حساب هوایی

صالح ذکی
ترجمهٔ غلامحسین صدری‌افشار

مقدمهٔ مترجم

آنچه در زیر می‌آید فصلی است از کتاب آثار باقیه از صالح ذکی محقق ترک، که آن را یک قرن پیش به زبان ترکی دربارهٔ تاریخ ریاضیات سرزمین‌های اسلامی تألیف کرده است.

در میان آثار اسلامی تعدادی کتاب در شرح حال دانشمندان یا معرفی آثار علمی وجود دارد، از قبیل: الفهرست ابن ندیم، صُوَان الحکمة، تاریخ الحکماء، طبقات الأمم، درة الأخبار و در زمان‌های نزدیک‌تر نامهٔ دانشوران. اما در این میان هیچ اثر مستقلی را نمی‌شناسیم که منحصراً به تاریخ ریاضیات پرداخته باشد. از این رو آثار باقیه را شاید بتوان نخستین کتابی دانست که در سرزمین‌های اسلامی دربارهٔ تاریخ ریاضیات نوشته شده است.

پیش از معرفی این کتاب باید گفت مجموعهٔ آنچه دربارهٔ تاریخ ریاضیات تا سال ۱۳۵۵ به زبان فارسی وجود دارد، اعم از تألیف و ترجمه، در یکی از شماره‌های سال اول مجلهٔ آشتی با ریاضیات معرفی شده است. پس از آن هم می‌توان از آثار زیر نام برد:

۱- نگاهی به تاریخ ریاضیات یونان از پرویز شهریاری؛
۲- آفرینندگان ریاضیات عالی از فریمان، ترجمهٔ پرویز شهریاری؛
۳- تاریخ تحول دانش ریاضیات از کالین رونالد، ترجمهٔ همایون صنعتی‌زاده و پرویز شهریاری؛
۴- آشنایی با تاریخ ریاضیات از هوارد ایوز، ترجمهٔ محمدقاسم وحیدی اصل؛
۵- تاریخ جبر از وان در واردِن، ترجمهٔ محمدقاسم وحیدی اصل؛
۶- تاریخچهٔ ریاضیات از حسین سیفلو؛
۷- گوشه‌هایی از ریاضیات دورهٔ اسلامی از ج. ل. برگرن، ترجمهٔ محمدقاسم وحیدی اصل و علیرضا جمالی؛
۸- درآمدی بر تاریخ ریاضیات مسلمانان از علی عبدالله دفاع، ترجمهٔ مرتضی قدیمی؛
۹- ریاضیدانان نامی از اریک تمپل بل، ترجمهٔ حسن صفاری؛
۱۰- ریاضیدانان مسلمان و سیر علوم ریاضی در شرق اسلامی از غلامرضا تاتاری؛

۱۱- ریاضیدانان ایرانی از ابوالقاسم قربانی.
۱۲- زندگینامهٔ ریاضیدانان دورهٔ اسلامی از ابوالقاسم قربانی.
۱۳- کارنامهٔ ایرانیان در زمینهٔ نوآوری‌های ریاضیات، نجوم و گاهشماری از یونس کرامتی؛
۱۴- تاریخ ریاضیات از دیوید یوجین اسمیت، ترجمهٔ غلامحسین صدری‌افشار؛
۱۵- کاکل طاووس از گورگیس یوسف، ترجمهٔ غلامحسین صدری‌افشار؛
و تعدادی تک‌نگاری دربارهٔ کوشیار گیلانی، نَسَوی و دیگران.

اما آثار باقیه که از آن سخن خواهیم گفت، کتابی است به زبان ترکی استانبولی از شخصی به نام صالح ذکی. او در حوالی ۱۲۴۳/۱۸۶۴ در استانبول به دنیا آمد و در سال ۱۳۰۰/۱۹۲۱ در همان شهر درگذشت.

صالح ذکی در پاریس در رشتهٔ مهندسی برق تحصیل کرد و پس از بازگشت به میهنش در ۱۹۰۶ به عنوان بازرس ادارهٔ تلگراف مشغول به کار شد و در عین حال در دبیرستان‌های استانبول به تدریس ریاضیات پرداخت.

صالح ذکی را می‌توان یکی از مربیان ملت ترکیه و مروجان دانش جدید در آن کشور دانست. او برای دارالفنون استانبول یک رشته کتاب درسی ترجمه و تألیف کرد تحت عنوان‌های: مبحث صوت، مبحث برق و سیم‌کشی، حساب احتمالات، فیزیک سیّالات، هندسهٔ تحلیلی، نظریهٔ موجی و هیئت.

صالح ذکی در عین حال تألیف یک دایرةالمعارف ریاضی را به زبان ترکی آغاز کرد که تنها جلد اول آن تا مدخل «اِفنا» منتشر شد، ولی به تکمیل نشر آن توفیق نیافت.

این آثار نشان می‌دهد که او در یک قرن پیش چه تلاش عظیمی را برای ترویج علوم در میهنش به کار برده است. او بر اثر دوستی با یک فرانسوی مقیم استانبول و مشاهدهٔ یک تاریخ ۴ جلدی ریاضیات به زبان فرانسه به فکر تألیف کتابی دربارهٔ تاریخ ریاضیات دورهٔ اسلامی افتاد و در کتابخانه‌های استانبول در صدد جستجوی آثار ریاضی برآمد.

مهم‌ترین تألیف او در تاریخ علم کتابی است به نام آثار باقیه در ۴ مجلد به شرح زیر:

مجلد اول: در ۲۰۷ صفحه دربارهٔ مثلثات،
مجلد دوم: در ۳۰۴ صفحه دربارهٔ حساب،
که این هر دو مجلد در سال ۱۹۱۳م/۱۲۹۲ش/۱۳۲۹ق با حروف عربی و در سال ۲۰۰۳ دوباره با حروف لاتینی در استانبول منتشر شد.
مجلد سوم: در تاریخ نجوم که دستنوشتهٔ آن در استانبول موجود است،
مجلد چهارم: در هندسه که متأسفانه دستنوشتهٔ آن باقی نمانده است.

در مجلد اول از موضوع‌های زیر بحث شده است:
بخش اول: تاریخ پیدایش مثلثات در شرق، پیدایش مفهوم سینوس (شکل مُغْنی)، جمع، تفریق،

ضرب و تقسیم کمان‌ها، پیدایش مفهوم تانژانت (ظل)، روش حل مثلث‌ها، مثلثات مسطح، مثلثات کروی.

بخش دوم: محاسبهٔ جدول‌های مثلثاتی در شرق، جدول‌های مثلثاتی ابوالوفای بوزجانی، جدول مثلثات اُلُغ‌بیگ و تعدیل قاضی‌زادهٔ رومی.

خاتمه: ورود مثلثات به غرب. در این مجلد از دستاوردهای حبش حاسب، ثابت بن قرّه، نیریزی، بتّانی، بوزجانی، خجندی، ابوجعفر خازن، کوشیار گیلانی، ابونصر عراق، بیرونی، نصیرالدین طوسی، غیاث‌الدین جمشید کاشانی، قاضی‌زادهٔ رومی، الغ‌بیگ، علی قوشچی، میرم چلبی و تقی‌الدین راصد یاد شده است.

آثار باقیه

محرری

صالح زکی

جلد اول

مثلثات مستویه وکرویه‌دن باحثدر

مطبعهٔ عامره — استانبول

۱۳۲۹

مجلد دوم نیز شامل مقدمه و دو بخش است به ترتیب زیر:

مقدمه: سرچشمه‌های یونانی ریاضیات و سرچشمه‌های هندی آن

کتاب اول: علم حساب

بخش اول: انواع عددنویسی، حساب ابجد، ارقام هندی، ارقام غبار، ارقام عربی، نتیجه و حکم.

