مقاله

یادداشتی بر سه قضیهٔ مکانیک کوهی و پیامدهای آن*

ژ. سزیانو[۱]
ترجمهٔ رضا علی‌اکبرپور[۲]

۱- مقدمه

یکی از نام آورترین اندیشمندان مسلمان قرن چهارم هجری بی شک ابو سهل بیژن ابن رستم کوهی، اهل طبرستان، است که از سوی شرف الدوله سرپرست گروهی از ستاره شناسان شد که در سال ۳۷۸ق، مأمور انجام رصد در بغداد بودند. اما آوازه‌اش بیشتر به خاطر نقش او در توسعهٔ ریاضیات محض است. عمرخیام او را در زمرهٔ «فضلای ریاضی عراق» معرفی می‌کند، و انتشار برخی از آثار او در عصر ما بر شهرتش افزوده است.[i]

در میان ستاره‌شناسان یاد شده در بالا، ابو اسحاق ابراهیم صابی هم حضور داشت که مطابق نامش از فرقهٔ دینی صابئین بود. چند اثر ادبی از وی به جا مانده است[ii]؛ اما آنچه از نوشته‌های علمی او به ما رسیده بسیار کم و تنها شامل دو نامه از او خطاب به کوهی است که به همراه پاسخ‌های کوهی حفظ شده‌اند[iii].

این مکاتبه میان دو اندیشمند بی فایده نبوده است، زیرا نخست آنکه رابطهٔ فرهیختگان از طریق نامه همواره برای مطالعهٔ فعالیت فکری و دلایل آن در یک دورهٔ خاص بسیار سودمند بوده است، به‌ویژه آنکه، نامه‌های یاد شده دربارهٔ بخش کمتر شناخته شدهٔ پژوهش‌های کوهی اطلاعاتی می‌دهد، یعنی آن پژوهش‌هایی که به مکانیک، یا به عبارت دقیق تر به تعیین مرکزهای ثقل (گرانیگاه‌ها)، مربوط می‌شود.

رسالهٔ کوهی درباب مرکزهای ثقل در واقع پیدا نشده است (شاید روزی پیدا شود). با این حال وجود آن به اندازه‌ای مورد گواهی قرار گرفته که بتوان یقین حاصل کرد که این رساله نه تنها واقعا تدوین یافته

---

* *Centaurus,* 1979, vol. 22, no. 4, pp. 281-297.
[1] J. Sesiano

[۲] دکترای زبان و ادبیات فرانسوی (دانشگاه تهران)، Reza5071@hotmail.com.

بلکه از منزلت بالایی نیز برخوردار بوده است. دانشنامهٔ انصاری[۳] در معرفی رساله‌ای با همان موضوع از ابن هیثم در پی‌نوشتی که به علم مراکز ثقل اختصاص دارد به رسالهٔ کوهی اشاره می‌کند. اما دقیق‌تر از آن، که در عین‌حال کمک کمتری می‌کند، اطلاعاتی است که خازنی که اصلش از روم (ترکیهٔ کنونی) بود و در اوایل قرن ششم هجری در خراسان می‌زیسته است، می‌دهد. او در ابتدای نوشته‌اش با عنوان کتاب در باب میزان الحکمة گزاره‌هایی شامل حدود پنجاه مسئله دربارهٔ مرکزهای ثقل را نقل می‌کند که از آثار کوهی و ابن هیثم بدون تفکیک آورده است. فقط می‌توانیم اشاره کنیم که همهٔ این قضیه‌ها جنبه‌های عمومی دارند.

نامه‌نگاری میان کوهی و صابی نکات بسیار دقیقی دربارهٔ رسالهٔ کوهی به دست می‌دهد. این مکاتبات پیش از هر چیز نشان می‌دهد که متن کامل کتاب (که در زمان نامه نگاری‌ها هنوز به اتمام نرسیده بود) باید مبسوط بوده باشد. کوهی می‌گوید چیزی نمانده است که «شش مقالهٔ پیاپی» به پایان برسد، از جمله دو رساله که در بغداد و چهار مقاله که در بصره نوشته شده است (کوهی به هنگام مکاتباتش در بصره اقامت داشت). مقاله‌های دیگری باید به آنها افزوده می‌شد، که یکی از آنها (مقالهٔ هفتم) از نظر حجم و کیفیت از بقیه برتر بود.

بی‌شک تهیهٔ رساله‌ای با این اهمیت کاری نفسگیر بوده است، و تعجب آور نیست که در مدت تصنیف آن، کوهی به مطالعهٔ موضوع‌هایی کشیده شده که هر چند با مکانیک مرتبط نبودند، اما حداقل با قضیه‌هایی که وی به اثبات می‌رساند ارتباط داشتند. رسالهٔ سنجش سهمی گون [رسالة فی استخراج مساحة المجسّم المکافئ] او، بنا بر مقدمه‌اش، دارای چنین منشائی است. مطالعهٔ مختصرتر وی (که فقط از یک گزاره تشکیل شده) نیز منشأ مشابهی دارد و از سه قضیهٔ مطروحه در چهار مقالهٔ نوشته شده در بصره گرفته شده است. اولین نامه از دو نامهٔ کوهی تا به امروز حفظ شده است.[۴]

۲- لم‌های سه‌گانهٔ کوهی

کوهی در نامه نگاری خود به اثبات سه قضیهٔ فوق الذکر نمی‌پردازد، بلکه تنها صورت آنها را بیان می‌کند[iv]؛ این قضیه‌ها فقط نقشی کمکی ایفا می‌کنند و به همین دلیل کوهی آنها را مقدمات می‌نامد. این سه لم به شرح زیر هستند.

---

[۳] منظور مقامات فلسفیه از شمس‌الدین محمد بن أبی‌طالب انصاری دمشقی (۶۵۴–۷۲۷ ق) است. – ویراستار.

[۴] یادداشت ویراستار (از زندگینامهٔ ریاضیدانان دورهٔ اسلامی اثر ابوالقاسم قربانی، ص۴۲۸):

دو نامه از ابواسحاق صابی به ابوسهل کوهی که یکی از آنها مربوط به مرکز ثقل قطعهٔ دایره است و جواب کوهی به آن نامه‌ها در کتابخانهٔ سلیمانیه (ترکیه) مجموعهٔ ایاصوفیا موجود است (Sezgin, *Geschichte des arabischen Schriftums*, Band V Mathematik, 1974, p. 320, n. 23-24). فیلم این نامه‌ها و جواب آنها در کتابخانهٔ مرکزی دانشگاه تهران هست (فهرست میکروفیلم‌ها، ج۱، ص ۴۶۹، ش ۲۵،۲۴،۲۳). متن عربی و ترجمه و تفسیر این نامه‌ها به زبان انگلیسی در مجلهٔ تاریخ العلوم العربیة، ج۷، سال ۱۹۸۳م، ص ۱۰۳–۱۲۹ (عربی) و ۳۹–۹۷ (انگلیسی) به چاپ رسیده است.

