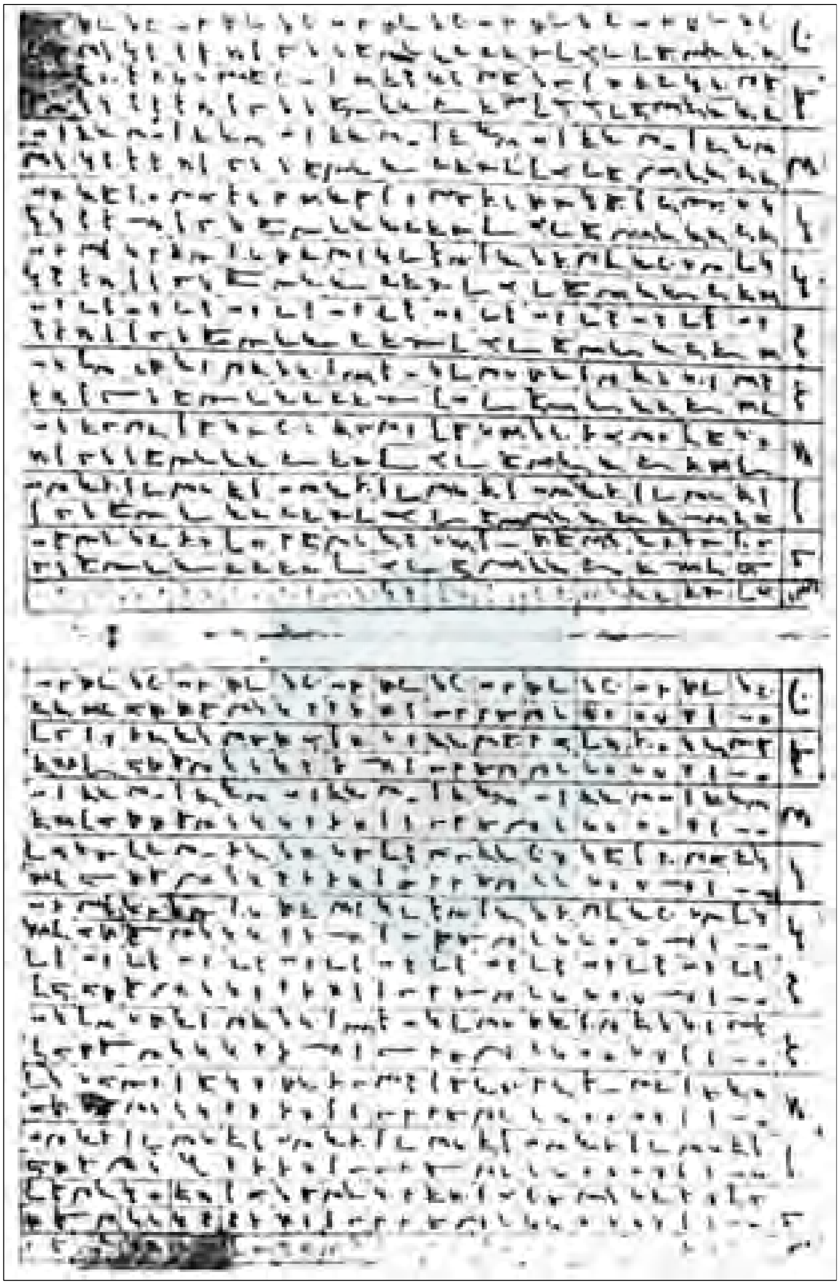
---

۱. بوزجانی، ابوالوفا، کتاب أبي الوفاء محمد بن محمد البوزجاني في ما يحتاج اليه الكتّاب والعمّال وغيرهم من علم الحساب، مجلد اول (حساب الید) از مجموعهٔ تاریخ علم الحساب العربي، چاپ احمد سلیم سعیدان، عمان، ۱۹۷۱.–م.

۲. این اثر کرجی را سامی شلهوب یک سال بعد از انتشار مقالهٔ حاضر به چاپ رساند:
کرجی، محمد بن حسن، الكافي في الحساب، تصحیح سامی شلهوب، حلب: جامعة حلب، ۱۹۸۶. –م.

۳. جدول ضرب شصتگانی کامل در پایان رسالهٔ حساب کوشیار گیلانی (نسخهٔ بمبئی) وجود دارد که در کتاب سه رساله از کوشیار گیلانی (مؤسسهٔ پژوهشی میراث مکتوب، تهران، ۱۳۹۲) چاپ شده است. –م.

۴. ترجمهٔ انگلیسی رسالهٔ اصول حساب هندی کوشیار گیلانی در سال ۱۹۶۵ به وسیلهٔ مارتین لِوی و ماروین پتروک منتشر شد. برای اطلاع از این اثر و تصحیح متن عربی و ترجمه‌های فرانسوی، فارسی و روسی آن بنگرید به مقالهٔ «مبحث تقویم در زیج
←



شکل ۱: نسخهٔ خطی ۲۵۳۱ کتابخانهٔ ملی پاریس شامل جدول‌های حاوی مضرب‌های یک تا شصت عددهای ۴۱ تا ۵۰.

← جامع کوشیار گیلانی» در نشریهٔ تاریخ علم، شمارهٔ ۶، ۱۳۸۷، ص ۲۴–۲۵. –م.

جبر

مقالهٔ «الجبر والمقابلة» هارتنر در دایرةالمعارف اسلام (ویرایش دوم، ج ۲، ۱۹۶۵) دیگر روزآمد نیست و باید با مقالهٔ انبوبا (۱۹۷۸a به فرانسوی) با عنوان «مروری کلی بر جبر دورهٔ اسلامی در سده‌های ۹ و ۱۰ میلادی» (تقریباً دورهٔ خوارزمی تا کرجی) تکمیل شود. رشدی راشد نیز کتابی دارد با عنوان میان حساب و جبر: پژوهش‌هایی در تاریخ ریاضیات دورهٔ اسلامی (فرانسوی، ۱۹۸۴) که مجموعهٔ مقالات قبلی او با موضوع‌های مربوط به تاریخ جبر دورهٔ اسلامی در سده‌های پنجم و ششم هجری است. بالاخره صلیبا پژوهشی دربارهٔ کاربرد واژه‌های جبر و مقابله در آثار جبری خوارزمی، کرجی، سموئل و دیگران انجام داد با عنوان «معنی جبر و مقابله» که در سال ۱۹۷۳ چاپ شده است.

جورج صلیبا

بخش مهمی از سنت جبری مسلمانان علم «فرائض» (تقسیم ارث) است که عالمان به آن را فَرَضی می‌نامیدند. کینگ که آثار مربوط به این موضوع را بررسی کرده (۱۹۸۰) ما را از وجود تعداد زیادی جدول در آثار موجود مربوط به سده‌های هشتم و نهم هجری برای تقسیم ارث آگاه می‌کند. سولومون گاندز در یک تحقیق بی‌همتا در مجلهٔ ازیریس (۱۹۳۸) تمایز بین «علم فرائض» و «علم وصایا» را نشان داده است. علم فرائض به گفتهٔ گاندز «علم تعیین سهم شرعی وارثان طبیعی» و اغلب متضمن محاسبهٔ سهم‌های جزئی است. اما علم وصایا با مسائلی سر و کار دارد که در آنها میراث به یک غریبه می‌رسد و روش‌های جبری به کار می‌آیند. در التکملة في الحساب بغدادی نمونهٔ مسائل مربوط به محاسبهٔ زکات که به بیت‌المال می‌رسد آمده است (سعیدان، ۱۹۸۵). در دایرةالمعارف اسلام (به زبان انگلیسی) مطالب ذیل مدخل‌های «میراث» و «فرائض» دربردارندهٔ احکام سادهٔ مربوط به موضوع در شرع اسلام است.

یک دستاورد مهم اخیر در تاریخ جبر دورهٔ اسلامی این بوده است که پرده از نقش مهم کرجی و سموئل در پیشرفت‌های جبر از اواخر سدهٔ چهارم هجری به بعد بردارد. بخش عمده‌ای از آثار ریاضی مهم به‌جامانده از کرجی به چاپ رسیده است. همچنین قسمت‌های اصلی کارهای مفقود وی در کتاب جبر سموئل مغربی نقل شده است. شکل ۲ کشف شگفت‌انگیزی از این دست، یعنی جدول ضرایب بسط دوجمله‌ای را نشان می‌دهد. چنین جدولی اهمیت ریاضی زیادی دارد، زیرا به کمک آن می‌توان روش‌های ریشه‌گیری را که تاریخش به برهماگوپتا، نویسندهٔ هندی سدهٔ دوم هجری، برمی‌گردد به استخراج ریشه‌های چهارم و بالاتر توسعه داد. پیدا کردن چنین جدولی در اثر نویسنده‌ای که در اوائل قرن پنجم هجری شکوفا شده است، اهمیت تاریخی زیادی دارد. چون از آنجا که جدول ضرایب بسط

دوجمله‌ای پیش از این تنها در آثار ریاضیدانان بعدی مانند نصیرالدین طوسی (سدهٔ ۷ق) و جمشید کاشانی (سدهٔ ۹ق) یافت شده بود، این احتمال مطرح می‌شد که این جدول از چین آمده باشد. اما استفادهٔ ریاضیدانان مسلمان سدهٔ پنجم هجری از ضرایب بسط دوجمله‌ای در مبحثی که ریشه‌های عمیقی در ریاضیات دورهٔ اسلامی داشت، قویاً حاکی از کشف جدول توسط یک ریاضیدان مسلمان– به احتمال زیاد کرجی– است.

شکل ۲: جدول ضرایب دوجمله‌ای از کتاب الباهر في الجبر

کتاب الباهر في الجبر سموئل مغربی که در سال ۱۹۷۲ به وسیلهٔ صلاح احمد و رشدی راشد به عربی و فرانسوی چاپ شد، نشان می‌دهد کرجی آغازگر توسعهٔ الگوریتم‌های مربوط به کاربرد حساب چندجمله‌ای‌های با ضرایب گویای مثبت، مثلاً چندجمله‌ای $6x^7 + \frac{1}{2}x^4 + 8x^3 + 2x + 101$ بوده است. این الگوریتم‌ها که بعداً به وسیلهٔ سموئل کامل شد، تنها می‌توانند بر ضرایب با یک ترتیب معین اعمال شوند. طبق این الگوریتم‌ها ضرایب را در شبکه‌ای قرار می‌دادند و می‌توانستند عملیات جمع، تفریق، ضرب و تقسیم و حتی استخراج ریشهٔ دوم را به چندجمله‌ای‌ها اعمال کنند. یکی از نمودهای مشارکت سموئل در این امر، توسعهٔ این روش‌ها برای چندجمله‌ای‌های با ضرایب منفی بود.