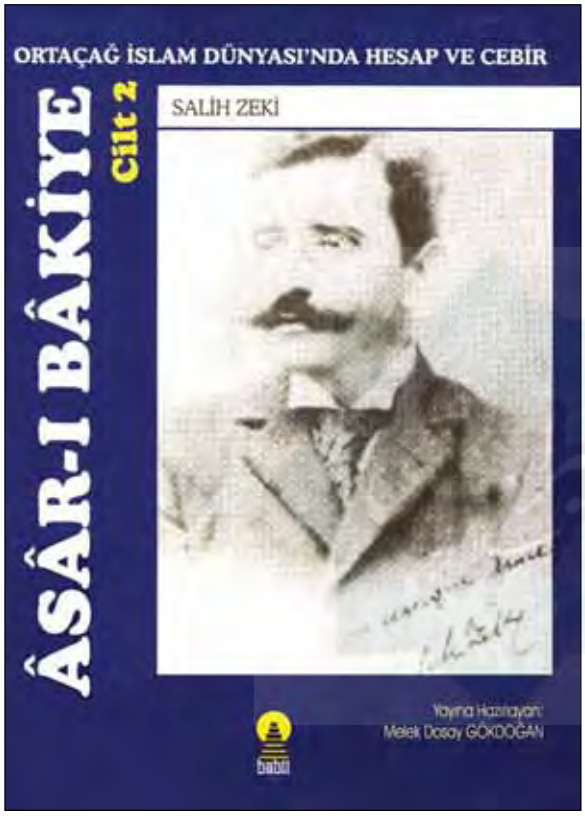
بخش دوم: حساب هندی، حساب غبار، چهار عمل اصلی، عمل‌های کسری، کسرهای اعشاری، نسبت و تناسب، حل مسائل، اربعهٔ متناسبه، حساب خطأین و روش رد و عکس.

خاتمه: حساب ذهنی

خلاصه و ذیل

در مجلد دوم کارهای عدهٔ بیشتری از ریاضیدانان در زمینهٔ علم حساب بررسی شده و شرح حال کوتاهی از آنان در پایان کتاب آمده است.

آثار باقیه با توجه به پیشگامی صالح ذکی در بیش از یک‌صد سال پیش و تلاش او در بهره‌گیری از منابع دست اولی که بیشتر آنها هنوز تصحیح و منتشر نشده‌اند در خور معرفی و ستایش است.[1]

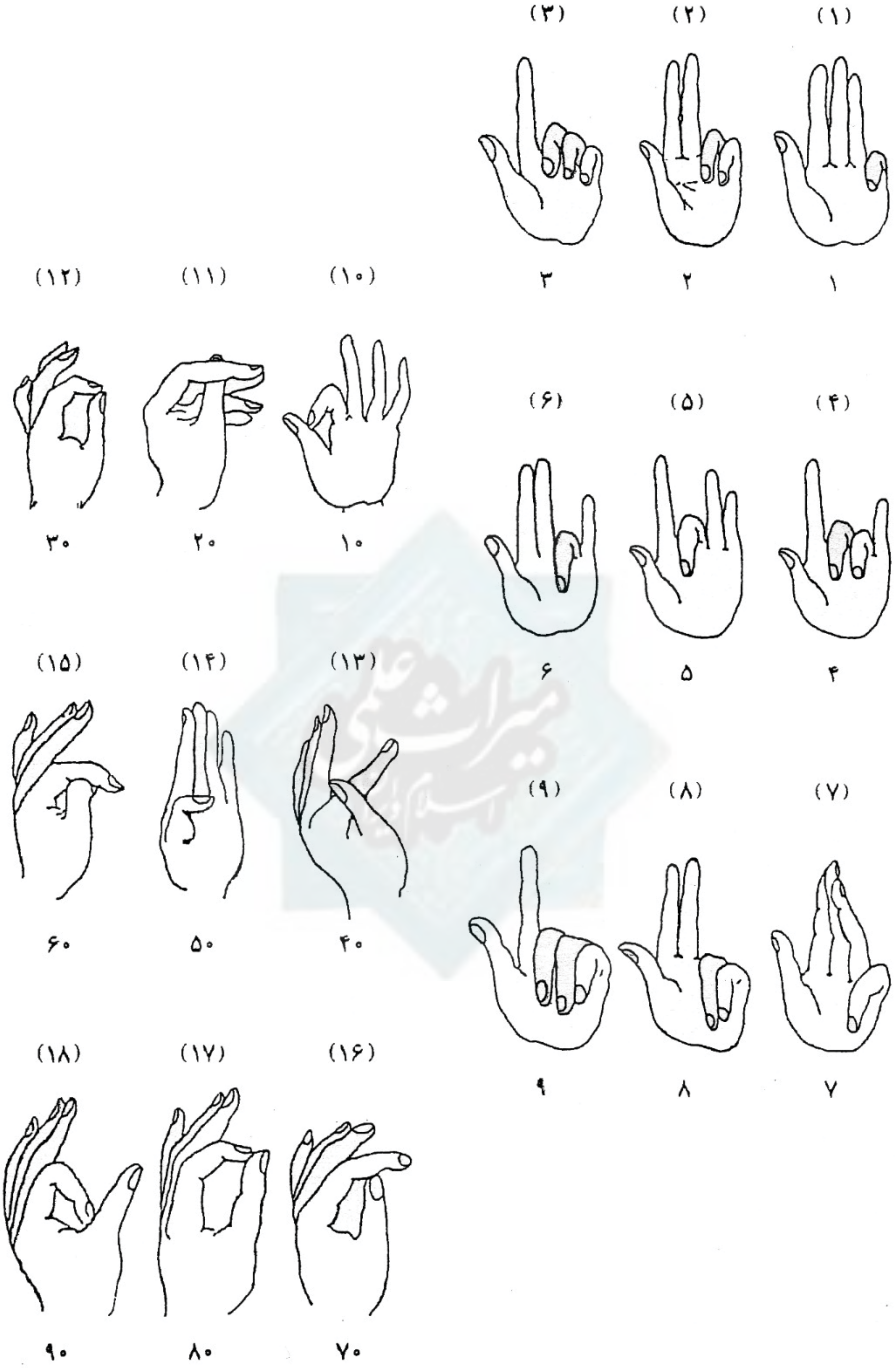


نخستین اثری که دربارهٔ حساب ذهنی به فارسی منتشر شده، کتاب کوچکی است از شادروان باقر امامی تبریزی استاد ریاضیات در حدود سال ۱۳۲۸ در تبریز. در سال‌های اخیر محمد باقری اثر معروف یک مهندس روس به نام یاکوف تراختنبرگ (۱۸۸۱–۱۹۵۲) را تحت عنوان روش تراختنبرگ به فارسی ترجمه کرده، که چند بار چاپ شده است.

چون در قدیم در حساب ذهنی از انگشتان دست هم استفاده می‌شد که به آن «حساب عقود و اَنامِل» می‌گفتند، چگونگی نمایش عددها با انگشتان دست را در شکل ۱ آورده‌ایم. این ۱۸ نمونهٔ روی دست راست نمایشگر رقم‌های یکان و دهگان است و همین نمونه‌ها روی دست چپ نمایشگر رقم‌های صدگان و هزارگان است.

این روش که بی شباهت به زبان ناشنوایان نیست، در گذشته در کار داد و ستد رواج داشت. ولی امروز کمتر کسی از آن آگاه است.

[1] دربارهٔ این کتاب همچنین نگاه کنید به مجلهٔ تاریخ علم، شمارهٔ ۷، سال ۱۳۸۷، ص ۱۱۶–۱۱۹.



شکل ۱: برگرفته از مقالهٔ «حساب سرانگشتی»

در کتاب درخت معرفت: جشن‌نامهٔ استاد دکتر عبدالحسین زرین‌کوب،
نشر سخن، تهران ۱۳۸۴.