لم ۱: اگر ξ فاصلهٔ بین مرکز یک نیم دایره و مرکز ثقل آن باشد، داریم:

$$\xi : r = ۳ : ۷$$

لم ۲: اگر دو دایرهٔ هم‌مرکز با شعاع‌های $r_۱$ و $r_۲$ داشته باشیم، چنان که $r_۱ : r_۲ = ۳ : ۲$ و دو کمان مشابه از آنها جدا کنیم و اگر $\xi_۱$ فاصلهٔ مرکز ثقل قطاع دایرهٔ بزرگ از مرکز مشترک و $\xi_۲$ فاصلهٔ مرکز ثقل کمان دایرهٔ کوچک از مرکز باشد، آنگاه:

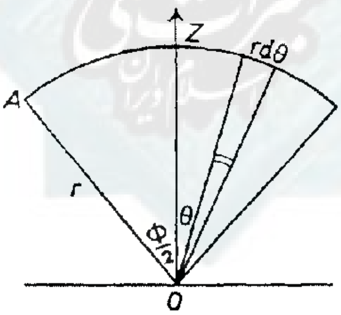
$$\xi_۱ = \xi_۲$$

لم ۳: نسبت یک کمان به وتر آن برابر است با نسبت شعاع به فاصلهٔ میان مرکز و مرکز ثقل کمان.

حال این سه قضیه را می‌آزماییم.

ابتدا (شکل ۱) قطاع OAB از دایره با زاویهٔ φ را در نظر بگیریم و بخشی بی نهایت کوچک از این برش را تصور کنیم که دارای زاویهٔ θ است. می‌دانیم مثلثی که بدین نحو تشکیل یافته دارای قاعدهٔ $rd\theta$ و ارتفاع r و مرکز ثقل آن در فاصلهٔ $\frac{۲}{۳}r$ از راس است. بنابراین $z = \frac{۲}{۳}r\cos\theta$. پس ارتفاع مرکز ثقل از کل قطاع برابر خواهد بود با:

$$\xi_۱ = \frac{۲}{\varphi r^۲}\int_{-\frac{\varphi}{2}}^{+\frac{\varphi}{2}} \frac{۲}{۳} r\cos\theta \cdot \frac{۱}{۲} r^۲ d\theta = \frac{۲}{۳}\frac{r.\sin\frac{\varphi}{۲}}{\frac{\varphi}{۲}}$$



شکل ۱

به ویژه، اگر $\varphi = \pi$ باشد، برای ارتفاع مرکز ثقل از نیم دایره خواهیم داشت: $\xi_1(\pi) = \frac{۴r}{۳\pi}$.

از اینجا معلوم می‌شود که اولین حکم کوهی نادرست است، چرا که به رابطهٔ $\frac{۴}{۳\pi} = \frac{۳}{۷}$ و سپس $\pi = ۳\frac{۱}{۹}$ می‌انجامد.

حال قطاع OAB را به کنار نهیم و $\widehat{AB}$ را در نظر بگیریم. از آنجا که مرکز ثقل یک بخش از کمان $rd\theta$ در ارتفاع $z = r\cos\theta$ خواهد بود، ارتفاع مرکز ثقل کل کمان چنین به دست می‌آید:

$$\xi_2 = \frac{1}{r\varphi}\int_{-\frac{\varphi}{2}}^{+\frac{\varphi}{2}} r\cos\theta \cdot \mathrm{r}\, d\theta = \frac{r.\sin\frac{\varphi}{2}}{\frac{\varphi}{2}}$$

از دو معادلهٔ به دست آمده برای محاسبهٔ ارتفاع گرانیگاه قطاع و کمان، برای دو کمان که دارای یک زاویه باشند و شعاع آنها از رابطهٔ $r_1 : r_2 = 3 : 2$ پیروی کند، خواهیم داشت:

$$\xi_1 : \xi_2 = \frac{2}{3} r_1 : r_2 = 1$$

بنابراین دومین لم کوهی به اثبات می‌رسد.[v]

و سرانجام اینکه، وتر دربرگیرندهٔ کمانی به طول $r\varphi$ خود طولی برابر با $2r\sin\frac{\varphi}{2}$ دارد، پس نسبت طول هر کمان به وتر آن برابر خواهد بود با:

$$r\varphi : 2r\sin\frac{\varphi}{2} = r\frac{\varphi}{2} : r\sin\frac{\varphi}{2} = r : \xi_2$$

و بدین ترتیب سومین لم کوهی اثبات می‌شود.

۳- منشأ لم اول

از مکاتبات کوهی می‌توانیم به منشأ یکی از سه لم، یعنی لم اول که نادرست است، پی‌ببریم.

کوهی از پیشینیان خود سه رابطهٔ حجمی زیر را فراگرفته بود:

- چنان که پیشینیان نشان داده‌اند، [حجم] مخروط برابر است با یک سوم [حجم] استوانه‌ای با همان قاعده و ارتفاع[vi]؛
- چنان که ثابت بن قره اثبات کرده است، [حجم] سهمی‌گون دوار با قاعدهٔ مستدیر برابر است با نصف [حجم] استوانهٔ دارای همان قاعده و ارتفاع؛
- چنان که ارشمیدس[vii] اثبات کرده است، حجم کره برابر است با دو سوم حجم استوانه‌ای که قاعدهٔ آن، دایرهٔ بزرگ کره و ارتفاعش، قطر همان کره است؛

به نظر می‌رسد که توالی این نسبت‌ها ($\frac{1}{3}$، $\frac{1}{2}$ و $\frac{2}{3}$) شگفتی کوهی را برانگیخته است، چراکه وی می‌گوید نظم طبیعی شگفت‌انگیزی را نسبت به لم‌های قبلی کشف کرده که مربوط است به مرکز ثقل سه حجم فضایی دوار و سطوحی که ایجاد می‌کنند. این نظم طبیعی، که نسبت‌های موجود بین ارتفاع‌های مختلف مرکزهای ثقل (بالای قاعده و بر محور ثقل) و ارتفاع شکل‌های مورد نظر را به هم پیوند می‌دهد، از اعداد زیر به دست می‌آید:

شکل‌های فضایی:

مخروط	۱ : ۴
سهمی‌گون	۲ : ۶
نیم‌کره	۳ : ۸

شکل‌های مسطح:

مثلث	۱ : ۳
سهمی	۲ : ۵
نیم‌دایره	۳ : ۷

پنج نسبت نخست که بعدها کوهی می‌گوید آنها را از طریق هندسی به اثبات رسانده، همگی درستند؛ اما در خصوص آخرین نسبت باید گفت که همان لم اول است که پیش‌تر درباره‌اش سخن گفتیم. البته هرچند پنج نتیجهٔ درست و همچنین شکل صحیح رابطهٔ ششم قبلا نیز در نزد ارشمیدس شناخته شده بودند، اما به نظر می‌رسد آثاری از این دانشمند اهل سیراکیوز که شامل اثبات قضایاست هنوز به دست مسلمانان نرسیده بود.[viii]

پس همه چیز حاکی از آن است که کوهی پس از اثبات و بررسی پنج رابطه از شش رابطه، رابطهٔ ششم را فقط از طریق استقراء علمی پذیرفته است. این اولین نمونه از سهل‌انگاری کوهی محسوب می‌شود. اما این تنها مورد نیست و نحوهٔ کاربرد لم‌های سه‌گانه توسط وی نیز این موضوع را نشان می‌دهد.