حل معادله‌ها بخش مهمی از مطالعات جبری را تشکیل می‌داد، ولی شواهدی دال بر توانایی ریاضیدانان دورهٔ اسلامی بر حل معادلات با درجهٔ بالاتر از دو به روش جبری وجود ندارد. اما خیام در رسالهٔ جبر و مقابله‌اش با روش‌های هندسی و با استفاده از مقاطع مخروطی بررسی منظمی از همهٔ معادلات قابل حل از درجهٔ سوم عرضه کرد. متن عربی و ترجمهٔ فرانسوی این اثر را رشدی راشد و احمد جبار در سال ۱۹۸۱ با عنوان رسائل الخيام الجبرية منتشر کردند. این چاپ همچنین اثر معروف دیگری را از خیام در جبر دربردارد: اثر هنرمندانه‌ای دربارهٔ مسئله‌ای هندسی که به حالت خاصی از معادلات درجهٔ سوم می‌رسد که وی در رسالهٔ بزرگ‌ترش فهرست کرده بود.

این روش‌های هندسی را می‌توان در حل معادلات درجهٔ سوم حاصل از مسائل هندسی مانند یافتن ضلع هفت‌ضلعی یا نه‌ضلعی منتظم محاطی، به کار برد. اما وقتی مسئلهٔ مورد نظر یافتن وتر کمان یک درجه، و نتیجهٔ مسئله مورد نیاز تنظیم جدول‌های مثلثاتی باشد، این روش‌های صرفاً هندسی دیگر جوابگو نیست و روش‌هایی برای یافتن جواب‌های عددی لازم می‌شود. به همت دانشمندان سدهٔ نوزدهم میلادی مانند سدیو و وپکه، و نیز به برکت وجود اثر متأخرتر لوکی با عنوان «فن محاسبهٔ جمشید کاشانی» (۱۹۵۱) محققان از دیرباز می‌دانند که جمشید کاشانی اخترشناس سدهٔ ۹ هجری روش‌هایی برای تخمین ریشه‌های برخی معادلات درجهٔ بالاتر با دقت دلخواه ابداع کرده بود. این روش‌ها تکراری بودند، بدین معنا که در آنها

یک رویهٔ ساده تکرار می‌شود، اولین بار با اطلاعات داده شده و یک حدس اولیه، و دفعه‌های بعد با نتیجهٔ به دست آمده از مرحلهٔ قبل. تکرارهای پیاپی جواب را به مقدار حقیقی ریشهٔ معادله نزدیک و نزدیک‌تر می‌کند. این بار نیز فرضیهٔ اصالت چینی داشتن روش‌های تکرار در پرتو مقالهٔ رشدی راشد با عنوان «حل معادلات عددی و جبر: شرف‌الدین طوسی، ویت» (فرانسوی، ۱۹۷۴) رنگ می‌بازد. این مقاله پژوهشی است بر رسالهٔ جبر شرف‌الدین طوسی (همراه با نوید زیر چاپ بودن متن) که در سدهٔ ششم هجری در دمشق تدریس می‌کرده است. محتوای اثر طوسی نشان می‌دهد که روش‌های کاشانی نتیجهٔ کارهای جبردانان سده‌های پنجم و ششم هجری بود.

احمد جبار

معادلات سیاله

مسئلهٔ یافتن جواب‌های صحیح یا کسری معادلات با بیش از یک مجهول یکی از عرصه‌های تلاش ریاضیدانان یونان، هند و تمدن اسلامی بود. از آنجا که معادله‌هایی چون $x^۲ + y^۲ = z^۲$ ، به عنوان مثال، می‌تواند جواب‌های بسیار داشته باشد، به عربی آنها را «سیاله» (نامعین) می‌نامیدند. از جمله کسانی که در این زمینه نقش مهمی داشتند، ابوکامل، کرجی و ابوجعفر خازن بودند که در فاصلهٔ اواخر سدهٔ سوم تا اوایل سدهٔ پنجم هجری فعال بودند.

سزیانو در سال ۱۹۷۷م طی دو مقاله با عنوان‌های «روش‌های تحلیل نامعین در کار ابوکامل» و «حل معادلات نامعین در البدیع في الحساب ابوبکر کرجی» به بررسی روش‌های یافتن جواب معادلات سیاله در کتاب الجبر ابوکامل، ریاضیدان مصری اوایل سدهٔ ۱۰م، و البدیع في الحساب کرجی پرداخته است.

ابوجعفر خازن، از ریاضیدانان سدهٔ چهارم هجری بود که به حل معادلهٔ $x^۳ + y^۳ = z^۳$ علاقه داشتند و در اثر خود تلاش خجندی را برای نشان دادن این که این معادله جواب صحیح ندارد، نقد کرد. وپکه در مقاله‌ای مربوط به بیش از ۱۲۰ سال پیش (نسبت به ۱۹۸۵م) رسالهٔ ابوجعفر را بررسی کرده است (معلوم نیست که آیا کسی از ریاضیدانان دورهٔ اسلامی موفق به اثبات این حقیقت شد یا نه[1]).

اخیراً سعیدان تحقیق قابل توجهی بر اثر دیگری از ابوجعفر به نام رسالة في إنشاء المثلثات القائمة الزوايا المُنْطِقة الأضلاع انجام داده است: «حول خواص الأعداد لأبي جعفر محمد بن الحسين» (نشریهٔ

۱. ادعای روزنفلد که ابوجعفر این موضوع را اثبات کرده (*Mathematical Reviews* # 81k:01012) بر مبنای برداشت نادرست وی از مقاله‌ای از رشدی راشد (۱۹۷۹a) است.

دراسات، دسامبر ۱۹۷۸). سؤال اصلی این رساله پیدا کردن یک مجذور کامل a^2 برای عدد معلوم n به گونه‌ایست که مجموع آن دو (a^2+n) و تفاضلشان (a^2-n) مربع باشد.[1] مقالۀ سعیدان شامل متن عربی رساله و ترجمۀ انگلیسی خلاصۀ آن، به قصد تنظیم بخشی از مجموعه‌ای شامل متن‌هاست که تاریخ حساب دورۀ اسلامی را تصویر کند. به نظر برخی، نظریۀ اعداد که شامل حل معادله‌های سیاله می‌شود، بخشی از حساب است. این بحث به جبر نیز مربوط است، بنابراین مرز بین حساب و جبر همیشه مشخص نیست.

مقالۀ مستقل بعدی در این مورد، از عادل انبوبا با عنوان «رساله‌ای از ابوجعفر (خازن) دربارۀ مثلث‌های قائم‌الزاویۀ عددی» بود که در سال ۱۹۷۹ به زبان فرانسوی در مجلۀ تاریخ علوم عربی منتشر شد. این مقاله شامل ویرایش دیگری از متن عربی به همراه ترجمۀ فرانسوی کل متن و توضیحات گوناگون بود. در یکی از توضیحات به خطای سعیدان در مورد یکی دانستن رسالۀ ابوجعفر راجع به مثلث‌های قائم‌الزاویه و رسالۀ عرضه شده توسط وپکه در سال ۱۸۶۱ (نک: منابع) اشاره شده است. مقالۀ رشدی راشد با عنوان «تحلیل دیوفانتوسی در قرن دهم [میلادی]: مثال [ابوجعفر] خازن» (به زبان فرانسوی، ۱۹۷۹) شامل ترجمۀ خلاصه‌ای از رسالۀ ابوجعفر به فرانسوی در زمینۀ پژوهشی راجع به حل معادله‌های سیاله در قرن چهارم هجری و رابطۀ بین این مبحث و جبر و حساب است.

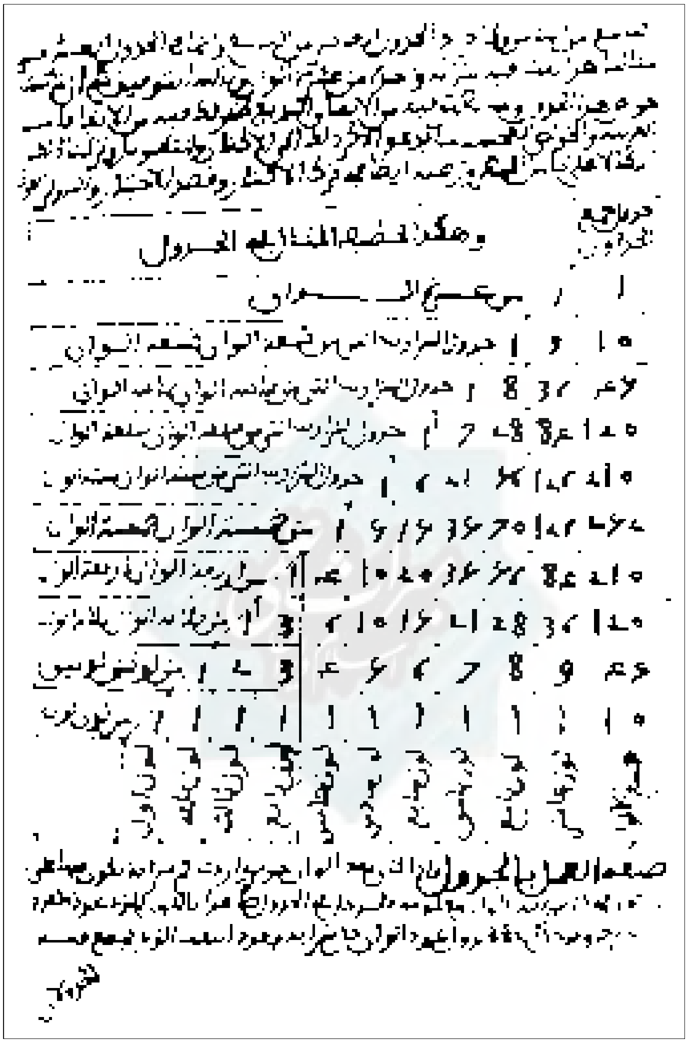
ژاک سزیانو

انتشارات اخیر هم بر دانش ما از منابع مربوط به معادله‌های سیاله در آثار ریاضی‌دانان دورۀ اسلامی می‌افزایند. ژاک سزیانو در سال ۱۹۸۲ ویرایشی از متن عربی چهار مقاله از کتاب حساب دیوفانتوس را که تا کنون مفقود به شمار می‌آمد به همراه ترجمه و شرح انگلیسی منتشر کرد که روشنگر بسیاری از سؤالات ریاضی، تاریخی و زبانی متن مذکور است. رشدی راشد هم در سال ۱۹۸۴ تصحیح مستقلی از این متن عربی به همراه ترجمه و شرح فرانسوی آن منتشر کرد (چون تازه نسخه‌ای از این کتاب به دستمان رسیده است، نمی‌توانیم دربارۀ ارتباطش با چاپ قبلی متن در سال ۱۹۷۵ توسط رشدی راشد [فن جبر دیوفانتوس] اظهار نظر کنیم).