حساب هوایی

> این علمی است که با آن محاسبهٔ مقدارهای بزرگ در ذهن بدون نوشتن انجـام می‌گیـرد و قانون‌ها و روش‌های آن در برخی کتاب‌های حساب آمده است. این علم بـرای بازرگانـان در جریان سفر و بازاریان بی سواد که نوشتن نمی‌دانند و کسانی که دسترسی بـه نوشـت افـزار ندارند، بسیار سودمند است.
>
> کشف الظنون[۲]

حساب هوایی نامی است که در گذشته برای محاسبهٔ ذهنی به کار می‌رفت، بـه صـورتی کـه عمل‌هـای اصلی حساب مانند چهار عمل اصلی، در ذهن و بدون بهره گیری از کاغذ و قلم یا اسـباب‌های محاسـبه صورت می‌گرفت. این نوع محاسبه در گذشته، کـه بیشـتر مـردم بـی سـواد بودنـد و خوانـدن و نوشـتن نمی‌دانستند، بسیار متداول بود. یکی از روش‌های رایج آن یعنی حساب انگشتی را در معاملات روزمره به کار می‌بردند. ریاضیدانان سرزمین‌های اسلامی برای تکمیل حساب ذهنی تلاش زیادی کردند و از سـدهٔ چهارم هجری به تنظیم و شرح قواعد و اصول آن همت گماشتند و کتاب‌هایی در این باره نوشتند، کـه از آن جمله است کتاب کافی از ابوبکر محمد حاسب کرجی (درگذشته در سـال ۴۲۰ق) کـه احتمـالاً بـرای نخستین بار دربارهٔ حساب هوایی بحث کرده است.[۳]

اعداد در حساب هوایی با ارقام نمایش داده نمی‌شوند، بلکه برای نشان دادن آنهـا از انگشـتان و بنـد انگشتان استفاده می‌کنند. روش شمارش جاری در میان اعراب از قدیم مبنای دهـدهی بـود و در حسـاب هوایی هم به سه مرتبهٔ اصلی یکان، دهگان و صدگان تقسیم می‌شود. یکان از یک تا نـه، دهگـان از ده تا نود و صدگان از صد تا نهصد را در بر می‌گیرد. نام اعداد در زبـان عربـی از دوازده – یـا در حقیقـت از بیست ـ کلمه تشکیل شده است که همهٔ اعداد را با ترکیب این کلمه‌ها می‌توان نامید، همان گونه که در حساب هندی همهٔ اعداد را می‌توان به کمک صفر و نه رقم دیگر نوشت.

در گذشته‌های دور بزرگترین عدد هزار بود و یک میلیون را به صورت هـزار هـزار و میلیـارد را هـزار هزار هزار می‌نامیدند. در حساب هوایی هم همین شیوه به کار می‌رود و ما در زیر قواعد مختلف محاسـبهٔ آن را بیان می‌کنیم.

جمع

عددهای مورد نظر دو به دو یا به طور کامل با هم جمع بسته می‌شود. یعنی تعداد اشیای از یک جنس را به طور ذهنی با هم جمع می‌کنند، مانند اعداد زیر

$$۲۶۸ + ۳۷۵$$

---

[۲] کشف الظنون کتابی است عربی در کتابشناسی آثار عربی، فارسی و ترکی از مصطفی چلبی معروف به حاجی خلیفـه (۱۰۱۷–۱۰۶۷ق) دانشمند ترک، که بارها چاپ شده است و از منابع مهم کتاب‌شناسی اسلامی به شمار می‌رود.

[۳] کتاب کافی را هوخهایم (Hochheim) به آلمانی ترجمه کرده و مطالب آن بارها مورد بررسی قرار گرفته است.

برای جمع این دو عدد ابتدا از رقم‌های بزرگ آغاز می‌کنیم و می‌گوییم سیصد و دویست می‌شود پانصد که آن را به خاطر می‌سپاریم یا با انگشتان ضبط می‌کنیم، بعد می‌گوییم هفتاد و شصت می‌شود صد و سی، که با پانصد می‌شود ششصد و سی. آنگاه پنج و هشت را با هم جمع می‌کنیم و به این ششصد و سی اضافه می‌کنیم که می‌شود ششصد و چهل و سه ۶۴۳.

در این میان برخی روش‌های خاص هم به کار می‌رود. مثلاً پس از جمع ۳۰۰ و ۲۰۰، ۷۵ را با ۲۵ جمع می‌کنیم که با آن ۵۰۰ قبلی می‌شود ۶۰۰ و ۴۳ باقی مانده از ۶۸ را هم به آن اضافه می‌کنیم.

تفریق

در تفریق هم عیناً همان روش، اما به صورت معکوس به کار می‌رود، یعنی نخست دو رقم بزرگتر را از یکدیگر کم می‌کنیم که ۲۰۰ از ۳۰۰ کم می‌شود، می‌ماند ۱۰۰ و ۶۸ که از ۷۵ هم می‌ماند ۷ و جواب به صورت ۱۰۷ به دست می‌آید.

به همین ترتیب اگر ۲۸۵ را از ۴۶۰ کم کنیم، چون ۸۵ را نمی‌توان از ۶۰ کم کرد، آن را از ۱۰۰ کم می‌کنیم که می‌ماند ۱۵ و این ۱۵ را با ۶۰ جمع می‌کنیم، می‌شود ۷۵ و به جای اینکه ۲۰۰ را از ۴۰۰ کم کنیم از ۳۰۰ کم می‌کنیم (چون پیشتر ۱۰۰ را از آن برداشته ایم)، در نتیجه می‌ماند ۱۰۰ و آن را با ۷۵ قبلی (۱۵ + ۶۰) جمع می‌کنیم، می‌شود ۱۷۵. در نتیجه ۱۷۵ = ۲۸۵ − ۴۶۰.

نصف و دو برابر کردن

دانستن دو برابر یک مقدار و باز دو برابر این دو برابر، یعنی چهار برابر آن به طور ذهنی برای محاسبه اهمیت زیادی دارد. برای این کار به صورت زیر عمل می‌شود.

مثلاً دو برابر ۴۷۲ یا چهار برابر آن عدد به این طریق به دست می‌آید. دو برابر ۴۰۰ می‌شود ۸۰۰ و دو برابر ۷۰ می‌شود ۱۴۰ که با ۸۰۰ می‌شود ۹۴۰ و دو برابر ۲ هم ۴ است که جمعاً می‌شود ۹۴۴. به همین روش می‌توان چهار برابر عدد ۴۷۲ را هم به دست آورد که دو برابر ۹۰۰ می‌شود ۱۸۰۰ و دو برابر ۴۰ می‌شود ۸۰ که با ۱۸۰۰ می‌شود ۱۸۸۰ و دو برابر ۴ هم می‌شود ۸ که با ۱۸۸۰ می‌شود ۱۸۸۸. پس ۴ برابر عدد ۴۷۲ می‌شود ۱۸۸۸.

عمل نصف کردن عکس این عمل است، یعنی نخست بزرگترین رقم عدد را نصف می‌کنیم و به همین ترتیب پایین می‌آییم، در نتیجه نصف ۴۰۰ می‌شود ۲۰۰، نصف ۷۰ می‌شود ۳۵ و نصف ۲ می‌شود یک و می‌گوییم نصف ۴۷۲ می‌شود ۲۳۶ (۱ + ۳۵ + ۲۰۰).

البته دو برابر کردن یا نصف کردن ممکن است چندین بار تکرار شود (مانند نصف نصف نصف یا دو برابر دو برابر دو برابر...).

به خاطر رواج همین شیوهٔ محاسبهٔ ذهنی است که مثلاً در کتاب الکافی فی الحساب کرجی در سدهٔ چهارم نشانه‌ای از ارقام هندی دیده نمی‌شود، بلکه اعداد را با حروف ذکر می‌کند. همچنین است در مقدمهٔ فی علم الحساب شرف الدین طیبی در سدهٔ هشتم. در این هر دو کتاب به طور مشروح از حساب

هوایی سخن رفته است. همچنان که ریاضیدانان یونانی به خاطر استفاده از حروف الفبا برای نوشتن اعداد مجبور بودند از محاسبهٔ ذهنی استفاده می‌کنند، در حساب ابجد هم ناگزیر باید از حساب ذهنی استفاده کرد، چون اگر به جای $\begin{matrix}+۱۸۴\\ ۲۱۷\end{matrix}$ بنویسیم $\begin{matrix}+\text{قفد}\\ \text{ریز}\end{matrix}$ باید آن را به طور ذهنی محاسبه کنیم.

بر همین اساس بود که ریاضیدانان اسلامی در صدد تنظیم قواعدی برای حساب ذهنی و عملیات مربوط به آن برآمدند.