۴- پیامد نادرستی لم اول

پیش از این بیان کردیم که پژوهش‌های کوهی در مکانیک وی را حداقل دو بار به تغییر رشته واداشته است. بار نخست برای نوشتن رسالهٔ اندازه‌گیری سهمی‌گون، و بار دوم برای اثبات گزاره‌ای که به لم‌های سه‌گانه بستگی دارد. هرچند این دو نوشته در یک مقطع زمانی و در شرایط یکسانی نگارش یافته‌اند، اما چه شکاف ژرفی میان آن دو دیده می‌شود! در حالی که سهمی‌گون یکی از کارهایی است که بیشترین نقش را در شهرت کوهی داشته است، شهرتی که نه تنها در گذشته بلکه در زمان حال نیز از آن برخوردار است، گزارهٔ او نشان می‌دهد زمانی که واقعیت‌های علمی با عقاید شخصی در آمیزد و به آنها ارزش علمی یکسانی داده شود، کار به کجا ختم می‌شود. برای اطمینان، کافی است نتایج بیهودهٔ به دست آمده در برخی شاخه‌های دانش را که علمی و روزآمد تلقی می‌شوند، بررسی کنیم. کوهی نیز در این باره تجربهٔ تلخی دارد: او به چیزی نمی‌رسد مگر این نتیجه گیری که نسبت محیط دایره به قطر آن برابر با نسبت عدد (صحیح) به عدد (صحیح) است، به عبارت دیگر، π کمیتی گویاست.

این نتیجه‌گیری شگفت‌انگیز باعث شد که صاحب آن به اندازهٔ پانزده قرن به عقب برگردد. زیرا پیش

از این، فیثاغورسیان نسبت به ممکن بودن تربیع دایره[۵] شـک کـرده بودنـد. بعـدها هـم بقـراط خیوسـی توانست ثابت کند برخی شکل‌های منحنی‌الخط، یعنی هلالی‌شکل، در برخی موارد قابل تربیع هستند اما در سایر موارد چنین نیست: او سه حالت (از پنج حالت تحقق‌پذیر) بـرای امکـان اول و یـک مثـال بـرای امکان دوم را نشان داد که در آن تربیع هلال به تربیع دایره منجر می‌شود. اما مقدار گویـای عـدد π کـه کوهی پیدا کرد، یعنی $۳\frac{۱}{۹}$، حتی بدتر از برخی تقریب‌هایی بود که قبلاً دانشمندان بین‌النهرین و مصر بـه کار برده بودند. از سوی دیگر، این رقم از حدهایی که ارشـمیدس در رسـالهٔ تکسـیر دایـره [انـدازه‌گیری دایره]، یعنی $۳\frac{۱۰}{۷۱}$ و $۳\frac{۱}{۷}$، مشخص کرده بود بیرون بود. حال خواهیم دید چگونه کوهی به این عدد دست یافت و چرا به حدهایی که ارشمیدس وضع کرد بی‌توجهی کرد، هرچند که وی را می‌شناخت.

اثبات قضیهٔ کوهی به صورت زیر است[ix]:

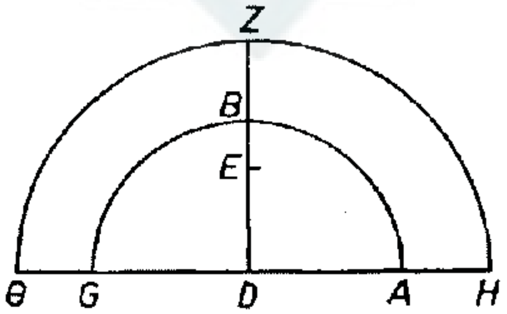
داریم (شکل ۲):

نیم دایرهٔ ABG به مرکز D

$DB \perp AG$

E مرکز ثقل $\widehat{ABG}$ است.

می دانیم که $\widehat{ABG} : AG = DB : DE$، زیرا قبلاً آن را برای تمامی قطاع‌های دایره نشان دادیم (لم ۳). فرض کنیم که $DZ : DB = ۳:۲$، و نیم دایرهٔ $HZ\Theta$ به مرکز D را رسم می‌کنیم؛ آنگاه بنا بـر آنچـه قبلاً گفتیم (لم ۲)، E مرکز ثقل سطح نیم دایرهٔ $HZ\Theta$ نیز خواهد بود.



شکل ۲

[۵] یعنی یافتن ضلع مربعی که مساحتش با مساحت دایره برابر و ضلعش نسبت به شعاع دایره گویا (متوافق) باشد. این مسـئله در کنـار دو مسئلهٔ دیگر با عنوان تثلیث زاویه و تضعیف مکعب، سه مسئلهٔ مشهور هندسهٔ عالی در یونان باستان بودند. دانشـمندان دورهٔ اسـلامی هم دربارهٔ آنها پژوهش کردند. – ویراستار.

از آنجا که:

$$\frac{DB}{DE}=\frac{\widehat{ABG}}{AG}=\frac{\frac{۱}{۲}\widehat{ABG}}{\frac{۱}{۲}AG}=\frac{\widehat{BG}}{DB};$$

خواهیم داشت:

$$\widehat{BG}\cdot DE=DB^{۲};$$

پس:

$$\frac{DZ^{۲}}{DB^{۲}}=\frac{DZ^{۲}}{\widehat{BG}\cdot DE}=\left(\frac{۳}{۲}\right)^{۲}=\frac{۹}{۴}.$$

اما (لم ۱):

$$\frac{\widehat{BG}\cdot DE}{\widehat{BG}\cdot DZ}\left(\equiv\frac{DE}{DZ}\right)=\frac{۳}{۷}=\frac{۴}{۹\frac{۱}{۳}};$$

پس (بر اساس دو تساوی اخیر):

$$\frac{DZ^{۲}}{\widehat{BG}\cdot DZ}=\frac{۹}{۹\frac{۱}{۳}}$$

از سوی دیگر،

$$\frac{BG\cdot DZ}{Z\Theta\cdot DZ}\equiv\frac{\widehat{BG}}{\widehat{Z\Theta}}=\frac{DB}{DZ}=\frac{۲}{۳}=\frac{۹\frac{۱}{۳}}{۱۴}$$

پس (بر اساس دو تساوی اخیر) این تناسب:

$$\frac{DZ^{۲}}{\widehat{Z\Theta}\cdot DZ}=\frac{DZ}{\widehat{Z\Theta}}=\frac{۹}{۱۴}$$

و از آنجا تناسب زیر برقرار است.

$$\frac{H\Theta}{\widehat{HZ\Theta}}=\frac{۹}{۱۴}$$

بدین ترتیب، نسبت قطر به کل محیط دایره برابر است با نسبت ۹ به ۲۸، که نسبت عدد به عدد است. سپس وی ادامه می‌دهد که محیط دایره مساوی است با سه برابر قطر آن به علاوهٔ یک نهم آن [$\frac{۲۸}{۹}=۳\frac{۱}{۹}$].