۱. ظاهراً بغدادی نیز مطلبی در این باره در التکملة في الحساب آورده است (بنگرید به: سعیدان، ۱۹۸۵).

ترکیبیات

موضوع ریاضیات ترکیبیاتی که با پیدایش کامپیوتر تحرک بسیار زیادی یافته است با مبحث پیشین، هم از لحاظ تاریخی و هم از جنبهٔ ریاضی، پیوند نزدیکی دارد. شاید چندان هم تصادفی نبود که همزمان با



برگی از فقه الحساب ابن منعم شامل جدول انواع منگوله‌های رنگارنگ

توجه روزافزون ریاضی‌دانان به ترکیبیات، تاریخ‌نگاران ریاضی هم به بررسی همهٔ مراحل تاریخچهٔ آن پرداختند. شکل بالا برگرفته از دستنوشتهٔ کتاب فقه‌الحساب ابن منعم است که احمد جبار در سال ۱۹۸۵ در کتاب تحلیل ترکیبیاتی در مغرب: مثال ابن منعم (به زبان فرانسوی) منتشر کرد. احتمالاً ابن منعم این کتاب را با حمایت خلیفه ابوعبدالله محمدبن یعقوب الناصر در دهۂ اول قرن هفتم هجری نوشت. این جدول نشان می‌دهد که با حداکثر ۱۰رنگ ابریشم چند نوع منگوله می‌توان ساخت که رنگ

تکراری نداشته باشد. مثلاً عدد «۶» در ستون رنگ پنجم (لون خامس) و سطر ۳ رنگ، یعنی برای ساختن منگوله‌های سه رنگ با رنگ‌های ۱ تا ۵ و با استفاده از رنگ ۵ می‌توان شش جفت (۶=۱+۲+۳) از چهار رنگ دیگر را به کار برد. پس در هر ردیف، مثلاً سه رنگ، مجموع عددهای جدول برابر است با تعداد منگوله‌هایی که با ۳ رنگ ابریشم می‌توان ساخت.

این جدول و جدول‌های همانند آن یک فرق اساسی با جدول‌های نجومی دارند: در جدول‌های نجومی هر عدد باید مستقلاً محاسبه شود، ولی در جدول‌های ترکیبیاتی معمولاً عمل جمع ساده برای پر کردن جدول با شروع از یک سطر بدیهی کافی است. برای این کار باید اصل حاکم بر جدول را دانست.

مؤلف این جدول یعنی ابن منعم، سپس سؤالاتی مطرح می‌کند از قبیل تعداد جایگشت‌های حروف کلمه‌ای با تعداد معینی حرف و با دانستن اینکه یک یا چند حرف به تعداد معینی تکرار می‌شوند؛ یا «شمارش تعداد کلماتی که انسان تنها به وسیلهٔ آنها می‌تواند منظورش را بیان کند». برای این منظور، ابن منعم می‌گوید که الفبای عربی ۲۸ حرف دارد، بلندترین کلمه ۱۰ حرف دارد (مثلاً ارسطاطالیس)، هر یک از سه حرف صدادار یا سکون می‌توانند حرفی را قابل تلفظ کنند، و دو سکون نمی‌توانند پیاپی بیایند. (برای لغت‌شناسان، گفتهٔ ابن منعم می‌تواند جالب باشد که می‌توان با این قراردادها مخالفت کرد، و برای ریاضی‌دانان هم این پاسخ او می‌تواند جالب باشد که این مخالفت‌ها جنبهٔ فرعی دارند زیرا با درک روش او، خواننده می‌تواند مسئله را برای هر مجموعه‌ای از قراردادها حل کند).

از دیدگاه پیشرفت ترکیبیات که احمد جبار خاستگاهش را به درستی در حوزه‌هایی چون زبان‌شناسی، موسیقی و احکام نجوم می‌داند (نیز بنگرید به مقالهٔ «جبر و زبان‌شناسی: تحلیل ترکیبیاتی در علوم عربی» به زبان فرانسوی از رشدی راشد، ۱۹۷۳)، اهمیت کار ابن منعم این است که اثرش در راستای ریاضی کردن موضوع (یعنی استوار کردنش بر پایهٔ برهان کلی) و وارد کردن موضع به متن‌های آموزشی بود. یک پیشرفت مهم در تدوین برهان‌های کلی، استفادهٔ صریح از انواع مختلف استقرای ریاضی بود که در ترکیبیات زیاد به کار می‌رود ولی در نظریهٔ اعداد و جبر هم کاربرد داشته است. یک موضوع برای پژوهش بیشتر بررسی این امر است که مطالعات چشمگیر در زمینهٔ ترکیبیات طی قرن‌های ششم و هفتم هجری در مغرب تا چه حد در شرق جهان اسلام همگامان یا پیشگامانی داشته است. رشدی راشد در سال ۱۹۷۲ در مقاله‌ای با عنوان «استقرای ریاضی در آثار کرجی و سموئل [مغربی]» (به زبان فرانسوی) نشان داده است که در استدلال‌های کرجی و سموئل مغربی راجع به قضیهٔ دوجمله‌ای و فرمول‌هایی در نظریهٔ اعداد، نوعی استقرای ریاضی با شباهت‌های زیاد به کار پاسکال از لحاظ تعمیم دادن قواعد، دیده می‌شود.

سرگرمی‌های ریاضی

سرگرمی‌های ریاضی هم که با حوزه‌های قبلی پیوند نزدیک دارد، متشکل است از دسته‌ای از مسئله‌ها که معمولاً صورت ساده‌ای دارند، پر کشش هستند و گاهی حل کردنشان دشوار و گیج کننده است. هاینریش هرملینک در سال ۱۹۷۸ طی مقاله‌ای با عنوان «ریاضیات تفننی عربی به عنوان آینهٔ پیوند هزار سالهٔ دو فرهنگ شرق و غرب» (به آلمانی) تلاش کرد تا اینگونه مسئله‌ها را دسته‌بندی کند و نشان دهد که مطالعهٔ آنها می‌تواند در بررسی انتقال دانش از فرهنگی به فرهنگ دیگر به کار گرفته شود.

میریام روژانسکایا

بخشی از ریاضیات تفننی که در شرق و غرب رواج چشمگیر داشته، ساختن مربع‌های وفقی (جادویی) است. مربعی که در شکل ۳ دیده می‌شود از کتاب شمس‌المعارف ابوالعباس احمد بونی (عالم علوم غریبه، متولد بونه در الجزایر، متوفای ۶۲۲ق) گرفته شده است و خوانندهٔ پرحوصله می‌تواند تحقیق کند که مجموع اعداد در هر ستون و هر سطر و هر قطر یکسان است. همچنین می‌تواند به هریک از دو مقالهٔ ژاک سزیانو در این باره مراجعه کند. این دو مقاله با عنوان مشترک «روش ساخت مربع‌های وفقی در عصر اسلامی» در سال های ۱۹۸۰و ۱۹۸۱ به زبان آلمانی منتشر شده است. (در این بررسی‌ها روشی هم برای ساختن مربع‌های وفقی مرزی دیده می‌شود که در آنها با حذف خانه‌های مرزی، باز هم مربع وفقی باقی می‌ماند). بی‌شک انتشار کتاب مهم ابوالوفای بوزجانی دربارهٔ مربع‌های وفقی توسط سزیانو مطالب زیادی را پیرامون تاریخچهٔ این مربع‌های وفقی در تمدن اسلامی روشن خواهد کرد. رسالهٔ ابوالوفا که قبلاً از او نام بردیم برای شناخت تاریخ ریاضیات در عراق در عهد آل‌بویه بسیار مهم است.

باریس آ. روزنفلد

منبع دیگر مسئله‌های ریاضیات تفننی بازی شطرنج است. رسالهٔ ویبر (۱۹۷۲) با عنوان «بازی شطرنج در نوشتارهای عربی از آغاز تا نیمهٔ دوم قرن ۱۶ [میلادی]» (به آلمانی) حاوی پژوهشی در این باره است. بخشی از مقالهٔ روژانسکایا و روزنفلد با عنوان «در باب چگالی‌سنجی بیرونی» (۱۹۸۵) مربوط است به بحث عبدالرحمان خازنی راجع به تعداد درهم‌های لازم برای اینکه یکی در خانهٔ اول شطرنج بگذاریم و در هر خانهٔ بعد، دو برابر خانهٔ قبلی قرار دهیم. همین مسئله را عبدالعزیز قبیصی ۱۷۰ سال پیش از خازنی به همراه یک حالت غیرمعمول آن در رساله‌ای که به

زمین‌پیمایی هم مربوط می‌شود آورده است. در این باره نگاه کنید به مقالهٔ عادل انبوبا: «یادداشتی از قبیصی (قرن ۴ هجری) دربارهٔ برخی مجموع‌های عددی» (به فرانسوی، ۱۹۸۲) و مقالهٔ سزیانو: «رساله‌ای از قبیصی[1] دربارهٔ سری‌های حسابی» (۱۹۸۵).

شکل ۳: مربع‌های وفقی (جادویی) از کتاب شمس‌المعارف ابوالعباس احمد بونی

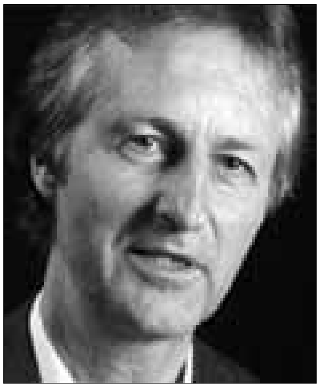
۱. نام آن رساله في انواع من الاعداد وطرائف من الاعمال و فیلم نسخهٔ ایاصوفیای آن به شمارهٔ ۴۳۷/۶ در کتابخانهٔ مرکزی دانشگاه تهران موجود است. – م.

هندسه

شکل ۴ از نسخهٔ خطی رساله‌ای از ریاضیدان و اخترشناس نامدار ابوسهل (بیژن بن رستم) کوهی است که او نیز مورد پشتیبانی آل‌بویه بود. موضوع رساله، ترسیم شکلی با هفت ضلع برابر (یعنی «هفت ضلعی منتظم») در دایره است. چون این مسئله راه‌حل ساده‌ای ندارد علاقهٔ ریاضی‌دانان اواخر قرن سوم تا اوایل قرن پنجم هجری به آن جلب شد.