ضرب

در حساب ذهنی عمل ضرب از همه مهمتر است و شامل ضرب عددهای یک رقمی و چند رقمی می‌شود.

ضرب عددهای یک رقمی

برای ضرب عددهای یک رقمی از یک تا پنج لازم بود که آنها را حفظ کنند و در کتاب‌های حساب جدولی به این صورت دیده می‌شد.

۱	۲	۳	۴	۵
۲	۴	۶	۸	۱۰
۳	۶	۹	۱۲	۱۵
۴	۸	۱۲	۱۶	۲۰
۵	۱۰	۱۵	۲۰	۲۵

برای ضرب عددهای یک رقمی ۶ تا ۱۰، نخست عدد بزرگتر را از ۱۰ کم می‌کردند و بقیه را به خاطر می‌سپردند و بعد با عدد کوچکتر همین کار را می‌کردند. آنگاه باقیمانده این عددها را با یکدیگر ضرب می‌کردند و به حاصل ضربْ ده برابر مجموع فزونی آنها را از ۵ می‌افزودند که مثلاً در مورد ۸ × ۷ به این صورت بود:

$$۱۰-۸=۲ \qquad ۱۰-۷=۳ \qquad ۲\times۳=۶$$
$$۸-۵=۳ \qquad ۷-۵=۲ \qquad ۳+۲=۵$$
$$۶+(۵\times۱۰)=۵۶$$

به هر حال برای احاطه بر حساب ذهنی لازم بود افراد حاصل ضرب اعداد مرتبهٔ یکان را به خاطر بسپارند، چون برای ضرب مرتبه‌های بالاتر نیز استفاده از آن لازم بود. مثلاً ۷۰ × ۸۰۰ به صورت ۵۶ = ۷ × ۸ به علاوهٔ ۱۰ و ۱۰۰ ضرورت داشت که می‌شد ۵۶۰۰۰.

ضرب اعداد مرکب در یکدیگر

نخست ضرب عددهای ۱۰ تا ۲۰ به صورت ذهنی این گونه اجرا می‌شد: برای ضرب عددی در عدد دیگر نخست یکان یکی از آنها را با دیگری جمع می‌کردند. سپس دهگان آن را در عدد جدید ضرب و با حاصل ضرب یکان آنها جمع می‌کردند. مثلاً ۱۵ × ۱۸ را به این صورت عمل می‌کردند.

$۱۸+۵=۲۳ \longleftarrow ۲۳\times۱۰=۲۳۰$

$۵\times۸=۴۰ \longleftarrow ۴۰+۲۳۰=۲۷۰$ که حاصل ضرب است.

در ضرب عددهای بزرگتر از ۲۰ تا ۱۰۰ در صورتی که دهگان هر دو عدد یکسان بود بـه ایـن روش عمل می‌شد: نخست یکان یکی را با عدد دیگر جمع می‌کردند و حاصل جمع را در دهگان یکـی ضـرب می‌کردند و حاصل ضرب یکان هر دو عدد را به آن می‌افزودنـد. مـثلاً ۴۷ × ۴۸ بـه ایـن صـورت عمـل می‌شد:

۴۸ + ۷ = ۵۵ ← ۵۵ × ۴۰= ۲۲۰۰

۸ × ۷ = ۵۶ ← ۲۲۰۰ + ۵۶ = ۲۲۵۶ حاصل ضرب

در صورت متفاوت بودن دهگان، نخست دهگان عدد بزرگ را در عدد کوچک ضرب می‌کنیم، سپس دهگان عدد کوچک را در یکان عدد بزرگ هم ضرب می‌کنیم و به آن می‌افزاییم و حاصل جمع را در ۱۰ ضرب می‌کنیم. بعد حاصل ضرب یکان دو عدد را با آن جمع مـی‌کنیم. مـثلاً ۸۶ × ۲۵ بـه ایـن صـورت عمل می‌شود:

۱) ۸ × ۲۵ = ۲۰۰ ۲) ۲ × ۶ = ۱۲ ۳) ۲۰۰ + ۱۲ = ۲۱۲

۴) ۱۰ × ۲۱۲ = ۲۱۲۰ ۵) ۶ × ۵ = ۳۰ ۶) ۲۱۲۰ + ۳۰ = ۲۱۵۰ (حاصل ضرب)

ضرب دو عدد سه رقمی دارای صدگان یکسان

برای این کار یکان و دهگان یکی از عددها را با عدد دیگر جمـع و نتیجـه را در رقـم مشـترک صـدگان ضرب می‌کنیم. آنگاه حاصل ضرب اخیر را در ۱۰۰ ضرب می‌کنیم. بعد حاصل ضرب عددهای دو رقمـی متشکل از یکان و دهگان دو عدد را به دست می‌آوریم و با آن جمع می‌کنیم. مثلاً ۲۳۰ × ۲۲۰ بـه ایـن صورت عمل می‌شود:

۱) ۲۲۰ + ۳۰ = ۲۵۰ ۲) ۲۵۰ × ۲ = ۵۰۰ ۳) ۵۰۰ × ۱۰۰ = ۵۰۰۰۰

۴) ۲۰ × ۳۰ = ۶۰۰ ۵) ۵۰۰۰۰ + ۶۰۰ = ۵۰۶۰۰ (حاصل ضرب)

ضرب دو عدد مرکب دلخواه در یکدیگر

تا این جا ضرب یکان، دهگان یا صدگان در یکدیگر بیان شد. در حساب ذهنی روش ضرب هر دو عدد از هر مرتبه که باشد به همین صورت انجام می‌گیرد و قاعدهٔ کلی آن به شرح زیر است:

نخست هر یک از رقم‌های هر دو عدد را جدا می‌کنیم و آنها را در یکدیگر ضرب مـی‌کنیم و در آخـر حاصل ضرب‌ها را با هم جمع می‌کنیم. به عنوان مثـال می‌خـواهیم ۱۲۵ را در ۸۴ ضـرب کنـیم. نتیجـه چنین می‌شود:

۱) ۸۰ × ۱۰۰ = ۸۰۰۰ ۲) ۴ × ۱۰۰ = ۴۰۰ ۳) ۲۰ × ۸۰ = ۱۶۰۰

۴) ۲۰ × ۴ = ۸۰ ۵) ۵ × ۸۰ = ۴۰۰ ۶) ۵ × ۴ = ۲۰

۷) ۲۰ + ۴۰۰ + ۸۰ + ۱۶۰۰ + ۴۰۰ + ۸۰۰۰ = ۱۰۵۰۰ (حاصل ضرب)

میراث علمی اسلام و ایران

روش کوتاه

برای ضرب دو عدد در یکدیگر در حساب هوایی همان اصولی بـه کـار می‌رفـت کـه در حسـاب هنـدی معمول است، از قبیل دو برابر کردن، نصف کردن و تقسیم به نسبت. نمونه‌هایی از کتاب‌های حساب نقل می‌شود:

مثال ۱

برای **۵۰ × ۹۰** چون ۹۰ = ۱۰ — ۱۰۰ بنابراین

$$\begin{array}{rrl} ۱۰۰ \times ۵۰ & = & ۵۰۰۰ \\ ۱۰ \times ۵۰ & = & ۵۰۰ \quad - \\ \hline ۹۰ \times ۵۰ & = & ۴۵۰۰ \end{array}$$

مثال ۲

۷۵ × ۸۸۰: چون ۸۸۰ = ۲۰ — ۹۰۰ بنابراین:

۱) ۶۷۵ = ۷۵ × ۹ ۲) ۶۷۵۰۰ = ۱۰۰ × ۶۷۵

۳) ۱۵۰۰ = ۷۵ × ۲۰ ۴) ۶۶۰۰۰ = ۱۵۰۰ – ۶۷۵۰۰

مثال ۳

۲۵ × ۸۹ : می‌گوییم $\frac{۱}{۴}$ عدد ۸۹ را در ۱۰۰ باید ضرب کرد، یعنی $\frac{۱}{۴}$ ۲۲ × ۱۰۰ که می‌شود ۲۲۲۵. چون ۲۲۰۰ = ۲۲ × ۱۰۰ و ۲۵ = $\frac{۱}{۴}$ × ۱۰۰، بنابراین ۲۲۲۵ = ۲۵ + ۲۲۰۰.