کوهی پس از این نتیجه گیری، بی درنگ یادآوری می‌کند که این نتیجه‌گیری با حدهایی که قبلاً ارشمیدس تعیین کرده، ناسازگار است. وی به صابی توضیح می‌دهد که پس از دستیابی به عدد $۳\frac{۱}{۹}$، متوجه شده است که این عدد با حد بیشینهٔ ارشمیدس یعنی $۳\frac{۱۰}{۷۰}$ همخوان است ولی با حد کمینهٔ آن

یعنی $۳\frac{۱۰}{۷۱}$ مطابقت نمی‌کند. پس فرض کرد که متن ارشمیدس در این بخش مخدوش است و باید آن را $۳\frac{۱۰}{۹۱}$ خواند. چنین تغییری از نظر نقد متن کاملا قابل پذیرش است چراکه در زبان عربی اشتباه گرفتن بین ۷۰ و ۹۰ بسیار رایج است[۶]؛ اما وقتی می‌بینیم کوهی برای انطباق متن ارشمیدس با نیازهای خود چقدر بی‌توجهی می‌کند، سردرگم می‌شویم.

کوهی زمانی می‌توانست چنین تغییری را اعمال کند که به آن بخش از کتاب تکسیر دایره که حد بیشینهٔ $۳\frac{۱۰}{۷۱}$ را اثبات می‌کند دسترسی نمی‌داشت. البته می‌دانیم که در آن زمان نسخه‌ای از این کتاب در جهان اسلام رایج بود که دقیقاً فاقد فصل مورد نظر بود: گویا این همان فصلی است که بعدها پلاتوی تیوولیایی به لاتینی برگرداند. پس محتمل به نظر می‌رسد که کوهی چنین نسخه‌ای از کتاب را در اختیار داشته است. به هر حال این کاستی مانع از آن شد که ریاضیدان بداقبال بتواند نادرستی مقدار عددی به دست آمده را دریابد و در نتیجه به نادرستی یکی از لم‌هایش پی ببرد.[۷]

۵- نقد ابوالفتوح

قاعدتاً کشف کوهی با مخالفت‌هایی رو به رو می‌شد، یا دست کم باید ایرادهایی به او وارد می‌کردند. اما گویا چنین نبوده است، چرا که شهرت وی ظاهراً هیچ آسیبی از این اشتباه ندیده است. اما از دو واکنش خبر داریم. یکی از سوی طرف مکاتبهٔ کوهی [ابواسحاق صابی] که از دو نامهٔ وی چنین برمی‌آید که شگفت‌زده شده است ولی ضمن رعایت احترام، بیشتر نسبت به شکل تردید دارد تا محتوا. اما دومین واکنش شناخته شده، بسیار بعدتر انجام گرفت و نشان داد که نوشتهٔ کوهی به بوتهٔ فراموشی سپرده نشده است. این واکنش در واقع قضاوتی است که فردی به نام ابوالفتوح احمد ابن محمد ابن سریّ (ابن صلاح همدانی)[۸] نسبت به کوهی بیان کرده است. می‌دانیم که او اهل همدان بوده و مدت زیادی از زندگی حرفه‌ای خود را در بغداد گذرانده است. همچنین اخباری در دست است که او فیلسوف، ریاضی دان و پزشک بوده است. تنوع موضوع‌های مورد علاقهٔ وی کاملاً در عنوان‌های نقدهای او که به ما رسیده مشهود است.

یکی از این نقدها که مربوط به گزاره‌های کوهی است، به سه بخش تقسیم می‌شود. بخش نخست، که در واقع مقدمه است، بیان می‌کند چگونه ابوالفتوح از لم‌ها و گزارهٔ کوهی آگاهی می‌یابد و نخستین برداشت وی از آنها چگونه است. لحن جملاتی که وی نسبت به کوهی به کار می‌برد بسیار تند است.

[۶] چون در دست‌نوشته‌ها نقطه‌ها را دقیق نمی‌گذاشتند، دو واژهٔ «سبعون» و «تسعون» گاهی با یکدیگر اشتباه گرفته می‌شد. — ویراستار.

[۷] بنگرید به مقالهٔ فان لیت در شمارهٔ ۱۰ مجلهٔ تاریخ علم (تحریر طوسی شامل حدهای مذکور برای πاست):
L.W.C (Eric) van Lit, "Naṣīr al-Dīn al-Ṭūsī's Version of *The Measurement of the Circle* of Archimedes from his Revision of the *Middle Books*", *Tarikh-e Elm*, vol. 10, 2010, pp. 1-42.

[۸] برای اطلاع بیشتر دربارهٔ ابن صلاح همدانی، بنگرید به مقالهٔ «ابن صلاح» در دایرةالمعارف بزرگ اسلامی، ج۴، ۱۳۷۰ش، ص ۱۱۷–۱۲۱. — م.

باید گفت که با توجه به فاصله‌ای حدود صد و پنجاه سال میان آن دو، ابوالفتوح خود را چندان مقید به تکلّفاتی که موجب اعتدال در سخنان صابی شده بود نمی‌دانست؛ به‌ویژه مخدوش بودن متنی که وی در اختیار داشته و در آن لم دوم، که در بالا آمده، نادرست بوده است. اما در بخش دوم از متن انتقاد که کوتاه‌تر است، استدلال کوهی که بر اساس نظریهٔ ارسطو اثبات شده بود، تمام و کمال رد می‌شود. گرچه این قسمت موجب اعتبار دانش ابوالفتوح است، اما ادامهٔ انتقاد وی دارای چنین جایگاهی نیست و اشاره به چند عبارت از آن برای مشخص کردن ویژگی‌های آن کافی است. اکنون ترجمهٔ دو بخش اول که شایستهٔ توجه است عرضه می‌شود.[x]

> شنیدم پیش از این در بغداد، ابوسهل بیژن ابن رستم کوهی نگارندهٔ رساله‌ای بوده است که نشان می‌دهد نسبت قطر به محیط دایره برابر با نسبت ۱ به $۳\frac{۱}{۹}$ است. شگفت زده شدم که این رساله قاعدهٔ ارشمیدس را هیچ می‌انگارد، که نسبت قطر به دایره را برابر با نسبت ۱ به ۳ به علاوهٔ کمتر از ۱۰ بر ۷۰ و بیشتر از ۱۰ بر ۷۱ می‌شمارد و این کلمات هیچ ابهامی در بر ندارند. این امر (برای من) فرصتی شد تا تفسیری بر این رساله (از ارشمیدس) بنویسم و چاره‌ای برای بخش ناهمگون محاسبات که توسط مترجم یونانی نادیده گرفته شده است بیابم.[xi] من (در آن جا) کار ارشمیدس را نقطه به نقطه توضیح داده‌ام و در ابتدای تفسیرم ذکر کرده‌ام که رسالهٔ کوهی را نیازموده‌ام و فکر کرده‌ام که وی کمکی به این موضوع کرده است.
>
> در حالی که زمان بسیاری از این وقایع می‌گذشت و من باید سفری می‌کردم، در شهر همدان با رسالهٔ کوهی مواجه شدم. نامه‌ای بود خطاب به ابواسحاق ابراهیم بن هلال صابی منشی، در پاسخ به پرسشی که این (ابواسحاق) از آن (کوهی) پرسیده بود، چرا که پیش از آن کوهی او را در جریان کشفیات خود قرار داده بود.[xii]
>
> من لم‌های این رساله را که او (کوهی) بدون ادلّهٔ (واقعی) آورده بود، بررسی کردم. در اثبات برخی از آنها به نامه‌ای که او به همین صابی[xiii] نوشته بود و در برخی دیگر به اثر خود او در باب تعیین مرکزهای ثقل ارجاع داده می‌شد. من دریافتم که این لم‌ها، همانند بقیهٔ نامه، چنان ناهمگونند که اغلاط نهفته در آنها (حتی) برای یک هندسه‌دان متوسط پوشیده نمی‌ماند.
>
> در مقابل این امر مردّد بودم و نمی‌دانستم چه چیزی (می توانست) این مرد را وادار به چنین کاری بکند. زیرا (از یک سو) اصلا مطمئن نبودم که او از اشتباه بودن این حکم‌ها بی‌اطلاع باشد، اما (از سوی دیگر) هم مطمئن نبودم که او از اشتباه خبر داشته باشد و بر خلاف ارشمیدس راه اشتباه در پیش گرفته باشد؛ زیرا این شخص حقیقت را با علمی جدی می‌شناخت و آن را بر بی‌منطقی ترجیح می‌داد. از سویی، چگونه شخصی می‌تواند نوشته‌ای تصنیف کند که بعد از او مورد مطالعه قرار می‌گیرد و در طول زمان منتقل می‌شود، در حالی که مبنای آن نادرست است؟