شکل ۴: ترسیم هفت‌ضلعی منتظم از ابوسهل کوهی

تاریخچهٔ این مسئلهٔ خاص اخیراً همان قدر توجه تاریخ‌نگاران ریاضیات دورهٔ اسلامی را جلب کرده است که خود مسئله زمانی توجه ریاضی‌دانان را جلب کرده بود. مثلاً عادل انبوبا در سال ۱۹۷۷ طی مقاله‌ای عربی با عنوان «ترسیم هفت‌ضلعی منتظم توسط عرب‌ها در قرن چهارم هجری» در مجلهٔ تاریخ علوم عربی به بررسی تاریخچهٔ آن پرداخت و در سال ۱۹۷۸ خلاصه‌ای از آن را به زبان فرانسه در همان مجله چاپ کرد. در سال بعد (۱۹۷۹) رشدی راشد تصحیح، ترجمهٔ فرانسوی و تحلیل دو رساله از ابن هیثم را منتشر کرد و یان پ. هوخندایک در سال ۱۹۸۴ در مقاله‌ای با عنوان «ترسیم هفت‌ضلعی منتظم توسط یونانی‌ها و عرب‌ها» به بررسی مبسوط این مسئله تا پایان قرن ششم هجری پرداخت. پژوهش‌های هوخندایک نشان می‌دهد که مسئلهٔ ترسیم هفت‌ضلعی منتظم هندسه‌دانان دورهٔ اسلامی را برانگیخت تا تحقیقات بدیعی دربارهٔ مقاطع مخروطی انجام دهند و



یان پیتر هوخندایک

این سؤال را مطرح کرد که معنای حل مسئله‌ای شامل ترسیم‌های هندسی چیست؛ زیرا در قرن چهارم هجری نوعی سخت‌گیری عمدی در هندسهٔ دورهٔ اسلامی پدید آمد که در نتیجهٔ آن روش‌هایی که کاملاً مورد پذیرش ارشمیدس بود، نیازمند توضیح بیشتر قلمداد شد و آنچه «هندسهٔ متحرک» خوانده می‌شد به "هندسهٔ ثابت" تقلیل یافت. این بخشی از سنت ریاضیات دورهٔ اسلامی با ریشه‌های یونانی بود و به مجموعه‌ای کلی از مسائل تعلق داشت راجع به اینکه چه ترسیم‌هایی با خط‌کش و پرگار امکان‌پذیر است.

مسئله‌های دیگر ترسیم‌هایی بودند چون نه‌ضلعی منتظم، تثلیث زاویه و ترسیم ضلع مکعبی که حجمش دو برابر حجم مکعب مفروضی باشد. کار روی این مسئله‌ها یکی از انگیزه‌های حل هندسی معادلات درجهٔ سوم بود که در آثار عمرخیام دیده می‌شود. در مورد نخست، مقالهٔ برگرن با عنوان «رساله‌ای دربارهٔ نه‌ضلعی منتظم از مؤلفی ناشناخته» (۱۹۸۱) شامل ترجمهٔ اثری است که ظاهراً بخشی از سنت «هندسهٔ متحرک» پیش‌گفته بوده است.

اما ترسیم نُه‌ضلعی منتظم حالت خاصی از تثلیث زاویه است و انتقال این مسئله از یونان باستان به ریاضیات دورهٔ اسلامی موضوع پژوهش‌های اخیر هوخندایک و نور[1] بوده است. مقالهٔ هوخندایک، «چگونه تثلیث زاویه از هندسهٔ یونانی به هندسهٔ دورهٔ اسلامی راه یافت» (۱۹۸۱) و مقالهٔ نور، «دربارهٔ انتقال هندسه از [سنت] یونانی به عربی» (۱۹۸۳) از لحاظ ارتباط برخی مطالب هندسهٔ دورهٔ اسلامی با هندسهٔ یونان باستان به نتایج متفاوتی انجامیده است. همچنین مقالهٔ سویم تکلی با عنوان «تضعیف

1. Knorr

مکعب، ذیل تحریر اقلیدس، مجموعه و صدرالمنتهی» (۱۹۶۸) نشان‌دهندهٔ تداوم راه‌حل‌های کلاسیک مسئلهٔ تضعیف مکعب تا اواخر دورهٔ اسلامی است و تصحیح امین موفی و ا. ان. فیلیپو از ترجمهٔ عربی رسالهٔ اراتوستن دربارهٔ تضعیف مکعب (۱۹۸۱) نیز مربوط به همین موضوع است.

گرچه برخی مسائل که ریشه در ریاضیات یونان دارند، به‌خصوص مسئلهٔ تثلیث زاویه و ترسیم چندضلعی‌های منتظم نسبتاً خوب مطالعه شده‌اند، این وضع در مورد سنت هندسهٔ یونانی در ریاضیات دورهٔ اسلامی عمومیت ندارد. مثلاً در مورد تأثیر ارشمیدس در متن‌های ریاضی عربی کار جامعی صورت نگرفته است. در مورد آپولونیوس و کتاب مخروطات او، تنها کار اخیر از هوخندایک منتشر شده است (۱۹۸۴) که شامل تصحیح و پژوهش مقالة في تمام كتاب المخروطات ابن هیثم است و هیچ تصحیحی از ترجمهٔ عربی آثار آپولونیوس چاپ نشده است، هر چند خبر داریم که تومر در حال آماده‌سازی تصحیح متن عربی سه اثر گمشدهٔ یونانی است. اوضاع در مورد اقلیدس کمی بهتر است، و کارهای دیونگ («مقاله‌های حساب اصول اقلیدس در سنت عربی»، ۱۹۸۱ و «اصول اقلیدس در سنت‌های متنی عربی»، ۱۹۸۴) و انگروف («سنت عربی اصول اقلیدس، مقالهٔ پنجم»، ۱۹۸۰) شامل اطلاعات زیادی در مورد سنت عظیم مطالعهٔ بزرگترین اثر ریاضی هستند که تا کنون نوشته شده است. دربارهٔ شرح‌های عربی بر اصول اقلیدس، پلوی در سال ۱۹۵۰ رساله‌ای با عنوان «نقد شارحان عرب بر مفهوم نسبت نزد اقلیدس» (دربارهٔ مقالهٔ پنجم) و همچنین بوزار و کونیگسفلد در سال ۱۹۷۳ مقاله‌ای (به آلمانی) دربارهٔ ترجمهٔ لاتینی رسالة فی القسی المتشابه احمد بن یوسف (ابن دایه) منتشر کرده‌اند. کار مهم دیگری دربارهٔ شرح‌های عربی اصول مقالهٔ ماتویِفْسکایا (۱۹۸۵)[1] است. این مقاله با عنوان «نظریهٔ اعداد گنگ درجهٔ دوم در ریاضیات شرق جهان اسلام» شامل مروری است بر نُه شرح که بر مقالهٔ دهم اصول نوشته شده و در آن به‌ویژه به شرح‌های محمد ماهانی، ابوالحسن اهوازی، ابوجعفر خازن و ابن بغدادی توجه شده است. در همهٔ این شرح‌ها علاوه بر جنبهٔ حسابی مقالهٔ مذکور، به مفهوم اعداد حقیقی نیز پرداخته شده است تا رویکرد حسابی را توجیه کنند.[2] همچنین تاریخچهٔ اصل توازی اقلیدس در دو مقالهٔ عبدالحمید صبره با عنوان «[شرح] ثابت بن قره دربارهٔ اصل توازی اقلیدس» (۱۹۶۸) و «برهان سیمپلیکیوس برای اصل توازی اقلیدس» (۱۹۶۹) آمده است و قرار است به زودی ترجمهٔ انگلیسی کتابی از روزنفلد دربارهٔ تاریخچهٔ هندسهٔ نااقلیدسی منتشر شود که در آن کارهای مربوط به این مبحث در ریاضیات دورهٔ اسلامی به تفصیل بیان شده است.

۱. این مقاله در سال ۱۹۸۷ در مجموعهٔ مقالات با ویرایش دیوید کینگ و جورج صلیبا با عنوان *From Deferent to Equant* به عنوان جلد ۵۰۰ سالنامه‌های آکادمی علوم نیویورک منتشر شد. – م.

۲. ترجمهٔ فارسی این مقاله به وسیلهٔ آقای محمدرضا فاطمی دزفولی به عنوان پیوست در کتاب تصحیح و ترجمهٔ رسالهٔ شرح صدر مقالهٔ دهم کتاب اقلیدس ابوالحسن اهوازی (دانشگاه آزاد اسلامی، ۱۳۹۰) آمده است. – م.

ه. ل. ل. بوزار

گالینا ماتویفسکایا

علاوه بر اینها، تحریرهای عربی رساله‌های مرسوم به متوسطات (متونی از ریاضیات یونانی که بین اصول اقلیدس و مجسطی بطلمیوس خوانده می‌شدند) وجود دارد، اما به نسبت مطالعهٔ آنها در ریاضیات دورهٔ اسلامی عملاً توجهی نشده است. بررسی کتاب فؤاد سزگین، تاریخ دستنوشته‌های عربی (جلدهای پنجم و ششم ریاضیات و نجوم، ۱۹۷۴ و ۱۹۷۸)[1] نشان می‌دهد که هیچ پژوهشی دربارهٔ متن‌های ریاضیات دورهٔ اسلامی مربوط به آثاری چون کتاب‌های اتولوکوس و تئودوسیوس انجام نشده است.[2]

مثلثات

یک راهنمای خوب برای مطالعهٔ تاریخ مثلثات دورهٔ اسلامی مقالهٔ ادوارد استوارت کندی است با عنوان «مروری بر تاریخ مثلثات» که در سال ۱۹۶۹ در یک مجموعه از مقالات ریاضی برای کلاس درس چاپ شد و در سال ۱۹۸۳در کتاب مطالعاتی در علوم دقیق دورهٔ اسلامی تجدید چاپ شد (نک: کندی و دیگران ۱۹۸۳ در منابع). البته کندی مقاله‌های پرشماری در چند دههٔ اخیر چاپ کرده که در آنها به نکات خاصی از این موضوع پرداخته است. اغلب این نوشته‌ها در کتاب مطالعاتی در علوم دقیق دورهٔ اسلامی گرد آمده است ولی مقالهٔ اخیر او در این زمینه «ریاضیات کاربردی در قرن دهم [میلادی]: محاسبهٔ فاصلهٔ بغداد تا مکه توسط ابوالوفا [بوزجانی]» نام دارد که در سال ۱۹۸۴ در نشریهٔ هیستوریا ماتماتیکا چاپ شده است. علاوه بر این مطالعات کوتاه، چند منبع عمده هم در دههٔ اخیر عرضه شده است. یکی از اینها ترجمه و شرح انگلیسی کتاب افراد المقال في امر الظلال بیرونی است که کندی در سال ۱۹۷۶ منتشر کرده است. بیرونی در این اثر هم کارهای خودش و هم کارهای دیگران را دربارهٔ آنچه اکنون تابع‌های تانژانت و کتانژانت می‌نامیم آورده است. اثر دیگر مقالید علم الهیئة بیرونی است که

۱. ترجمه های فارسی این جلدها فراهم آمده ولی هنوز منتشر نشده است (ترجمهٔ جلدهای قبلی به چاپ رسیده است). - م.
۲. تحریر اکر تئودوسیوس از نصیرالدین طوسی در رسالهٔ کارشناسی ارشد خانم معصومه امیری‌مقدم با عنوان ویرایش، ترجمه و شرح تحریر اکر تئودوسیوس تألیف خواجه نصیرالدین طوسی (پژوهشکدهٔ تاریخ علم دانشگاه تهران، ۱۳۸۹) مطالعه شده است. همچنین بنگرید به مقالهٔ «اُکَر ثاوذوسیوس» در همین شمارهٔ میراث علمی، ص ۱۵۰-۱۵۸.