مثال ۴

۱۲ × ۶۴ : در اینجا می‌گوییم اگر به عدد ۱۲، نیم اضافه کنیم می‌شود $۱۲\frac{۱}{۲}$ که حاصل تقسیم عـدد ۱۰۰ بر ۸ است و یک‌هشتم ۶۴ می‌شود ۸. این ۸ را در ۱۰۰ ضرب می‌کنیم می‌شـود ۸۰۰ . بعـد از آن نصـف ۶۴ را که ۳۲ باشد برمی‌داریم، می‌ماند ۷۶۸ = ۳۲ — ۸۰۰ .

مثال ۶

۱۵۰ × ۲۴۰: در اینجا ۱۵۰ را بـر ۱۰۰ تقسـیم مـی‌کنیم می‌شـود $\frac{۱}{۲}$ ۱. آن را در ۲۴۰ ضـرب مـی‌کنیم می‌شود ۳۶۰ و ۳۶۰۰۰ = ۱۰۰ × ۳۶۰.

مثال ۷

۱۹۲ × ۷۵: برای این کار یکـی از عـددها را دو برابـر و دیگـری را نصـف مـی‌کنیم در نتیجـه می‌شـود ۹۶ × ۱۵۰، سپس عمل را تکرار می‌کنیم ۱۴۴۰۰ = [۱۲۰ + ۲۴] × ۱۰۰ = ۳ × ۴۸ × ۱۰۰ = ۴۸ × ۳۰۰.

مثال ۸

۲۴ × ۲۴: برای ضرب آنها را به ۳ تقسیم می‌کنیم و می‌گوییم ۶۴۰ = ۱۰ × ۸ × ۸ . چون ۳ × ۳ از عدد ۱۰ یکی کمتر است، بنابراین از ۶۴۰ باید یک ۶۴ کسر شود ۵۷۶ = ۶۴ - ۶۴۰ .

بازاریان برای سهولت محاسبهٔ ثلث و ربع اعداد، به‌ویژه عدد ۱۰۰ را در ذهن داشتند و حساب هـوایی چیزی جز این نبود. بنابراین کرجی قاعده‌های کلی عمل با عددهای مرکب را ذکـر می‌کنـد. کرجـی بـه جای اعداد در عمل ضرب از حروف استفاده کرده است. حال آنکه عمـل معـروف بـه «ضـرب المشـهور» نشان می‌دهد که لازمهٔ آن به کار بردن اعداد است. تصور این کـه کرجـی اعـداد را نمی‌شـناخته اساسـاً صحیح نیست، چون نمی‌توان صاحب اثرهایی چون الفخری و البدیع را بی‌خبر از اصـول ضـرب دانسـت. این هم که تصور کنیم او قادر به بیان اصول ضرب با کلمات نبوده ممکن نیسـت، چـون ایـن اصـول در کتاب‌های حساب تحت عنوان «ضرب اهل السیاقة» موجود و نزد اهل قلم معروف است.

در حقیقت، یحیی بن احمد کاشانی، از ریاضیدانان سدهٔ هشتم هجـری، ایـن موضـوع را بـه صـورت زیبایی شرح داده است. او در فصل‌های مربوط به ضرب و تقسیم کتاب لباب فی الحسـاب تحـت عنـوان «تکمله» چنین می‌آورد:

> در هنگام عمل ضرب یا تقسیم اگر وسیلهٔ نوشتن در دست نباشد و به سـبب زیـادی مرتبه‌ها نتوان به صورت ذهنی محاسـبه کـرد، چنـین عمـل مـی‌کنیم. بـرای مثـال می‌خواهیم ۵۴۳ را در ۸۹ ضرب کنیم:

یکان دهگان صدگان هزارگان ده‌هزارگان

سه	چهل	پانصد			۳	۴	۵		
نه	هشتاد				۹	۸			
هفت	بیست				۷	۲			
	چهل	دویست				۴	۲		
	شصت	سیصد				۶	۳		
		دویست	سه هزار				۲	۳	
		پانصد	چهار هزار				۵	۴	
				چهل هزار				۰	۴
هفت	بیست	سیصد	هشت هزار	چهل هزار	۷	۲	۳	۸	۴

این مثال به صراحت نشان می‌دهد که تفاوت میان حساب هـوایی و حسـاب هنـدی تنهـا عبـارت از استفاده از حروف به جای اعداد نبود. چون مثال بالا از نوشتهٔ یحیی کاشانی تحت عنوان ضرب به طریق اهل السیاقت آمده و از ان به «حساب بلاتخت» یاد شده است؛ یعنی محاسبه‌ای که بر روی تختهٔ پوشیده از خاک انجام نمی‌شد.

تقسیم

نخست باید گفت در نزد محاسبان اسلامی تقسیم عددی به عدد کوچکتر را «قسمت» و تقسیم آن به عدد بزرگتر را «نسبت» می‌نامیدند.

در حساب هوایی برای تقسیم عکس عمل ضرب اجرا می‌شد، یعنی همان گونه که در ضرب دو عدد مرکب رقم‌های آن جداگانه در یکدیگر ضرب و حاصل ضرب‌ها با هم جمع می‌شد. در تقسیم دو عدد هم نخست از رقم بزرگتر شروع و آن را به عدد کوچک تقسیم می‌کنیم و بعد رقم کوچکتر را به عدد کوچک تقسیم می‌کنیم و سرانجام مقسوم‌ها را با هم جمع می‌کنیم. مثلاً می‌خواهیم ۶۷۸ را به ۱۲ تقسیم کنیم. اول می‌گوییم در ۶۰۰ چند ۱۲ وجود دارد. ۱۰ تا ۱۲ می‌شود ۱۲۰، ۲۰ تا ۱۲ می‌شود ۲۴۰، ۴۰ تا ۱۲ می‌شود ۴۸۰ با ۱۰تای دیگر، یعنی ۵۰ تا ۱۲ می‌شود ۶۰۰ . آنگاه می‌گوییم ۲ تا ۱۲ می‌شود ۲۴، ۴ تا ۱۲ می‌شود ۴۸ با دو ۱۲ دیگر می‌شود ۷۲، که از ۷۸ می‌ماند ۶ تا و نسبت ۶ به ۱۲ برابر $\frac{1}{2}$ است. پس $۶\frac{1}{2} = ۱۲ : ۷۸$ در نتیجه $۵۶\frac{1}{2} = ۱۲ : ۶۷۸$.

همین مثال که از شرح یحیی کاشانی بر الفوائد البهائیهٔ ابن خوّام نقل شد نشان می‌دهد که در حساب هوایی ارقام مقسوم به صورت یک به یک یا ده به ده تقسیم و خارج قسمت‌ها در نهایت با هم جمع می‌شود.

همان گونه که در ضرب می‌شد یکی از دو عدد مضروب یا مضروب‌فیه را دو برابر و دیگری را نصف کرد، در مورد مقسوم و مقسوم‌علیه نیز همین عمل قابل اجراست و بدین ترتیب می‌توان هر دو عدد را نصف یا دو برابر کرد؛ چه گفته شود ۲ : ۵۰ یا ۴ : ۱۰۰، نتیجه یکی است. هر قدر بتوان عددها را کوچک‌تر کرد، عمل تقسیم راحت‌تر انجام می‌گیرد. در مثال نخست ۱۲ : ۶۷۸ را می‌توان کوچک کرد. اگر هر دو را به دو تقسیم کنیم می‌شود ۶ : ۳۳۹ که آن را هم به ۳ تقسیم می‌کنیم، می‌شود ۲ : ۱۱۳ که باز پاسخ همان $۵۶\frac{1}{2}$ به دست می‌آید.