پس از آن که در مقابل این امر دچار تردید شدم، این نظر به ذهنم خطور کرد که آن چه او را به اشتباه کشانده، (برخی از) قضیه‌هایی بود که او در باب مرکزهای ثقل کشف کرده بود، و این قضیه‌های اولیه حاوی خطاهایی بودند که او متوجه آنها نشد و به طرح لم‌های رسالهٔ مورد نظر کشیده شد، و در اثر شور و شوق ناشی از نتایجی که به دست آورده بود، لم‌هایش را دقیقاً نیازمود.

چون اثر وی در خصوص مرکزهای ثقل به طور کامل به دست ما نرسیده است – او تاکید دارد که که این اثر شامل چهار مقاله است در حالی که ما (فقط) دو مقاله از آن را در اختیار داریم[xiv] – و زمانی که من از وجود رسالهٔ مورد نظر آگاهی یافتم هنوز مجموعهٔ اثر جمع آوری نشده بود، من تا آنجا که می‌توانستم اثبات کردم که این لم‌ها در مجموع اشتباهی در خود نهان دارند. در واقع آزمودن تک‌تک لم‌ها و فرضیات مختوم به آنها را به بعد موکول کردم و منتظر ماندم تا إن‌شاء الله کتاب کوهی را به دست آورم.

حال زمان شروع فرا رسیده است. می‌گوییم انتقادی که منجر به رد این نامه در کلیتش می‌شود این است که شیوهٔ اثبات به کار رفته چنان است که پیشین به‌وسیلهٔ پسین، و زبرین به‌وسیلهٔ زیرین، اثبات می‌شود. این با آنچه در آنالوطیقای ثانی ارغنون[9] به ما آموخته شده است تطابق ندارد[xv]. در واقع، هندسه مقدم بر علم مرکزهای ثقل بوده و از آن زبرین‌تر است، و علم مرکزهای ثقل مؤخر بر هندسه بوده و از آن زیرین‌تر است، همچنان که هندسه بر علم مناظر[10] مقدم و از آن زبرین‌تر است و علم حساب[11] که بر علم موسیقی مقدم و از آن زبرین‌تر است. همچنان که اثبات هندسه به‌وسیلهٔ علم مناظر یا اثبات علم حساب به‌وسیلهٔ علم موسیقی ناشدنی است، اثبات هندسه به‌وسیلهٔ علم مرکزهای ثقل نیز هرگز شدنی نیست؛ بلکه به‌عکس، یعنی این (علوم) پسین هستند که به‌وسیلهٔ (علوم) پیشین اثبات می‌شوند و اصول علوم پسین بر اساس علوم پیشین تدوین می‌شود. پیش از این در آنالوطیقای ثانی چرایی و چگونگی این امر نشان داده شده است اما در این باره ما نسبت به او (کوهی) اغماض پیشه می‌کنیم و دلیل (کاستی در استدلال وی) را به این امر نسبت می‌دهیم که او قاعدهٔ یاد شده در بالا را رعایت نکرده و رعایت آن قاعده نیازمند فردی است که در این و آن شاخه از دانش تبحر داشته باشد، منظورم علم منطق و علم ریاضیات است.

در اینجا سومین بخش انتقاد آغاز می‌شود. ابوالفتوح پس از بیان لم‌های سه‌گانهٔ کوهی و بازنویسی کلمه به کلمهٔ اثبات وی، به نقد آنها «از دیدگاه هندسی» می‌پردازد. تمامی این بخش زیاده‌روی است چرا که ابوالفتوح فکر می‌کرد که هر سه لم (و نه فقط لم سوم) به مرکزهای ثقل کمان‌ها مربوط می‌شود. در واقع وجود نقیصه‌ای در نسخه‌ای که وی از نامهٔ کوهی در اختیار داشت موجب ایجاد نظر فوق در وی

---

[9] *Seconds Analytiques de l'Organon*

این بخش از کتاب ارغنون ارسطو به برهان نیز ترجمه شده است.

[10] Optique
[11] Arithmétique

شده بود: این نقیصه عبارت بود از حذف کلمهٔ «سطح» در اثبات لم دوم که مانع از درک این موضوع می‌شد که یک بار کمان و بار دیگر قطاع مورد نظر است، از سوی دیگر، متن مذکور فقط از اینهمانی «مرکز ثقل کمان (دایرهٔ) کوچک و مرکز ثقل (دایرهٔ) بزرگ» سخن می‌گفت. اما حذف آن کلمه ابوالفتوح را تبرئه نمی‌کند، هر چند که علت اشتباه وی را تا حدی توضیح می‌دهد. زیرا وقتی لم دوم باید در اثبات گزاره به کار رود، متن کوهی و نسخه‌ای که در دست ابوالفتوح بوده، به صراحت از سطح (مساحت) بزرگترین نیمدایره از دو نیمدایره سخن به میان می‌آورد (نک: به اثبات شکل ۲ در صفحات قبل).

ابوالفتوح با تفسیر خود از متن بیهوده می‌کوشد تا اشتباه‌هایی راکه این سه لم در پی دارند بیان کند، اما کار او در حکم آب در هاون کوفتن است. او ناسازگاری دو لم از سه لم، ناهمگونی میان گزاره، لم اول و لم سوم (نتیجه‌گیری دو عدد مختلف برای π) و سرانجام نادرستی لم دوم را نشان می‌دهد. کار او منتهی به اثبات این امر می‌شود که اگر فرض کنیم کوهی لم دوم را خوب بیان نکرده و منظور او دو قطاع بوده است، نه کمان‌ها، به نتیجه‌گیری نادرست کشانده خواهیم شد.