خانم ماری ترز دبارنو متن عربی و ترجمه و شرح فرانسوی آن را در سال ۱۹۸۰ منتشر کرده است. این اثر حاوی مطالب ارزشمند ریاضی و تاریخی دربارهٔ پیدایش و پیشرفت مثلثات کروی است. دبارنو در سال ۱۹۷۸ هم مقالهٔ جالبی به زبان فرانسوی با عنوان «معرفی مثلث قطبی توسط ابونصر بن عراق» عرضه کرده که در آن نمونه‌ای کهن از کاربرد مفهوم مثلث‌های قطبی در ریاضیات دورهٔ اسلامی توسط ابونصر منصور عراق، استاد ابوریحان بیرونی، را آورده است. ویلوئنداس در ۱۹۷۹ کتابی با نام ریاضیات اروپا در سدهٔ ۱۱ [میلادی]: پژوهش در رسالهٔ ابن معاذ (به اسپانیولی) منتشر کرد که حاوی تصحیح، ترجمه و پژوهش مثلثات کروی در کتاب مجهولات قسي الکره از ابن معاذ، قاضی و منجم قرن پنجم اندلس است. پژوهشی کوتاه‌تر، مقالهٔ برگرن است با عنوان «مثلثات کروی در زیج جامع کوشیار بن لبان» (۱۹۸۵) که شامل ترجمهٔ انگلیسی مبادی مثلثات کروی به روایت کوشیار گیلانی است.[1] سرانجام، رسالهٔ دکتری دیوید کینگ با عنوان «آثار نجومی ابن یونس» (۱۹۷۲) پژوهشی است در زمینهٔ مثلثات کروی به کار رفته در زیج کبیر حاکمی اثر نجومی مهم ابن یونس که معاصر ابن معاذ بود.

یک کاربرد رایج روش‌های مثلثاتی در فرهنگ اسلامی، محاسبهٔ اوقات نماز و جهت قبله بود. کینگ در مقالهٔ «قبله» که در ویرایش دوم دایرةالمعارف اسلام (جلد ۵، ۱۹۷۹) چاپ شده، نوشتارهای مربوط به این مباحث را مرور کرده است. کینگ در مقالهٔ «برخی روش‌های تقریبی برای یافتن جهت قبله در اوایل دورهٔ اسلامی» (۱۹۸۵)[2] نیز مطالبی در این زمینه دارد. در سال ۱۹۸۳ کینگ کتابی با عنوان خوارزمی و گرایش‌های نو در نجوم ریاضی قرن نهم [میلادی] در نیویورک منتشر کرد که حاوی مطالبی در همین مباحث است و به‌خصوص از لحاظ تلاش برای دستیابی به روش‌های مثلثاتی اولیه در دورهٔ عباسی اهمیت دارد.

بخش زیادی از کاربرد مثلثات وابسته به جدول‌های توابع مثلثاتی گوناگون بود. اخیراً جواد همدانی‌زاده در مقالهٔ «جدول‌های مثلثاتی کاشانی در زیج خاقانی او» (۱۹۸۰) گزارش کوتاهی از جدول‌های مثلثاتی جمشید کاشانی، منجم برجستهٔ قرن نهم سمرقند داده است، اما هنوز جای بررسی روش‌های این ریاضی‌دان و منجم در محاسبهٔ جدول‌های مذکور خالی است.

تعدادی از پژوهش‌ها حاکی از آنند که برخی منجمان دورهٔ اسلامی جدول‌های کمکی با یک و دو متغیر نیز تدوین می‌کردند. این جدول‌ها که بر اساس جدول‌های توابع مثلثاتی اصلی تهیه می‌شدند برای ساده کردن محاسبهٔ تابع‌های مثلثات کروی به کار می‌رفتند. رضا ایرانی در رسالهٔ کارشناسی

۱. برگرن در این مقاله که در کتاب *From Deferent to Equant* (۱۹۸۷) چاپ شد، ترجمهٔ انگلیسی فصل سوم از مقالهٔ چهارم زیج جامع کوشیار گیلانی را با مقدمه و توضیحات آورده است. ترجمه و توضیح دیگری از این بخش کتاب کوشیار و تصحیح متن عربی آن در منبع زیر آمده است:
Az-Zīj al-Jāmiʿ by Kūshyār ibn Labbān, Books I and IV, ed. & tr. M. Bagheri, Frankfurt, 2009.

۲. این مقاله هم عملاً در سال ۱۹۸۷ در مجموعهٔ مقالات *From Deferent to Equant* چاپ شد.

ارشدش در دانشگاه آمریکایی بیروت (۱۹۵۶، منتشر نشده) با عنوان «جدول تقویم حبش حاسب» به این گونه جدول‌ها در زیج حبش حاسب، منجم دمشقی قرن سوم هجری پرداخته است. کلاوس ینسن در مقالهٔ «رویکرد ابونصر منصور به نجوم کروی بر اساس جدول دقایق او» (۱۹۷۱) می‌گوید که ابونصر منصور این جدول‌ها را تدوین کرد تا نشان دهد وقتی شعاع دایرهٔ مثلثاتی را به جای ۶۰، برابر با واحد بگیریم (مثل کاری که امروزه می‌کنیم) استفاده از جدول‌های کمکی بسیار آسان‌تر می‌شود. جدول‌های مشابهی در زیج ابن یونس که معاصر ابونصر بود و در مصر می‌زیست وجود دارد (بنگرید به: کینگ، ۱۹۷۲). کینگ در مقالهٔ «جدول‌های کمکی خلیلی برای حل مسائل نجوم کروی» (۱۹۷۳) نشان می‌دهد که جدول‌های دو متغیرهٔ خلیلی که در اواخر قرن هشتم می‌زیست تا چه حد از لحاظ تاریخ مثلثات مهم است.

سرانجام، روش‌هایی غیرمثلثاتی وجود دارد که به همراه روش‌های مثلثاتی و در ارتباط با آنها شکل گرفته‌اند ولی تاریخچهٔ آنها هنوز نوشته نشده است. یکی از این روش‌ها که شامل دَوَران و تسطیح کمان‌های کروی بر صفحه است، به منحنی «آنالما» مربوط می‌شود و برخی وجوه تاریخی آن که به کاربردش در تعیین جهت قبله برمی‌گردد در مقالهٔ برگرن با عنوان «مقایسهٔ چهار آنالما برای تعیین سمت قبله» (۱۹۸۰) بررسی شده است.

ریاضیات عددی

گرچه طبق آنچه قبلاً گفته شد روش‌های محاسبهٔ جدول‌های مثلثاتی مطالعه نشده‌اند، پژوهش‌هایی در مورد محاسبهٔ مقادیر تابع‌های مثلثاتی و تابع‌های دیگر به ازای مقادیری از متغیرهای اساسی که بین دو مقدار موجود در جدول قرار می‌گیرند و نامعلومند وجود دارد. رسالهٔ دکتری جواد همدانی‌زاده با عنوان «نظریهٔ درونیابی در سده‌های میانه» (۱۹۷۶) و مقالهٔ تکمیلی او، «روش‌های درونیابی در دستور المنجمین» (۱۹۷۸) به بررسی روش‌های گوناگونی که در ریاضیات دورهٔ اسلامی برای درون‌یابی در جدول‌ها به کار می‌رفت اختصاص دارد.

افزون بر اینها، روش‌های محاسبهٔ جدول‌های نجومی از قاعده‌های بیانگر بستگی یک کمیت به کمیت دیگر موضوع مقالهٔ عربی جورج صلیبا، «اسالیب حسابة الجداول الفلکیة الاسلامیة» (روش‌های محاسبهٔ جدول‌های نجومی [دورهٔ] اسلامی) (۱۹۷۷) است. مطالعهٔ جدول‌های تنظیم شده برای تسهیل کاربرد نظریه‌های نجومی در یافتن موضع جرم‌های آسمانی در روز مفروض هم موضوع مقالهٔ مارک. ج. تیخنور با عنوان «جدول‌های دو متغیری متأخر سده‌های میانه برای [محاسبهٔ] طول‌های [دایرة البروجی] سیارات» (۱۹۶۷) و مقالهٔ جورج صلیبا، «روش‌های محاسبه در مجموعه‌ای از جدول‌های نجومی متأخر از سده‌های میانه» (۱۹۷۷) بوده است. گری تی هم در «نامه‌ای به سردبیر [مجلهٔ تاریخ علوم عربی]:

دربارهٔ روش‌های محاسباتی» (۱۹۷۷) توضیحات ریاضی مکملی راجع به نظریهٔ ریاضی مربوط به تدوین این جدول‌ها داده است.

نورشناخت

ابونصر محمد بن محمد فارابی در احصاء العلوم، علم «مناظر» (نورشناخت) را در ردیف علوم ریاضی می‌آورد و می‌گوید که تفاوت محسوسی با هندسه ندارد.[۱] البته این تمام داستان نورشناخت در تمدن اسلامی نیست، اما برخی از جالب‌ترین کاربردهای هندسه در مسئله‌هایی که منشأ نورشناختی دارند یافته می‌شود. منبع مهمی برای مطالعهٔ سنت هندسی این علم، متن عربی کتاب المناظر ابن هیثم است که اخیراً (۱۹۸۳) به تصحیح عبدالحمید صبره منتشر شده است. پژوهش مفصلی را دربارهٔ راه حل ابن هیثم برای آنچه [در اروپا] به مسئله الهازن (ابن هیثم) معروف شده است[۲] می‌توان در مقالهٔ صبره، «قضیهٔ مقدماتی ابن هیثم برای حل مسئلهٔ الهازن» (۱۹۸۲) یافت.

گر چه کتاب المناظر را نمی‌توان کتابی در هندسهٔ محض دانست که به جامهٔ نورشناختی درآمده باشد، مجموعه‌ای از نوشتارها با این ویژگی در یونان باستان پدید آمد و منجر به سنت پویایی شد که تا زمان ابن هیثم تداوم یافت. این سنت، مطالعهٔ آینه‌های سوزان بود. اخیراً تومر کتابی با عنوان [رسالهٔ] دیوکلس دربارهٔ آینه‌های سوزان: ترجمهٔ عربی اصل گمشدهٔ یونانی (۱۹۷۶) منتشر کرده است. برگرن هم اثری عربی دربارهٔ آینه‌های سوزان را در دست آماده‌سازی دارد که شامل مطالبی است از یک رسالهٔ یونانی، به‌کلی متفاوت با آنچه تومر مطالعه کرده است.