به طور کلی برای عمل تقسیم ذهنی هیچ مشکلی وجود ندارد، فقط در مورد نسبت مشکل پیش می‌آید، یعنی وقتی مقسوم‌علیه از مقسوم بزرگتر باشد، لازم است از عدد کسری استفاده شود و به دست آوردن کسر دقیق گاه بسیار مشکل است. برای این منظور محاسبان کسرهایی را به دست آورده‌اند از قبیل $\frac{1}{2}\times\frac{1}{6}$ = نصف السُدس، $\frac{1}{3}\times\frac{1}{4}$ = ثلث الربع، $\frac{1}{2}\times\frac{1}{2}\times\frac{1}{3}$ = نصف نصف الثلث و الی آخر.

جمع و تفریق کسرها

اهل کسب و داد و ستد در مورد عددهای کسری هم مانند اجناسی که معامله می‌کردند به طور ذهنی آشنایی داشتند و می‌توانستند کسرهای ساده را جمع یا تفریق کنند و برای این کار مخرج مشترک به دست می‌آوردند. وقتی مخرج دو کسر مانند $\frac{2}{3}$ و $\frac{1}{3}$ مشترک بود، صرفاً آنها را جمع می‌بستند، اگر متفاوت بود، مانند $\frac{1}{2}+\frac{1}{3}$ با به دست آوردن مخرج مشترک به $\frac{5}{6}$ دست می‌یافتند.

پیش از رواج حساب هندی، اصطلاحات مربوط به کسر اعداد بسیط در میان اعراب بسیار رایج بود، از قبیل نصف = $\frac{۱}{۲}$، ثلث = $\frac{۱}{۳}$، ربع = $\frac{۱}{۴}$، خمس = $\frac{۱}{۵}$، سُدس = $\frac{۱}{۶}$، سُبع = $\frac{۱}{۷}$، ثُمن = $\frac{۱}{۸}$ و تُسع = $\frac{۱}{۹}$. روایت کرده‌اند روزی کسی از حضرت علی(ع) دربارهٔ مخرج مشترک کسرهای نه‌گانهٔ فوق پرسید و او در پاسخ فرمود: «اضرب أیّام اسبوعک فی أیّام سَنَتک»؛ روزهای هفته را در سال ضرب کن که می‌شود ۲۵۲۰ = ۳۶۰ × ۷ و عدد ۲۵۲۰ مخرج مشترک $\frac{۱}{۲}$، $\frac{۱}{۳}$، $\frac{۱}{۴}$، $\frac{۱}{۵}$، $\frac{۱}{۶}$، $\frac{۱}{۷}$، $\frac{۱}{۸}$، $\frac{۱}{۹}$ و $\frac{۱}{۱۰}$ است.[۴]

عمل تفریق کسرها هم عیناً عکس عمل جمع بود و پیدا کردن مخرج مشترک و کسر صورت‌ها از یکدیگر را ایجاب می‌کرد. مثلاً برای $\frac{۱}{۳}-\frac{۱}{۲}$ نوشته می‌شد $\frac{۱}{۶}=\frac{۲}{۶}-\frac{۳}{۶}$.

ضرب کسرها

برای این کار کافی است صورت‌ها را در یکدیگر و مخرج‌ها را هم در یکدیگر ضرب کنیم. مثلاً $\frac{۱}{۳}\times\frac{۱}{۲}$ می‌شود $\frac{۱}{۶}$. پس یک‌سوم نصف چیزی برابر یک‌ششم آن چیز است. به همین ترتیب $\frac{۳}{۲۰}=\frac{۶}{۴۰}=\frac{۳}{۸}\times\frac{۲}{۵}$.

تقسیم کسرها

تقسیم کسرها بسیار ساده است. تنها لازم است جای صورت و مخرج مقسوم‌علیه را عوض کنیم و عمل ضرب را انجام دهیم. مثلاً $\frac{۲\times۸}{۵\times۳}=\frac{۳}{۸}:\frac{۲}{۵}$ یعنی $۱\frac{۱}{۱۵}=\frac{۱۶}{۱۵}$.

اگر کسرْ مرکب باشد، یعنی عدد صحیح با عدد کسری همراه باشد، نخست آن را تجنیس می‌کنیم. مثلاً $۵\frac{۱}{۳}$ را می‌گوییم ۵ از ۱۵ تا $\frac{۱}{۳}$ تشکیل شده که با $\frac{۱}{۳}$ می‌شود $\frac{۱۶}{۳}$ که اگر بخواهیم آن را بر $۳\frac{۱}{۲}$ تقسیم کنیم می‌شود $\frac{۱۶}{۳}:\frac{۷}{۲}$ و $\frac{۱۶\times۲=۳۲}{۳\times۷=۲۱}$ و جواب می‌شود $۱\frac{۱۱}{۲۱}$.

ولی معمولاً در محاسبه عددهای صحیح را با هم و کسرها را هم جداگانه عمل می‌کردند. مثلاً در مورد $۱۰\frac{۵}{۶}+۳\frac{۱}{۴}$ می‌نوشتند:

$$\left(\frac{۱}{۴}+\frac{۵}{۶}\right)+(۳+۱۰)=\left(\frac{۳}{۱۲}+\frac{۱۰}{۱۲}\right)+۱۳=\frac{۱۳}{۱۲}+۱۳=\frac{۱}{۱۲}+۱۴=۱۴\frac{۱}{۱۲}$$

یا

$$۱۰\frac{۵}{۶}-۳\frac{۱}{۴}=\left(\frac{۵}{۶}-\frac{۱}{۴}\right)+۱۰-۳=\left(\frac{۱۰}{۱۲}-\frac{۳}{۱۲}\right)+۷=۷\frac{۷}{۱۲}$$

مثال دیگر $۳\frac{۱}{۴}:۱۰\frac{۵}{۶}$. نخست مخرج مشترک دو کسر را به دست می‌آوریم، که می‌شود:

$$۱۰\frac{۱۰}{۱۲}:۳\frac{۳}{۱۲}=(۱۰+۱۲۰):(۳+۳۶)=۱۳۰:۳۹=۳\frac{۱۳}{۳۹}=۳\frac{۱}{۳}$$

آنچه در محاسبهٔ کسرها بسیار مهم و دشوار بود، ضرب و تقسیم کسرها بود که به‌ویژه در محاسبهٔ

[۴] البته در اینجا منظور سال عامیانه یعنی ۱۲ ماهِ ۳۰ روزه = ۳۶۰ روز است.

مسکوکات و اوزان و مقادیر خود را نشان می‌داد، از قبیل:

سکهٔ طلا	سکهٔ نقره
۱ دینار = ۶ دانگ	۱ درهم = ۱۴ قیراط
〃 〃 = ۲۰ قیراط	〃 〃 = ۲۴ طسوج
〃 〃 = ۲۴ طسوج	〃 〃 = ۴۸ حبه
〃 〃 = ۶۰ حبه	〃 〃 = ۶۰ عشیر

نسبت میان پول، طلا و نقره	وزن‌ها
۱ دینار = $۱\frac{۳}{۷}$ درهم	۱ من = ۱۲ رطل
۱ درهم = $\frac{۷}{۱۰}$ دینار	۱ رطل = ۱۲ اوقیه
	۱ اوقیه = $۱\frac{۲}{۳}$ استار
	۱ استار = $۴\frac{۱}{۲}$ مثقال

طبعاً برای تبدیل این واحدها به یکدیگر ناگزیر از بهره‌گیری از عددهای کسری بودند و همین امر موجب پیشرفت حساب ذهنی یا حساب هوایی می‌شد.

نتیجه‌گیری

> فرق میان حساب هوایی و حساب تخت و تراب این است که اولی همراه با عمل نیست، در حالی که دومی با عمل همراه است. البته، به عبارت دقیق تر، هر دو علم همراه با عمل است، منتها اولی در ذهن و دومی بر روی تخته. پس لازم است میان آنها فرق گذاشته شود.
> **یحیی بن احمد کاشانی**

از آنچه تا کنون گفته شد پیداست اصول حسابی که به آن حساب هوایی می‌گفتند، حسابی ذهنی بود که در کتاب‌ها برای بیان آن به جای اعداد از حروف و کلمات استفاده می‌شد و گاه در آن اعداد هم به کار می‌رفت.[۵]

حساب هوایی به طور کلی عبارت است از انجام دادن هریک از چهار عمل اصلی، همچنین یافتن کسرهای نه گانهٔ (نصف، ثلث، ربع، خمس، سدس، سبع، ثمن و تسع) اعداد در ذهن و بدون بهره گیری از وسیله‌هایی مانند قلم وکاغذ، چرتکه یا هر ابزار دیگر.