ناتوانی ابوالفتوح در درک یا تصحیح متن به‌خوبی نشان می‌دهد که استعداد وی در ریاضیات به چه میزانی بوده است. اما نازل بودن کیفیت نوشتهٔ کوتاه وی امر دیگری را آشکار می‌سازد: این که دو خاصیت صحیح بیان شده توسط کوهی در محیط علمی شناخته شده نبوده، یا این که حداقل در قلمرو دانسته‌های رایج نبوده و این در حالی است که یکی از خواص (لم سوم) اهمیت بسیاری داشته است. در اینجا دو توضیح را می‌توان پیش کشید که یکی خاص است و دیگری عام. اولین توضیح این است که به نظر می‌رسد کتابخانه‌های بغداد در قرن ششم هجری از غنای گذشته‌شان برخوردار نبوده‌اند. چنان که دیدیم، ابوالفتوح از دو اثر کوهی که به دنبالشان بود فقط توانسته بود بخشی از یکی را پیدا کند. دومین توضیح نیز این است که به نظر می‌رسد تعداد اندکی از دانشمندان مسلمان به موضوع تعیین مرکزهای ثقل پرداخته اند. از دوران باستان تنها ملاحظات مقدماتی در کتاب مکانیک اثر هِرون[12] (نک: یادداشت ۸) به دوران‌های بعد انتقال یافته و ابوالفتوح نیز از آن اطلاع داشته است.[xvi] در خصوص آثار اصیل به زبان عربی نیز باید گفت که به نظر می‌رسد قبل از آن که کوهی و ابن هیثم کتاب هایشان را بنویسند (نک: ص ۱ و ۲) هیچ نوشته‌ای در این حوزه سیطره نداشته است. نکته‌ای که صابی به کوهی یادآوری کرده مؤید این برداشت است:

> دربارهٔ این علم، یعنی شناخت مرکزهای ثقل، نه کتاب کاملی به ما رسیده است و نه کارهای رضایت‌بخشی که گذشتگان یا معاصران تصنیف کرده باشند.

بدین ترتیب موضوع دسترسی کوهی به منابع بسیار بغرنج می‌شود. زیرا می‌توانیم از خود بپرسیم که آیا فردی که مقدار π را $3\frac{1}{9}$ محاسبه می‌کند در حدی است که به تنهایی بتواند اثبات قضایایی را که در

---

[12] Héron

اصل مدیون ارشمیدس هستیم به انجام برساند؟ اگر کوهی را همان گونه بدانیم که قبـل از انتشـار ایـن مقاله می‌شناختیم، می‌توانستیم در فرض مذکور تأمل کنیم. مگر آن که تصور کنـیم کـوهی هنگـام کـار روی تربیع دایره فقط قربانی یک گمراهی تصادفی و حتی غافلگیر کننده، شده اسـت. اگـر چنـین باشـد، ابوالفتوح در یک موضوع بر حق بوده است: کوهی در اثر شعف ناشـی از کشـفیات خـود، هـوش از کـف می‌دهد، جز درستی استدلال خود را نمی‌بیند و خودسرانه بودن فرضیه‌اش را فراموش می‌کند.

پیوست

آغاز نقد ابوالفتوح بر کوهی

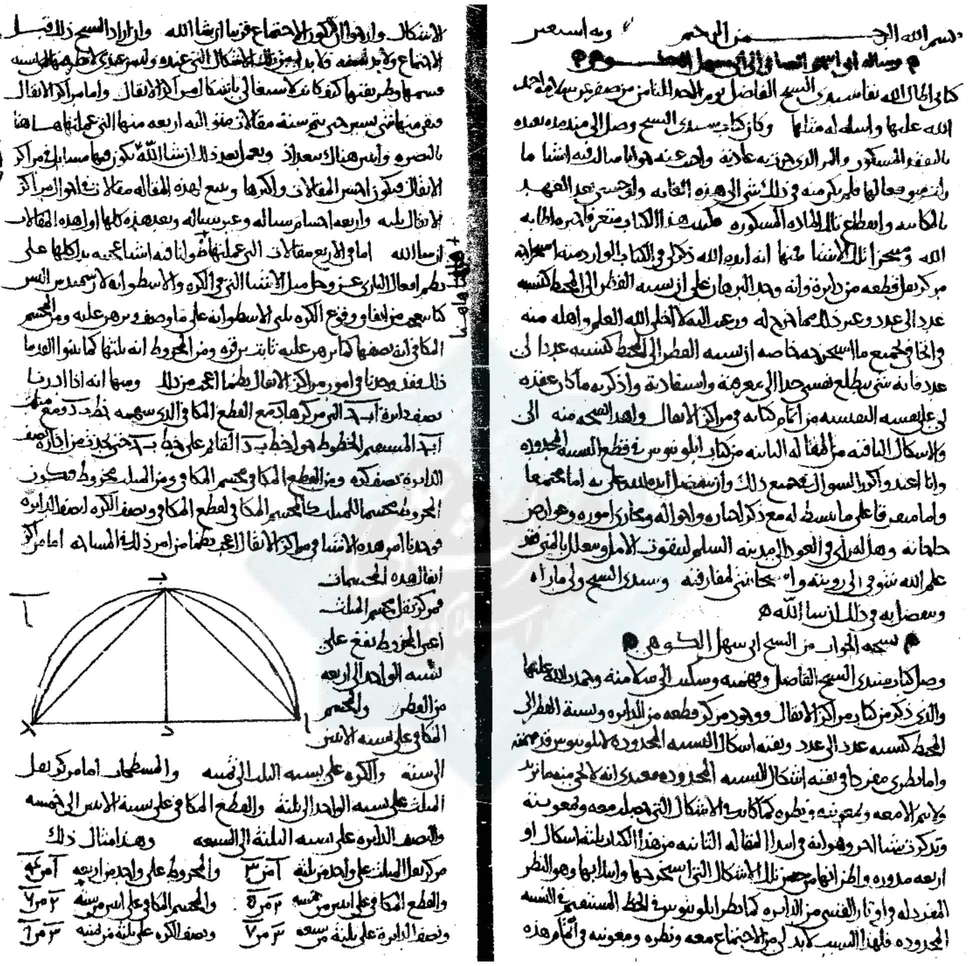
از مجموعهٔ خطی شمارهٔ ۴۸۳۰، ایاصوفیا (استانبول) برگ ۱۵۵.