ریچارد لورچ

جغرافیای ریاضی

منبع عربی اصلی برای روش‌های یافتن طول و عرض جغرافیایی شهرها، فاصلهٔ بین آنها و سمت هر یک نسبت به دیگری، کتاب تحدید نهایات الاماکن بیرونی است. تصحیح خوبی از متن عربی آن را بولگاکوف در مجلة معهد المخطوطات العربیة (قاهره، ۱۹۶۲) منتشر کرده است و ترجمهٔ انگلیسی آن را جمیل علی (۱۹۶۷) و شرح انگلیسی آن را کندی (۱۹۷۳) در دانشگاه امریکایی بیروت منتشر کرده‌اند. در این اثر مطلبی دربارهٔ نقشه نگاری نیامده است، ولی بیرونی

۱. به گفتهٔ فارابی «علم مناظر همان مطالبی را بررسی می‌کند که مورد بحث علم هندسه است» (ترجمهٔ حسین خدیوجم). -م.
۲. مسئله چنین است: «در صفحهٔ دایره‌ای به مرکز O و به شعاع R دو نقطهٔ ثابت A و B داده می‌شود. هرگاه دایره را به مثابهٔ آینه‌ای فرض کنیم، بر آن نقطه‌ای چون M بیابید که شعاع نوری که از A خارج می‌شود، پس از منعکس شدن در نقطهٔ M، بر B بگذرد». ابن هیثم معادلهٔ درجهٔ چهارم حاصل از این مسئله را به کمک مقاطع مخروطی حل کرد. لئوناردو داوینچی هم روی این مسئله کار کرد و هویگنس راه حل ساده‌ای برای آن یافت. -م.

اثر دیگری به نام کتاب تسطیح الکُوَر را به بحث تصویر نقشه اختصاص داده است. احمد سلیم سعیدان در سال ۱۹۷۷ تصحیحی از متن عربی آن را در اردن منتشر کرده است. برگرن هم بر این اساس ترجمه و شرح انگلیسی آن را در سال ۱۹۸۲ عرضه کرده است. شرح برگرن بسیار مفصل‌تر از شرحی است که زوتر به همراه ترجمهٔ آلمانی این اثر در سال ۱۹۲۲ آورده است. کارهای دیگر دربارهٔ این رساله، ترجمهٔ مقدمهٔ بیرونی به وسیلهٔ ریختر برنبورگ (۱۹۸۲) است که در ترجمهٔ برگرن (۱۹۸۲) نیامده است. عنوان مقالهٔ برنبورگ «مقالة في تسطيح الصور و تبطيح الكور از بیرونی» است. قرار است مقاله‌ای از کندی و دبارنو با عنوان «دو نگاشت عرضه شده توسط بیرونی» در گاهنامهٔ تاریخ علوم عربی - اسلامی (۱۹۸۴؟) منتشر شود. در این مقاله اشاره شده است که شاید مقصود بیرونی از تسطیح کره، ساده کردن روش تصویر هم‌فاصلهٔ سمتی بوده باشد. بیرونی در این رساله‌اش به تعمیم احمد صاغانی (متوفای ۳۷۹) از تصویر اسطرلابی (تسطیح) اشاره می‌کند که ریچارد لورچ در مقالهٔ «رسالهٔ صاغانی دربارهٔ تسطیح کره» (۱۹۸۵)[1] به آن پرداخته است.[2] ترسیم نقشه و اسطرلاب در طبقه‌بندی علوم دورهٔ اسلامی به دانش ابزارها تعلق داشت و مقالهٔ کینگ با عنوان «یک کامپیوتر قیاسی برای حل مسائل نجوم کروی» (۱۹۷۴) و مقالهٔ لورچ با عنوان «نقشه‌های قبله و ابزارهای مربوط به آن» (۱۹۸۴) حاوی توضیحاتی دربارهٔ نظریه و تاریخچهٔ ابزارهایی هستند که برای عرضهٔ راه حل مسائل پرشماری در کاربردهای ریاضی طراحی شده بودند.

مکانیک

یک موضوع بحث در نوشتارهای عربی راجع به مکانیک، ابزاری به نام قرسطون (یا قپان) بود که به لحاظ لغوی به معنای ترازو با بازوهای نامساوی بود. رساله‌های گوناگونی دربارهٔ این ابزار تألیف شد که یکی از بدیع‌ترین آنها کتاب القرسطون ابن‌هیثم بود. خلیل جاویش متن عربی و ترجمهٔ فرانسوی آن را در سال ۱۹۷۶ در لیدن منتشر کرد. نمونهٔ دیگری از عمق سنت ریاضی مکانیک دورهٔ اسلامی در مکاتبهٔ ابوسهل کوهی و ابواسحاق صابی دیده می‌شود که سزیانو خلاصه و بررسی آن را در سال ۱۹۷۹ با عنوان «یادداشتی بر سه قضیهٔ مکانیک کوهی و پیامدهای آن» منتشر کرد.[3] این مکاتبه نمونه‌ای از کار جدی به زبان عربی دربارهٔ تعیین گرانیگاه است که بسیار فراتر از کار ارشمیدس در ۱۲۰۰ سال پیش از آن و حاوی بحث‌هایی مرتبط با هندسه و فلسفهٔ ریاضی است. برگرن این مکاتبه را ترجمه و شرح کرده و قرار است در مقاله‌ای با عنوان «مکاتبهٔ ابوسهل کوهی و ابواسحاق صابی: ترجمه و شرح» در مجلهٔ

---

۱. این مقاله در سال ۱۹۸۷ در مجموعهٔ *From Deferent to Equants* چاپ شد. -م.
۲. نام این رسالهٔ صاغانی کتاب في كيفية تسطيح الكره على سطح الأسطرلاب است. -م.
۳ ترجمهٔ فارسی این مقاله در مجلهٔ میراث علمی اسلام و ایران، شمارهٔ ۲، پاییز و زمستان ۱۳۹۱، ص ۳-۱۸ چاپ شده است. -م.

تاریخ علوم عربی (حلب) منتشر شود. یک کشف جالب در این مکاتبه تعیین گرانیگاه کمانی از دایره توسط کوهی است.

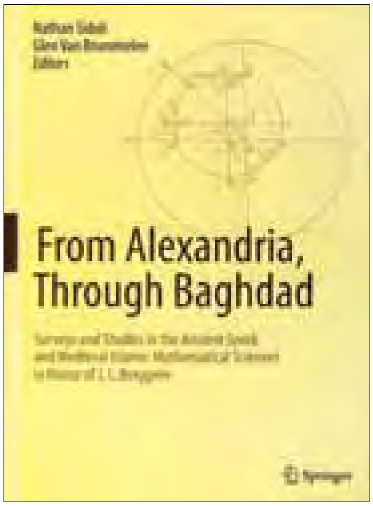
یک منبع مهم اطلاعات دربارهٔ مکانیک دورهٔ اسلامی کتاب میزان‌الحکمه اثر عبدالرحمان خازنی است. قبلاً به مطالب آن در زمینهٔ تاریخ نظریهٔ اعداد و سرگرمی‌های ریاضی اشاره کرده‌ایم، اما این اثر از لحاظ کسب اطلاعات در مورد رساله‌های گمشده یا رساله‌هایی که تنها خلاصهٔ آنها باقی مانده، مهم است. یک نمونهٔ اخیر، بازیابی محتویات رساله‌ای از ابوریحان بیرونی دربارهٔ وزن مخصوص گوهرهاست که روژانسکایا و روزنفلد در مقاله‌ای با عنوان «چگالی‌سنجی بیرونی» (۱۹۸۵)[1] به آن پرداخته‌اند.


خلیل جاویش

نتیجه‌گیری

پژوهش‌های اخیر دربارهٔ تاریخ ریاضیات دورهٔ اسلامی روشنگر چند نکته است. نکتهٔ اول استقلال و اصالت این تمدن است که در آن نوآوری‌هایی در حساب و جبر که قبلاً ناشی از تأثیر خارجی تصور می‌شد به عنوان بخش عمده‌ای از ریاضیات دورهٔ اسلامی پدید آمد. نکتهٔ دیگر این که فاصلهٔ زمانی نیمهٔ قرن چهارم تا نیمهٔ قرن پنجم هجری دورهٔ پرخلاقیتی برای بسیاری از رشته‌های ریاضیات دورهٔ اسلامی بود که طی آن پیشرفت‌های مهمی در حساب و جبر صورت گرفت، مثلثات کروی به وجود آمد و کارهای درخشانی در حوزهٔ مکانیک، نورشناخت و نقشه نگاری انجام شد. این نکته هم جالب توجه است که حتی در اواخر قرن یازدهم هجری، ریاضی‌دانان دورهٔ اسلامی توانستند به نتایج تازه‌ای در نظریهٔ اعداد دست یابند. پژوهش‌های آتی دربارهٔ دورهٔ بعدی شاید نشان دهد که دانشمندان دورهٔ اسلامی پس از درگذشت جمشید کاشانی از تفکر دربارهٔ ریاضیات بازنایستادند. سرانجام اینکه چون پژوهش‌های انجام شده تا حدی روشنگر چهره‌های برجستهٔ ریاضیات دورهٔ اسلامی است، پژوهشگران باید به انتشار آثار این استادان و شاگردان آنها همت کنند. تاریخ ریاضیات دورهٔ اسلامی تنها بر اساس متن‌هایی با تصحیح معتبر می‌تواند فراتر از آنچه اغلب به صورت پیشرفت پراکندهٔ مبتنی بر کشف‌های تصادفی بود ببالد و مسیرهای طالب رهرو را که اکنون برای پژوهش‌های آتی گشوده شده است بپیماید.

۱ این مقاله در سال ۱۹۸۷ در مجموعهٔ *From Deferent to Equants* چاپ شد. ـ م.



منابع

Ahmad, S., Rashed, R. (eds.), 1972. Al-Bāhir en algèbre d'as-Samawʾal. (In French and Arabic.) University Press of Damascus, Damascus.

Ali, J. (trans.), 1967. The Determination of the Coordinates of Cities. American University of Beirut Press, Beirut.

Anbouba, A., 1977. Construction de l'heptagone régulier par les Arabes au 4e siècle de l'hégire. Journal for the History of Arabic Science 1, 352–84.

——— 1978a. L'algèbre arabe aux IXe et Xe siécles, Aperçu général. Journal for the History of Arabic Science 2, 66–100.

——— 1978b. Construction de l'heptagone régulier par les Arabes au 4e siècle de l'hégire. Journal for the History of Arabic Science 2, 264–69. (This is a summary of Anbouba 1977.)

——— 1979. Un traité d'Abū Jaʿfar (al-Khāzin) sur les triangles rectangles numériques. Journal for the History of Arabic Science 3, 134–78.