دانستن دو برابر، نصف یا ثلث یک عدد و امثال آن از لوازم اولیهٔ حساب هوایی است وگرنه توصیف ریاضیدان دقیقی مانند کرجی از ضرب عددهای صحیح بدون هیچ ذکری از عددهای کسری بسیار عجیب به نظر می‌رسد. مثلاً او ضرب ۱۲۵ در ۸۴ را در کتاب الکافی چنین بیان می‌کند[۶]:

---

[۵] کسانی همچون کرجی، شرف‌الدین طیبی، یحیی بن احمد کاشانی، شهاب‌الدین ابن هائم با فاصلهٔ زمانی زیاد از یکدیگر در حساب هوایی حروف به کار برده‌اند، همان گونه که در غرب هم برخی مؤلفان از ارقام غبار استفاده می‌کردند.

[۶] این عملیات تبدیل حساب هوایی به حساب معمولی است:
عدد صد و بیست و پنج برابر یک ۱۰۰ و یک ربع ۱۰۰ است. هشتاد و چهار را با ربع آن جمع می‌کنیم، می‌شود ۱۰۵. سپس آن را در ←

$$۱۰۰\times\left[۸۴\times\frac{۱۲۵}{۱۰۰}\right]=$$
$$۱۰۰\times\left[۸۴\times\frac{۲۵+۱۰۰}{۱۰۰}\right]=$$
$$۱۰۰\times\left[۸۴\times\left(\frac{۱}{۴}+۱\right)\right]=$$
$$۱۰۰\times(۲۱+۸۴)=$$
$$۱۰۰\times۱۰۵=۱۰۵۰۰$$

این مثال را که ما در اینجا با اعداد نشان داده‌ایم، کرجی در کتاب خود در ضمن بحث از ضرب عددهای صحیح در «باب منه الآخر» آورده است (یعنی نوع دیگری از آن).

آیا این عجیب نیست که در قاعدهٔ ضرب عددهای صحیح از کسر استفاده شده و آن را به عنوان قاعدهٔ مختصر ذکر کرده است؟ به هر حال در باب اول این کتاب بیان قاعدهٔ ضرب عدد کسری در عدد صحیح و حتی تفریق عدد کسری از عدد دیگر و امثال آن ذکر شده است.

از جمله کرجی حاصل ضرب ۷۵۰ × ۲۵۰۰ را چنین بیان می‌کند: ۲۵۰۰ دو برابر و نیم ۱۰۰۰ و ۷۵۰ هفت برابر و نیم ۱۰۰ است. یعنی:

$$\frac{۲۵۰۰}{۱۰۰۰}=۲\frac{۱}{۲}\quad\text{و}\quad\frac{۷۵۰}{۱۰۰}=۷\frac{۱}{۲}$$
$$۱۰۰۰\times۱۰۰\times\left(\frac{۷۵۰}{۱۰۰}\times\frac{۲۵۰۰}{۱۰۰۰}\right)=$$
$$۱۰۰۰۰۰\times\left(۷\frac{۱}{۲}\times۲\frac{۱}{۲}\right)=$$
$$۱۰۰۰۰۰۰\times\left[\left(\frac{۱}{۲}\times\frac{۱}{۲}\right)+\left(۷\times\frac{۱}{۲}\right)+\left(\frac{۱}{۲}\times۲\right)+(۷\times۲)\right]=$$
$$۱۰۰۰۰۰\times\left(\frac{۱}{۴}+۳\frac{۱}{۲}+۱+۱۴\right)=۱۰۰۰۰۰\times\left(\frac{۱}{۴}+\frac{۱}{۲}+۱۸\right)$$
$$۱۰۰۰۰۰\times۱۸=۱۸۰۰۰۰۰$$
$$۱۰۰۰۰۰\times\frac{۱}{۲}=۵۰۰۰۰$$
$$۱۰۰۰۰۰\times\frac{۱}{۴}=۲۵۰۰۰$$
$$۱۸۰۰۰۰۰+۵۰۰۰۰+۲۵۰۰۰=۱۸۷۵۰۰۰$$

حال باید پرسید، آیا ضرب کردن عدد ۲۵۰۰ در ۷۵۰ آسانتر است یا ضرب کسرهایی مانند $۲\frac{۱}{۲}$ در $۷\frac{۱}{۲}$؟

→
۱۰۰ ضرب می‌کنیم.

میراث علمی اسلام و ایران

از جنبهٔ حساب بی‌شک اولی بهتر است، اما از نظر کرجی راه حل دوم آسان‌تر است و البته حق هم با اوست. چون اگر این دو عدد را بر روی تخته یا کاغذ با ارقام هندی بنویسیم طبعاً عمل راحتی است، ولی برای کسانی که با محاسبهٔ ذهنی کسرها آشنایی دارند روش دوم آسان‌تر خواهد بود.

با این حال حتی برای کسی که با محاسبهٔ ذهنی کسرها آشناست بـه دسـت آوردن ۲/۵ برابـر ۷/۵ سخت است. چون دو برابر ۷ می‌شود ۱۴ و نصف ۷ هم می‌شود ۳/۵، دو برابر نیم می‌شود ۱ و نصف نـیم هم می‌شود $\frac{۱}{۴}$. بنابراین ۲/۵ برابر ۷/۵ می‌شود $۱۸\frac{۳}{۴}$.

بنابراین ۱۸ برابر ۱۰۰۰۰۰ با نصف آن، یعنی ۵۰۰۰۰ و ربع آن ۲۵۰۰ می‌شود ۱۸۷۵۰۰۰.

از مجموع این ارزیابی‌ها می‌توان نتیجه گرفت کرجی الکافی را برای عموم ننوشته است، حال آن که در مقدمه می‌گوید آن را به خواهش استاد جلیل ابوالحسین احمد ابن علی بستی برای استفادهٔ عامهٔ مردم تألیف کرده است. ولی در کتاب هیچ بحثی از عمل‌های جمع و تفریق دیده نمی‌شود و معلوم نیست چـرا کرجی کتاب را با بیان عمل ضرب آغاز کرده است. نیز چگونه اسـت کـه بـدون هـیچ ذکـری از تقسـیم (تقسیم به عدد کوچک‌تر) تنها از نسبت (تقسیم به عدد بزرگ‌تر) سخن گفتـه، کـه دشـوارتر اسـت؟ آیـا دانستن اصول جمع و تفریق ذهنی مسلم فرض شده یا بیان آنها ضروری دانسته نشده اسـت؟ پاسـخ بـه این پرسش‌ها آسان نیست.

تنها کرجی نیست که در چنین کتابی از جمع، تفریق، تضعیف و تنصیف بحث نکرده است. عمادالدین عبدالله ابن خوام از ریاضیدانان سدهٔ ششم هم در فوائد البهائیه همین روش را دنبال کرده است. او حتـی از این هم فراتر رفته و پس از تعریف علم حساب و موضوع آن، اصول علم حساب را سه تا دانسته اسـت که عبارت باشد از ضرب، قسمت و نسبت. آنگاه به بیان ضرب[۷] پرداخته است.

خلاصه آن که در حساب هوایی از جمع و تفریق ذکری نمی‌شـود، زیـرا در آن همـهٔ عملیـات جمـع، تفریق، تضعیف و تنصیف به صورت ذهنی انجام می‌گیرد و تنها ضرب و تقسیم اعداد است که با تفصـیل زیاد بیان می‌شود.