نامهٔ صابی به کوهی و جواب کوهی به آن[۱۳]

میکروفیلم شمارهٔ ۴۳۷ کتابخانهٔ مرکزی دانشگاه تهران

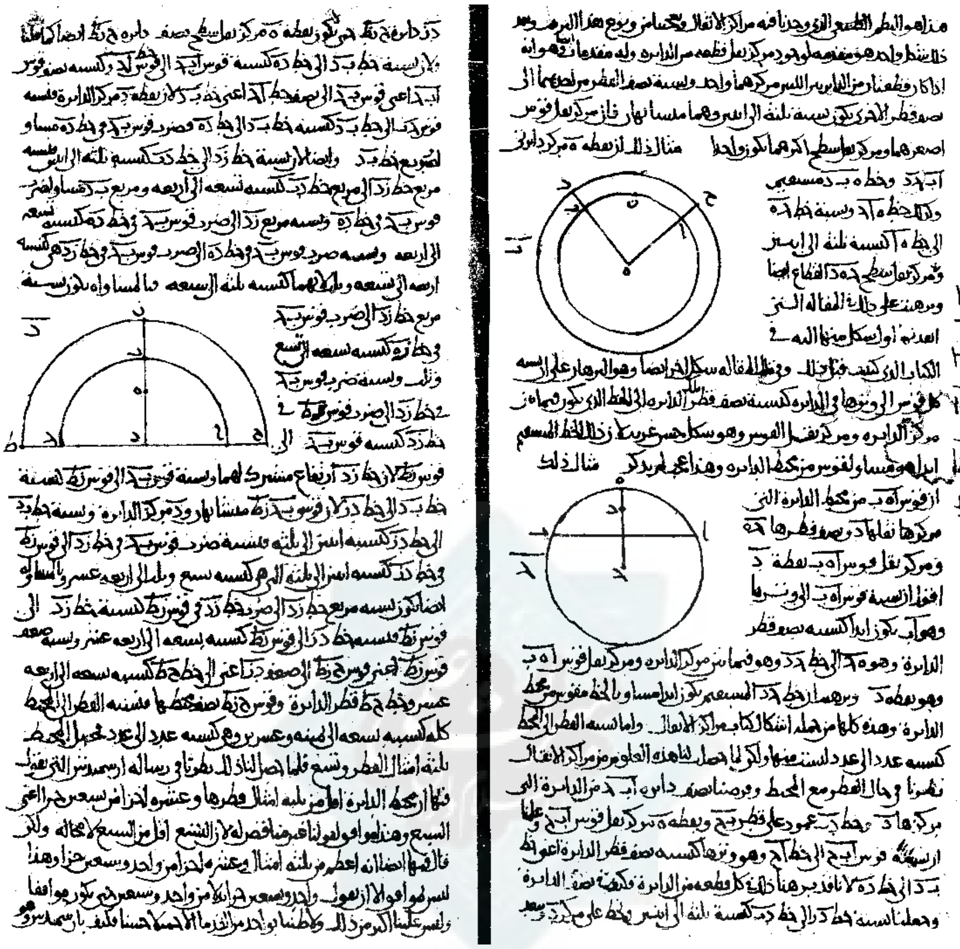
از مجموعهٔ خطی شمارهٔ ۴۸۳۲ ایاصوفیا (استانبول)

سطر ۳-۱۹ نامهٔ صابی و پس از آن جواب کوهی است.

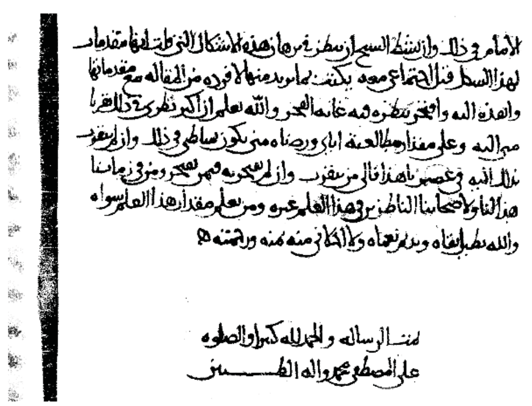


برگ ۱۲۹پ- ۱۳۰ر

[۱۳] تصویر این نسخه توسط میراث علمی افزوده شده است.



برگ ۱۳۰پ - ۱۳۱ر



الامام في ذلك وان شك الشيخ ان يتطرق من هذه الاشكال التي دللت انها مقدمات
لهذا الشكل فليحتاج معه بكتب بما نوردته منها لا فرده من المقاله مع مقدماتها
والهدية اليه والفخر بنظره فيه غاية الفخر والله تعالى اعلم ان اكثر نظري في ذلك قربا
من اليه وعلى مقدار حط العناية اياي ورضاه مني بكون نشاطي في ذلك وان لم يعود
بذلك اليه و عصمنا هذا فالى من يقرب وان لم يشكره فمن يشكر ومن في زماننا
هذا الناي لاصحابنا الناظرين في هذا العلم غيره ومن يعلم مقدار هذا العلم سواه
والله يطيل بقاه ويديم نعماه ولا اخلاني منه منه ورحمته

تمت الرساله والحمد لله كثيرا والصلوه
على المصطفى محمد واله الطاهرين

برگ ۱۳۱پ

کتابشناسی

Archimède: *Opera* (quae graece et latine exstant) *omnia*, ed. et lat. vert. J. L. Heiberg, t. I–II. Lipsiae, 1910–13.

Brockelmann, C.: *Geschichte der arabischen Literatur*, I–II². Leiden, 1943–49. *Supplementbände*, I–III. Leiden, 1937–42.

Clagett, M.: *Archimedes in the Middle Ages* (*I*). Madison, 1964.

Dold, Yvonne: *Al-Qūhī*, in: *Dictionary of Scientific Biography*, t. XI (New York, 1975), pp. 239–241.

Euclide: *Elementa*, ed. et lat. vert. J. L. Heiberg = *Opera omnia*, I–IV. Lipsiae, 1883–1886.

Heath, T. L.: *The Method of Archimedes*. Cambridge, 1912. Inclus dans la nouvelle édition de son *Works of Archimedes*, New York, s.d.

Héron: *Mechanica*, ed. et fr. gall. vert. Carra de Vaux, in: *Journal asiatique*, s. IX, t. 1 & 2 (Paris, 1893), pp. 386–472 resp. 152–269, 420–514.

— edd. et germ. vertt. L. Nix & W. Schmidt = *Heronis alexandrini opera quae supersunt omnia* (praeter *Belopoiica*), II, 1. Lipsiae, 1900.

al-Khayyâmi: *L'Algèbre d'Omar Alkhayyâmî*, par F. Woepcke. Paris, 1851.

al-Khazinī: *Kitāb mīzān al-ḥikma*. Hyderabad-Deccan, A.H. 1359/A.D. 1940.

— "Analysis and Extracts of (...) the Balance of Wisdom," by N. Khanikoff, in: *Journal of the American Oriental Society*, 6 (1860), pp. 1–128.

Krause, M.: "Stambuler Handschriften islamischer Mathematiker," in: *Quellen u. Studien z. Gesch. d. Math., Astron. u. Phys.*, Abt. B, Bd. 3 (1936), H. 4, S. 437–532.

Kunitzsch, P.: "Ibn aṣ-Ṣalāḥ (sc. Abū'l-Futūḥ), Zur Kritik der Koordinatenüberlieferung im Sternkatalog des Almagest" = *Abh.* d. *Akad. d. Wiss. in Göttingen, philol.-hist. Kl.*, 3. F., Nr. 94.

Sezgin, F.: *Geschichte des arabischen Schrifttums*. Bd. V: *Mathematik*. Leiden, 1974.

Suter, H.: *Die Mathematiker und Astronomen der Araber und ihre Werke* = *Abh. z. Gesch. d. math. Wiss.*, X. Heft. Leipzig, 1900.

Suter, H.: "Die Abhandlungen Thâbit b. Ḳurras und Abû Sahl al-Kûhîs über die Ausmessung der Paraboloide," in: *Sitz.-ber. d. phys.-med. Soz. zu Erlangen*, 49 (1917), S. 186–227.