——— 1982. Un mémoire d'al-Qabīṣī (4e siècle H.) sur certaines sommations numériques. Journal for the History of Arabic Science 6, 208–81.

Berggren, J.L., 1980. A comparison of four analemmas for determining the azimuth of the Qibla. Journal for the History of Arabic Science 4, 69–80.

——— 1981a. On al-Biruni's 'Method of the Zijes' for the Qibla. In: Proceedings of the 16th International Congress of the History of Science, Section C, 237–45. Academy of the Socialist Republic of Romania, Bucharest.

——— 1981b. An anonymous treatise on the regular nonagon. Journal for the History of Arabic Science 5, 37–41.

——— 1982. Al-Bīrūnī on plane maps of the sphere. Journal for the History of Arabic Science 6, 47–112.

——— 1985. On the origins of al-Bīrūnī's 'Method of the Zījes' in the theory of sundials. Centaurus 28, 1–16. (Editors: In the original paper the details were given as "to appear." We have supplied the full reference.)

——— 1987. Spherical trigonometry in the zīj of Kūshyār ibn Labbān. In: King, D.A., Saliba, G. (eds.), From Deferent to Equant: A Volume of Studies in the History of Science in the Ancient and Medieval Near East in Honor of E.S. Kennedy, New York Academy of Sciences, New York, pp. 15–33. (Editors: We have supplied the full reference.)

Bulgakov, P.G. (ed.), 1962. Taḥdīd nihāyāt al-amākin li-taṣḥīḥ masāfāt al-masākin. Published in Majallat maʿhad al-makhṭūṭāt al-ʿarabiyya. The Arab League, Cairo.
Busard, H.L.L., van Konigsveld, P.S., 1973. Der Liber de arcibus similibus des Ahmed ibn Jusuf. Annals of Science 30, 381–406.
De Young, G., 1981. The Arithmetic Books of Euclid's Elements in the Arabic Tradition. Ph.D. dissertation, Harvard University.
——- 1984. The Arabic textual traditions of Euclid's Elements. Historia Mathematica 11, 147–60.
Debarnot, M.-Th., 1978. Introduction du triangle polaire par Abū Naṣr b. ʿIrāq. Journal for the History of Arabic Science 2, 126–36.
——— 1980. Les Clefs d'astronomie d'Abū al-Rayḥān ... al-Bīrūnī : La trigonometrie sphérique chez les arabes de l'est à la fin du Xe siècle. Thèse du 3eme cycle. Paris.
Djebbar, A., 1981. Enseignement et recherche mathématiques dans le Maghreb des XIIIe– XIVe siècles. Publications mathématiques d'Orsay. Université de Paris-Sud, Paris.
——— 1985. L'analyse combinatoire au Maghreb : l'example d'ibn Munʿim (XIIe– XIIIe siècles). Publications mathématiques d'Orsay. Université de Paris-Sud, Paris.
Ehrenkreutz, A.S., 1962. The kurr system in medieval Iraq. Journal of the Economic and Social History of the Orient 5, 309–314.
——— 1964. The taṣrīf and Tasʾīr calculations in medieval Mesopotamian fiscal operations. Journal of the Economic and Social History of the Orient 7, 46–56.
Engroff, J.W., 1980. The Arabic tradition of Euclid's Elements, Book V. Ph.D. dissertation, Harvard University.
Gandz, S., 1938. The algebra of inheritance. Osiris 5, 319–91.
Hamadanizadeh, J., 1976. Medieval interpolation theory. Ph.D. dissertation, Teacher's College, Columbia University.
——— 1978. Interpolation schemes in Dastūr al-Munajjimīn. Centaurus 2,44–52.
——— 1980. The trigonometric tables of al-Kāshī in his Zīj-i Khāqānī. Historia Mathematica 7, 38–45.
Hartner, W., 1965. Al-Djabr wa'l-muḳābala. In: Encyclopedia of Islam, ed. 2, vol. 2. E.J. Brill, Leiden, pp. 360–62.
Hermelink, H., 1975. The earliest reckoning books existing in the Persian language. Historia Mathematica 2, 299–303.
——— 1978. Arabische Unterhaltungsmathematik als Spiegel jahrtausendealter Kulterbeziehungen zwischen Ost und West. Janus 65, 105–17.
Hochheim, A. (trans.), 1877–1880. Al-Kāfī fī ḥisāb. 3 pts. Halle/Saale.
Hogendijk, J.P., 1981. How trisections of the angle were transmitted from Greek to Islamic geometry. Historia Mathematica 8, 417–38.
——— 1984a. Ibn al-Haytham's Completion of the Conics. Springer-Verlag, New York.
——— 1984b. Greek and Arabic constructions of the regular heptagon. Archive for History of Exact Sciences 30, 197–330.
——— 1985. Thābit ibn Qurra and the pair of amicable numbers 17296, 18416. Historia Mathematica 12, 269–273. (Editors: We have completed the reference.)
Irani, R.A.K., 1956. The Jadwal al-taqwīm of Ḥabash al-Ḥāsib. Unpublished M.A. thesis, American University of Beirut.
Jaouiche, K. (ed. and trans.), 1976. Le livre du qarasṭūn de Ṯābit ibn Qurra. E. J. Brill, Leiden.
Jensen, C., 1971. Abū Naṣr Manṣūr's approach to spherical astronomy as developed in his treatise "The table of minutes." Centaurus 16, 1–19.
Kennedy, E.S., 1968. The exact sciences in Iran under the Saljuqs and Mongols. In: Boyle, J.A. (ed.), Cambridge History of Iran, Volume 5. Cambridge University Press, Cambridge, 659–679.
——— 1969. An overview of the history of trigonometry. In: Baumgart, J.K. (ed.), Historical Topics for the Mathematics Classroom. National Council of Teachers in Mathematics, Washington, D.C., pp. 333–359. Reprinted in Kennedy et al., 1983.
——— 1970. The Arabic heritage in the exact sciences. Al-Abhath 23, 327–344. Reprinted in Kennedy et al., 1983.

——— 1973. A commentary upon Biruni's Kitāb taḥdīd al-amākin. University of Beirut Press, Beirut.

——— 1976. The Exhaustive Treatise on Shadows by Abū al-Rayḥān al-Bīrūnī. vol. 1, trans., vol. 2, commentary. Institute for History of Arabic Science, Aleppo.

——— 1984. Applied mathematics in the tenth century: Abu'l-Wafāʾ calculates the distance Baghdad-Mecca. Historia Mathematica 11, 193–206.

Kennedy, E.S., et al., 1983. Studies in the Islamic exact sciences. American University of Beirut Press, Beirut.

Kennedy, E.S., Debarnot, M.-Th., 1984. Two mappings proposed by Bīrūnī. Zeitschrift für Geschichte der arabisch-islamischen Wissenschaften 1, 145–147. (Editors: We have completed the reference.)

King, D.A., 1972. The astronomical works of Ibn Yūnus. Ph.D. dissertation, Yale University.

——— 1973. Al-Khalīlī's auxiliary tables for solving problems of spherical astronomy. Journal for the History of Astronomy 4, 99–110.

——— 1974a. On medieval multiplication tables. Historia Mathematica 1, 317–23. Reprinted in King 1985a.

——— 1974b. An analog computer for solving problems of spherical astronomy. Archives internationales d'histoire des sciences 24, 219–242. Reprinted in King 1986.

——— 1979a. Notes on the sources for the history of early Islamic mathematics. Journal of the American Oriental Society 99, 450–59.

——— 1979b. Ḳibla. In: Encyclopedia of Islam, ed. 2, vol. 5, pp. 83–88. E.J. Brill, Leiden.

——— 1979c. Supplementary notes on medieval Islamic multiplication tables. Historia Mathematica 6, 405–417. Reprinted in King 1985a.

——— 1980. The exact sciences in medieval Islam: Some remarks on the present state of research. Middle East Studies Association Bulletin 14, 10–26.

——— 1981–1986. A catalog of the scientific manuscripts in the Egyptian National Library. 2 vols. American Research Center in Egypt, Cairo.

——— 1981. Universal solutions in medieval Islamic astronomy. Abstract of talk, in Proceedings of the 16th International Congress of the History of Science, Part A., 144. Academy of the Socialist Republic of Romania, Bucharest.

——— 1983a. The astronomy of the Mamluks. Isis 74, 531–555. Reprinted in King 1985a.

——— 1983b. Al-Khwārizmī and new trends in mathematical astronomy in the ninth century. Hagop Kevorkian Center for Near Eastern Studies, New York University, New York.

——— 1984. A Survey of the Scientific Manuscripts in the Egyptian National Library. Undena Publication, Malibu, California.

——— 1985a. Islamic Mathematical Astronomy. London, Variorum Reprints.

——- 1985b. Some early Islamic approximate methods for determining the Qibla. To appear in King and Saliba 1985. (Editors: This paper was, apparently, not published in this form. King's contribution to this collection was: Some early Islamic tables for determining lunar crescent visibility. In: King, D.A., Saliba, G. (eds.), 1987, From Deferent to Equant: A Volume of Studies in the History of Science in the Ancient and Medieval Near East in Honor of E.S. Kennedy, New York Academy of Sciences, New York, pp. 185-225.)

——— 1986. Islamic Astronomical Instruments. Variorum Reprints, London.

King, D.A., Saliba, G.A. (eds.), 1987. From Deferent to Equant: Studies in the History of Science in the Ancient and Medieval Near East in Honor of E.S. Kennedy. New York Academy of Sciences, New York. (Editors: In the original article, this book was noted as "to appear." We have supplied the published details.)

Knorr, W., 1983. On the transmission of geometry from Greek into Arabic. Historia Mathematica 10, 71–78.

Lorch, R., 1984. Qibla diagrams and associated instruments. To appear. (Editors: We have not found a published version of this paper.)