حتی پیشینیان به آثاری که در آنها از حساب ذهنی بحث شده بود «کتاب الجمع و التفریق» می‌گفتند. مثلاً ابو کامل شجاع ابن اسلم از معاصران خوارزمی و سنان ابن فتح حرانی و احمد بن محمـد حاسـب از

---

[۷] کمال‌الدین حسن فارسی در شرح این کتاب به نام اساس القواعد فی شرح اصول الفوائد می‌گوید:

منظور مصنف کتاب از اصول مسائل، مقدمات و چگونگی جمع و تفریق و مقدماتی نیست که کودکان هم می‌داننـد و با اینکه عدد را خوب نمی‌شناسند جمع و تفریق برایشان دشوار نیست، در حـالی کـه بـرای فضـلا حتـی ضـرب عددهای کوچک هم خالی از دشواری نیست.

او به این ترتیب کار کرجی را توجیه می‌کند و به اعتراض‌ها پاسخ می‌گوید. ولی یحیی ابن احمد کاشانی از ریاضـیدانان سـدهٔ هشتم هجری در شرح دیگری بر کتاب کرجی، تحت عنوان ایضـاح المقاصـد لفرائـد القواعـد جمـع و تفریـق را در شـمار مقدمات نمی‌داند و می‌نویسد:

اگر فضلا بخواهند در بسیاری موارد عددها را جمع یا تفریق کنند، باید آنها را بر روی تخت ثبت و سپس عمل کنند و قادر به جمع یا تفریق آنها به صورت نوشتاری یا ذهنی نیستند.

ریاضیدانان سدهٔ سوم هجری در کتاب‌های جمع و تفریق از اصول اجرای ذهنی این عملیات گفتگو کرده اند، ولی البته مطالبشان منحصر به آنها نیست. در کتاب‌هایی که تحت عنوان «کتاب التخت فی الحساب الهندی» تألیف شده‌اند، اجرای عملیات محاسبه با ارقام هندی توضیح داده شده است.

باید توجه داشت که در کتاب‌های مربوط به این هر دو نوع حساب، اسامی اعداد بـه کـار بـرده شـده است و نه ارقام نمایش دهندهٔ آنها و در جریان عمل اعداد به وسیلهٔ کلمات بیان شده اسـت. بنـابراین در کتاب‌های مربوط به حساب بالتخت و حساب هندی جدولی هـم شـامل نمـایش اعـداد هنـدی ضـمیمه می‌شده است.

همچنان که علی بن احمد نَسَوی از معاصران کرجی در کتاب المُقنِع در باب حسـاب هنـدی اعمـال حساب را با کلمات بیان کرده و تنها نحوهٔ اجرای این عمل‌ها را با ارقام هندی هم نشان داده است. مؤلف در بحث از حساب وضعی پس ازنشان دادن شیوهٔ عددنویسی، جمع، تفریق، ضرب و تقسیم اعداد صحیح، اعدادکسری و مرکب را بیان و برای هر کدام مثالی ذکر کرده است.

علت بهره‌گیری از کلمات به جای ارقام در کتاب‌های مربوط بـه حسـاب هـوایی، حسـاب تخـت یـا حساب هندی ظاهراً چنین بوده است. ثبت اعداد جبری دور و دراز در متن نوشتاری این کتاب‌هـا سـخت دشوار بود و اغلب موجب خلط و اشتباه می‌شد. حتی در کتاب‌های حساب غبار هم وجود جدولی در خارج از متن، که اعداد را نشان دهد، ضرورت یافته است

از این رو در کتاب‌های مربوط به حساب هندی تنها به یک بار نشان دادن شکل عددها اکتفا می‌شـد و در موارد دیگر به جای اعداد، کلمات به کار می‌رفت.

کرجی کتاب الکافی را دربارهٔ حساب هوایی که در زمان او در عراق متداول بود نوشـته اسـت. در آن هنگام از شناخته شدن حساب هندی در آن سرزمین بیش از دو سده می‌گذشـت. بـا ایـن حـال او هـیچ عددی در کتابش به کار نبرده و هیچ اشاره‌ای هم به آنها نکرده است.

آیا کرجی اعداد هندی را نمی‌شناخت؟ یا به گفتهٔ خاورشناسان می‌خواست روش کهن یونـانی را احیـا کند که فاقد صفر و ترتیب موضعی بود و به جای عدد در آن از حروف استفاه می‌شد؟

همچنان که در ابتدا گفته شد بی‌اطلاعی مؤلف آثاری چون الفخری و البدیع از حسـاب هنـدی بعیـد است. زیرا بیشتر مطالب کتاب جبر او هیچ ارتباطی با ریاضیات یونانی ندارد و تنها در یک مـورد، آن هـم به خاطر شهرتش از دیوفانتوس نام می‌برد و جز این نسبت به کارهای یونانی توجهی نشـان نمی‌دهـد. از این گذشته، در آن کتاب به جای کلمات اعداد به کار برده است.

به این ترتیب هر دو فرضیه دچار اشکال می‌شود. پس باید گفت کرجی کتاب الکافی را بـرای عمـوم نوشته است و هدفش حل مشکلات محاسباتی آنـان در جریـان معاملاتشـان بـود. در ایـن مـورد جـای تردیدی نیست، چون او خود در مقدمهٔ کتابش این را تصریح کرده است. ولی منظور کرجی از مردم همـهٔ افراد نیست، بلکه کسانی است که با معاملات، خرید و فروش، اجاره و سود و زیان سر و کار دارنـد. ایـن گونه افراد به خاطر مسلمان بودنشان کم و بیش عربی می‌دانستند و اندک سوادی هم داشتند و دست کم

قادر به خواندن بودند.[۸]

بازاریان عرب در آن زمان محاسباتشان را به کمک انگشتان انجام می‌دادند و با کسرهای نه‌گانه آشنایی داشتند[۹] و برایشان واژه‌هایی وضع کرده بودند. رواج این کسرها در میان آنان به حدی بود که بعدها مانع ترویج کسرهای هندی می‌شد.

چون، همان گونه که گفته شد، کسرهای رایج و ترکیباتشان را نامگذاری کرده بودند در مورد عددهای صحیح نیز نام آنها را به کار می‌بردند.

اینک می‌توان دریافت کتابی که چگونگی جمع، تقریق و ضرب عددی با عدد دیگر، یا محاسبهٔ نصف، ثلث، ربع، ... عدد معینی را در ذهن برای مردم توضیح دهد، باید چگونه کتابی باشد.

چون بیشتر این افراد قادر به نوشتن نبودند محاسبه با دستگاهی که از ده علامت یا ترکیبات آنها به وجود آمده بود برای ثبت اعداد و کسرها بسیار دشوار می‌نمود.

در این حالت برای اینان جمع، تفریق، ضرب و محاسبهٔ کسرهای نه‌گانه به طور ذهنی بسیار ضروری بود.

کرجی کتاب الکافی را برای چنین منظوری تألیف کرده است. او کارش را با ضرب و تقسیم ذهنی عددهای صحیح آغاز و برای این دو عمل مهم و دشوار حساب قاعده‌های ضرب و تقسیم را بیان می‌کند، سپس کمی دربارهٔ کسرها و عمل‌هایی مانند اربعهٔ متناسبه و حساب خطأین توضیح می‌دهد و سرانجام اطلاعاتی دربارهٔ به دست آوردن مساحت برخی شکل‌های هندسی و نمونه‌هایی از برخی مسئله‌های مورد بحث در تجارت را می‌آورد.

فصلی هم به مسئله‌های ششگانهٔ جبر اختصاص یافته است. ولی برهان‌هایی که برای توضیح قواعد آورده پیوسته از مسئله‌های دشوار انتخاب شده است.

[۸] منظورم توانایی نوشتن نیست، بلکه بیشتر قادر به خواندن بودند.

[۹] این موضوع ظاهراً از لحاظ گفتاری بی‌اهمیت، برای حساب ذهنی اهمیت بسیار زیادی داشت. چون هر قومی که دارای نام‌هایی برای چنین اجزایی از کسر بود بهره گیری ممتدشان از این کسرها را نشان می‌داد و حاکی از یک ضرورت فنی جدید نبود که ناگهان به وجود آمده باشد، بلکه این نامها در جریان طولانی معاملات پدید آمده است. (توضیح مترجم: در زبان فارسی هم برای برخی کسرهای واحد واژه‌هایی همچون نیم، دانگ و تسوج وجود دارد.)