Toomer, G.: *Diocles On Burning Mirrors*. Berlin/Heidelberg, 1976.

Wiedemann, E.: "Beiträge zur Geschichte der Naturwissenschaften",

–V: "Auszüge aus arabischen Enzyklopädien und Anderes", in: *Sitz.-ber. d. phys.-med. Soz. zu Erlangen*, 37 (1905), S. 392–455.

–XX: "Einige Biographien nach al Baihaqî," in: *ibid.*, 42 (1910), S. 59–77.

پی‌نوشت‌ها

[i] برای اطلاعات بیشتر دربارهٔ زندگی و آثار کوهی، ر.ک. به مقاله‌ای که خانم دولد در فرهنگ زندگینامهٔ علمی دانشوران اختصاص داده است. (*Dictionary of Scientific Biography*, vol. 11, pp. 239-241). همچنین مقالهٔ زیر را در شمارهٔ ۹ مجلهٔ تاریخ علم ببینید (– ویراستار):

Berggren, J., L., "Lost or Embedded Works of Kūhī", *Tarikh-e Elm*, vol. 9, Tehran 2011, pp. 2-19.

[ii] نک: Brockelmaon, *Geschichte d. arab. Lit.*, I, pp. 95-96 et Suppl. I, pp. 151-54.

همچنین دربارهٔ خود صابی نک: Suter, Mathem. u. Astron., n° 16.

[iii] نسخهٔ خطی شمارهٔ ۴۸۳۲ ایاصوفیا (استانبول)، برگ ۱۲۹پ–۱۳۱ر. دو دستنوشتهٔ دیگر در اینجا ذکر شده است:

Sezgin, *Gesch. d. arab. Schrift.*, V, p. 320 & 402.

[iv] در واقع، وی آنها را با یک شکل به تصویر می‌کشد، و به صابی ارسال می‌کند تا در کتابش در باب مرکزهای ثقل (که در حال آماده

سازی بود) درج شود. همچنین وی قبلاً نامه‌ای دربارهٔ لم‌های شمارهٔ ۲ و ۳ نوشته بود (که اکنون ناپدید شده است).

v آقای اولاف اشمیت به من یادآوری کرد که برهان بی واسطه‌ای از لم دوم در اختیار است وقتی بدانیم که خط واصل مرکزهای ثقل مثلث‌های قاعده‌های $r_1d\theta$ و کمان $r_2\varphi$ همدیگر را قطع می‌کنند. جالب است بدانیم که این مطلب، منشأ کشف لم دوم توسط کوهی بوده است.

vi اصول اقلیدس، مقالهٔ دوازدهم، قضیهٔ ۱۰.

البته چنان که ارشمیدس در مقدمه‌اش بر روش خود می‌گوید، ائودوکسوس نیز قبلاً این قضیه را اثبات کرده است.

vii کره و استوانه، مقالهٔ اول، تبصرهٔ قضیهٔ ۳۴؛ بسنجید با روش، گزارهٔ ۲.

viii در نوشته‌ای که اکنون ناپدید شده، اولین مورد که باید توسط ارشمیدس اثبات می‌شد، مخروط است. زیرا ارزش عددی در مقدمهٔ روش عرضه شده است. نسبت مربوط به سهمی‌گون در روش (گزارهٔ ۵) محاسبه و در اجسام شناور (II، گزارهٔ ۲) یادآوری شده است. مورد نیمکره نیز در روش (گزارهٔ ۶) عرضه شده است. دو ارزش متعلق به سطوح صاف در تعادل اشکال مسطح (I، ۱۳-۱۴، به ترتیب II، ۸؛ مورد مثلث نیز در گزارهٔ II، ۳۵ مکانیک اثر هرون — که زبان عربی باقی مانده — مورد بررسی قرار گرفته است). آخرین گزارش به وضوح بیان نشده است، اما به‌راحتی از گزارهٔ ۱۲ در روش استنتاج می‌شود (نک: Heath, *The Method of Archimedes*, p. 40).

ix ترجمهٔ عرضه شده در اینجا کوتاه شده است؛ نسخهٔ خطی شمارهٔ ۴۸۳۲ ایاصوفیا (استانبول)، برگ ۱۳۰پ، سطر ۲۵ تا برگ ۱۳۱ر، سطر ۲۴.

x متن عربی که در اینجا ترجمه شده، در نسخهٔ خطی شمارهٔ ۴۸۳۰ ایاصوفیا (استانبول)، برگ ۱۵۵ر، سطر ۴-۱۵۵پ، سطر ۱۳ (که در پیوست آمده) و در نسخهٔ خطی شمارهٔ ۴۸۴۵ ایاصوفیا، برگ ۳۶پ- برگ ۳۷ر (که با نسخهٔ قبلی تطبیق کرده‌ایم) وجود دارد. رونوشت سومی در گنجینهٔ فیض الله (Sezgin, GAS, V, p. 320) وجود ندارد و کاوش‌های ما بی‌حاصل بوده است.

xi جملات ابوالفتوح مبهم هستند. اما به نظر می‌رسد که کار او بیشتر شامل توضیح محاسبات ارشمیدس است (که می‌دانیم بسیار کوتاه شده هستند) تا پرکردن نقائص متن (نک: نقد ابوالفتوح در همین مقاله).

xii از چهار نامهٔ به جا مانده از مکاتبات کوهی و صابی، اولین نامه (شمارهٔ ۴۸۳۲ ایاصوفیا، برگ ۱۲۹پ، سطر۳-۱۹) شامل سؤال صابی و دومین نامه (۱۲۹پ، سطر ۲۱- ۱۳۱پ، سطر ۷) پاسخ کوهی است. لذا نامهٔ پیشین کوهی موجود نیست.

xiii همان نامه‌ای که در دسترسمان نیست (نک: پی‌نوشت‌های ۳ و ۱۲ در همین مقاله).

xiv این تاکید در تضاد با چیزی است که خود کوهی اظهار می‌کند (نک: پاراگراف اول). آیا ابوالفتوح نامه را به طور سطحی خوانده، که این اطلاعات را از دو کتابی که می‌شناخته به دست آورده است؟ احتمال اول را نمی‌توان کنار گذاشت.

xv «المنطق» عنوانی است عربی برای ارغنون منطقی ارسطو (که ریطوریقا و بوطیقا نیز به آن افزوده شده‌اند) و منظور از (صناعات) البرهان همان آنالوطیقای ثانی است.

xvi وقتی در پایان نقد خود نشان می‌دهد که لم دوم نیز در مورد دو قطاع قابل اعمال نیست، از این اصل استفاده می‌کند که «مطابق آنچه هرون مکانیک‌دان (المیخانیقی) در مقالهٔ [دوم] از اثرش دربارهٔ بالا بردن اجسام سنگین نشان می‌دهد»، مرکز ثقل یک مثلث متساوی‌الساقین در فاصلهٔ یک سوم ارتفاع آن است. هرون در واقع مورد مثلث را در کتابش به نام مکانیک — که در عربی کتاب فی رفع الاشیاء الثقیلة عنوان گرفته- پرداخته است.