——— 1987. Al-Ṣaghānī's treatise on projecting the sphere. In: King, D.A., Saliba, G. (eds.), From Deferent to Equant: A Volume of Studies in the History of Science in the Ancient and Medieval

Near East in Honor of E.S. Kennedy, New York Academy of Sciences, New York, pp. 237–252. (Editors: We have supplied the published details.)
Luckey, P., 1951. Die Rechenkunst bei Ğamsīd b. Masʿūd al-Kāshī. Abhandlungen fur die Kunde des Morgenlandes, Deutsche Morgenlandische Gesellschaft 31, Wiesbaden.
Mach, R., 1977. Catalogue of Arabic manuscripts (Yahuda Collection) in the Garrett Collection, Princeton University. Indexed by R.D. McChesney. Princeton University Press, Princeton.
Matvievskaya, G., 1987. The theory of quadratic irrationals in medieval oriental mathematics. In: King, D.A., Saliba, G. (eds.), From Deferent to Equant: A Volume of Studies in the History of Science in the Ancient and Medieval Near East in Honor of E.S. Kennedy, New York Academy of Sciences, New York, pp. 419–426. (Editors: We have supplied the published details.)
Muwafi, A., Philippou, A.N., 1981. An Arabic version of Eratosthenes on mean proportionals. Journal for the History of Arabic Science 5, 147–74.
Naini, A.D., 1982. Geschichte der Zahlentheorie im Orient. Verlag Klose and Co., Braunschweig.
Plooij, E.B., 1950. Euclid's conception of ratio ... as criticized by Arabian commentators. Ph.D. dissertation, Rijksuniversiteit te Leiden.
Rashed, R., 1972. L'induction mathématique : al-Karajī, as-Samawʾal. Archive for History of Exact Sciences 9, 1–21.
——— 1973. Algèbre et linguistique : l'analyse combinatoire dans la science arabe. In: Cohen, R. (ed.), Boston Studies in the Philosophy of Sciences. D. Reidel, Dordrecht, pp. 383–99.
——— 1974. Résolution des equations numériques et algèbre : Šaraf-al-Din al-Ṭūsī, Viète. Archive for History of Exact Sciences 12, 244–90.
——— 1975a. Ed. L'art de l'algèbre de Diophante. Maṭabiʿ al-haiʾa al-miṣriyya al-ʿāmma al-kitāb, Cairo.
——— 1975b. Récommencements de l'algèbre au XI^{e} et XII^{e} siècles, In: Murdoch, J.E., Sylla, E.D. (eds.), The Cultural Context of Medieval Learning. D. Reidel, Dordrecht, pp. 33–60.
——— 1978. L'extraction de la racine n^{ième} et l'invention des fractions decimales (XI^{e}–XII^{e} siècles). Archive for History of Exact Sciences 18, 191–243. Reprinted in Rashed 1984a.
——— 1979a. L'analyse diophantienne au X^{e} siècle : l'exemple d'al-Khāzin, Revue d'histoire des sciences 32, 193–222. Reprinted in Rashed 1984a.
——— 1979b. La construction de l'heptagone régulier par Ibn al-Haytham. Journal for the History of Arabic Science 3, 309–87.
——— 1980. Ibn al-Haytham et le théorème de Wilson, Archive for History of Exact Sciences 22, 305–21. Reprinted in Rashed 1984a.
——— 1983. Nombres amiables, parties aliquotes et nombres figurés au XIII^{eme}– XIV^{eme} siècles. Archive for History of Exact Sciences 28, 107–47. Reprinted in Rashed 1984a.
——— 1984a. Entre arithmétique et algèbre : recherches sur l'histoire des mathématiques arabes. Les Belles Lettres, Paris.
——— (ed. and trans.) 1984b. Diophante : les arithmétiques. Tome III (livre IV), tome IV (livres V, VI, VII). Les Belles Lettres, Paris.
Rashed, R., Djebbar, A., 1981. L'Œuvre algébrique d'al-Khayyām. Institute for the History of Arabic Science, Aleppo.
Richter-Bernburg, L., 1982. Al-Bīrūnī's Maqāla fī tasṭīḥ al-ṣuwar wa-tabṭīkh al-kuwar. Journal for the History of Arabic Science 6, 113–22.
Rosenfeld, B.A., 1978. Review of Fuat Sezgin's Geschichte des arabischen Schrifttums, Bd. 5. Archives internationales d'histoire des sciences 28, 325–29.
Rozhanskaya, M., 1987. On a mathematical problem in al-Khāzinī's Book of the Balance of Wisdom. In: King, D.A., Saliba, G. (eds.), From Deferent to Equant: A Volume of Studies in the History of Science in the Ancient and Medieval Near East in Honor of E.S. Kennedy, New York Academy of Sciences, New York, pp. 427–435. (Editors: We have supplied the full reference.)
Rozhanskaya, M., Rosenfeld, B.A., 1987. On al-Bīrūnī's Densimetry. In: King, D.A., Saliba, G. (eds.), From Deferent to Equant: A Volume of Studies in the History of Science in the Ancient and Medieval Near East in Honor of E.S. Kennedy, New York Academy of Sciences, New York, pp. 404–417. (Editors: We have supplied the full reference.)

Sabra, A.I., 1968. Thābit ibn Qurra on Euclid's parallels postulate. Journal of the Warburg and Courtauld Institutes 31, 12–32.

——— 1969. Simplicius's proof of Euclid's parallels postulate. Journal of the Warburg and Courtauld Institutes 32, 1–24.

——— 1971. Ilm al-ḥisāb. In Encyclopedia of Islam, ed. 2, vol. 3, 1138–1141.

——— 1982. Ibn al-Haytham's lemmas for solving 'Alhazen's problem.' Archive for History of Exact Sciences 26, 299–324.

——— 1983. Ed. Kitāb al-manāẓir (The Optics of Ibn al-Haytham). Arabic text of books 1, 2, and 3 on direct vision. National Council for Culture, Arts, and Letters, Arabic Heritage Department, Kuwait.

Saidan, A.S., 1966. The earliest extant Arabic arithmetic. Isis 57, 475–90. See also Saidan 1978a.

——— (ed.) 1971. ʿIlm al-ḥisāb al-ʿArabī: ḥisāb al-yad (Arabic arithmetic: The Arithmetic of Abū al-Wafā' al-Būzjānī). Jamʿīat ʿummāl al-maṭābiʿ al-taʿā-wunīyat, Amman.

——— 1974. The arithmetic of Abu'l-Wafā. Isis 65, 367–75.

——— (ed.) 1977a. Kitāb al-a'dād al-mutaḥābbat li-Thābit ibn Qurra (Amicable numbers, by Thābit ibn Qurra). The Jordanian University. Amman.

——— (ed.) 1977b. Kitāb tasṭīḥ al-ṣuwar wa tabṭīh al-kuwar li-Abi all-Rayḥān al-Bīrūnī. Dirāsāt. The Jordanian University (Amman) 4, 7–22.

——— 1978a. The arithmetic of al-Uqlīdisī. The story of Hindu-Arabic arithmetic as told in Kitāb al-fuṣūl fī al-ḥisāb al-hindī by Abū al-Ḥasan Aḥmad ibn Ibrāhīm al-Uqlīdisī. D. Reidel, Dordrecht.

——— 1978b. Ḥawl khawāṣṣ al-aʿdād li-Abī Jaʿfar, Muḥammad ibn al-Ḥusain (Theorems in number theory, by Abū Jaʿfar Muḥammad ibn al-Ḥusain), Dirāsāt (December), 7–49.

——— 1987. The Takmila fī al-ḥisāb by al-Baghdādī. In: King, D.A., Saliba, G. (eds.), From Deferent to Equant: A Volume of Studies in the History of Science in the Ancient and Medieval Near East in Honor of E.S. Kennedy, New York Academy of Sciences, New York, pp. 437–443. (Editors: We have supplied the full reference.)

——— 1973. The meaning of al-jabr wa'l-muqābalah. Centaurus 17, 189–204. Reprinted in Kennedy et al. 1983.

——— 1976. The double-argument tables of Cyriacus. Journal for the History of Astronomy 7, 41–46.

——— 1977a. Asālib ḥisābat al-jadāwal al-falakīyat al-islāmīyat. Proceedings of the First International Symposium for the History of Arabic Science, vol. 1 (papers in Arabic). University of Aleppo Press, Aleppo, pp. 275–94.

——— 1977b. Computational techniques in a set of late medieval astronomical tables. Journal for the History of Arabic Science, 1, 24–32.

Sesiano, J., 1977a. Le traitement des equations indéterminées dans le Badīʿ fī'l-ḥisāb d'Abū Bakr al-Karajī. Archive for History of Exact Sciences 17, 297–379.

——— 1977b. Les méthodes d'analyse indéterminée chez Abū Kāmil. Centaurus 21, 89–105.

——— 1979. Note sur trois théorèmes de mécanique d'al-Quhi et leur conséquence. Centaurus 22, 281–97.

——— 1980. Herstellungsverfahren magischer Quadrate aus islamischer Zeit (I). Sudhoffs Archiv 64, 187–96.

——— 1981. Herstellungsverfahren magischer Quadrate aus islamischer Zeit (II). Sudhoffs Archiv 65, 251–65.

——— 1982. Books IV to VII of Diophantus' Arithmetica in the Arabic translation attributed to Qusṭā ibn Lūqā. Springer Verlag, New York.

——— 1987. A treatise by al-Qabīṣī (Alchabitius) on arithmetical series. In: King, D.A., Saliba, G. (eds.), From Deferent to Equant: A Volume of Studies in the History of Science in the Ancient and Medieval Near East in Honor of E.S. Kennedy, New York Academy of Sciences, New York, pp. 483–500. (Editors: We have supplied the full reference.)

Sezgin, F., 1974, 1978. Geschichte des arabischen Schrifttums. 5. Mathematik; 6. Astronomie. E.J. Brill, Leiden.

Suter, H., 1922. Über die Projektion der Sternbilder und der Länder von al-Bīrūnī. Abhandlungen zur Geschichte der Naturwissenschaften und der Medizin, Erlangen 4, 79–93.

Tee, G., 1977. Letter to the editor: On computational techniques. Journal for the History of Arabic Science 1, 323–24.

Tekeli, S., 1968. 'The duplication of the cube' Zail-i Tahrir al Uqlidas, Majmuaᶜ and Sidra al Muntahâ, In Proceedings of the 12th International Congress of the History of Science, Paris, pp. 137–40.

Tichenor, M.J., 1967. Late medieval two-argument tables for planetary longitudes. Journal of Near Eastern Studies 26, 126–28. Reprinted in Kennedy et al. 1983.

Toomer, G.J., 1976. Diocles on Burning Mirrors: An Arabic Translation of the Lost Greek Original. Springer-Verlag, New York.

Villuendas, M.V., 1979. La trigonometria europea en el siglo Xl: Estudio de la obra de ibn Muᶜād El kitāb mayhūlāt. Instituto de Historia de la Ciencia de la Real Academia de Buenas Letras, Barcelona.

Wieber, R., 1972. Das Schachspiel in der arabischen Literatur von den Anfangen bis zur zweiten Halfte des 16 Jahrhunderts. Ph.D. dissertation, University of Bonn.

Woepcke, F., 1861. Recherches sur plusieurs ouvrages de Léonard de Pise, Atti dell'Academia Pontificia dei nuovi Lincei 14, 211–27, 241–69, 301–24, 343–56.

Yadegari, M., 1978. The binomial theorem described by Amir Kalan al-Bukhari circa 1297 A.D. Islamic Quarterly, 20–22, 36–39.

——— 1980. The binomial theorem: A widespread concept in medieval mathematics. Historia Mathematica 7, 401–406.

Youschevitch, A.P., 1976. Les mathématiques arabes (VIII[e]–XV[e] siècles), Cazenave, M., Jaouiche, K. (trans.). J. Vrin, Paris.