اسرار قبله‌نماهای اصفهان*

یان پ. هوخندایک[۱]
ترجمهٔ صمد فرخ‌نهاد[۲]

کشف قبله‌نماها

بر هر مسلمان فرض است که روزانه ۵ بار رو به مکّه نماز بگزارد. از این‌رو ریاضیدانان مسلمان سده‌های میانه روش‌هایی را برای یافتن جهت قبله در هر نقطه از کرهٔ زمین ابداع کردند. بسیاری از این روش‌ها پیشتر در مقاله‌ای در مجلهٔ نوین ریاضیات شرح شده‌اند[۳]. در این فاصله کشفیات جدیدی صورت گرفته است.

در سال ۱۹۸۹ میلادی در حراج ساتبی[۴] لندن ابزار فلزی ناشناخته‌ای به قطر تقریبی ۲۲/۵ سانتیمتر به حراج گذاشته شد، که می‌شد با آن جهت قبله و فاصله تا مکه را در هر شهری پیدا کرد. در سال ۱۹۹۵ میلادی دومین قبله‌نما از همان نوع در یک عتیقه فروشی در پاریس پیدا شد و در سال ۲۰۰۱ میلادی نمونهٔ سومی یافته شد که هم اکنون در موزهٔ ساکلر[۵] دانشگاه هاروارد به نمایش گذاشته شده است. از حکاکی‌های فارسی روی این قبله‌نماها آشکار است که هر سهٔ آن‌ها در قرن هفده یا هجده در اصفهان ساخته شده‌اند[۶].

---

* این مقاله ترجمهٔ مقاله‌ای هلندی است که مشخصات آن در زیر آمده است و در نشانی اینترنتی‌ای که در پی می‌آید قابل دسترس است:

Hogendijk, Jan P., “Het mysterie van de Mekkawijzers van Isfahan”, *Nieuwe Wiskrant*, vol. 22, no. 2, 2002, pp. 4-11. http://www.jphogendijk.nl/publ/Mekkawijzers.pdf

[۱] دانشگاه اوترخت (هلند).

[2] samad.farrokhnahad@gmail.com

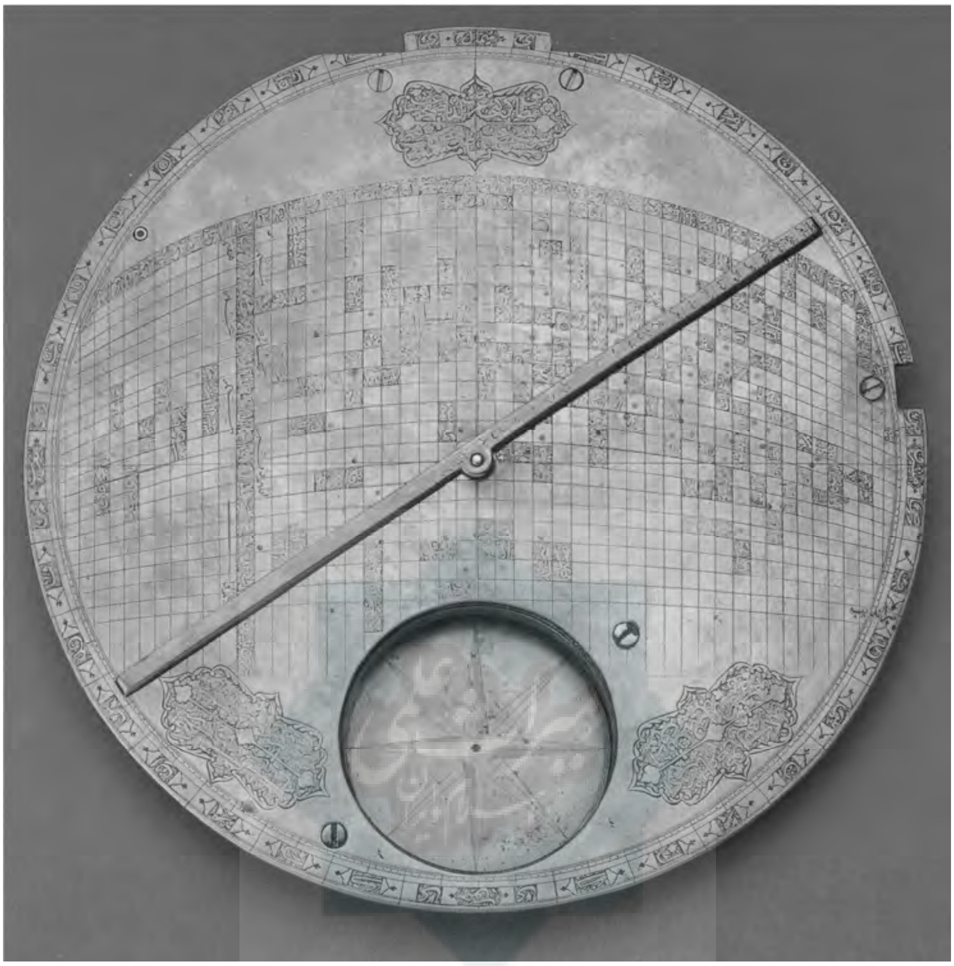
[3] Hogendijk, J.P., “Middeleeuws Islamitische methoden voor de bepaling van de richting van Mekka”, *Nieuwe Wiskrant*, vol. 12, no. 4, 1993, pp. 45-52.

[4] Sotheby

[5] Sackler

[۶] روی صفحهٔ این قبله‌نماها طرز کار آن‌ها با سه بیت شعر فارسی زیر بیان شده است (بنگرید به تصویر صفحهٔ بعد): – م.

در این صحرا که در معنی زمین و آسمانستی   سوی قطب جنوبی رو کند چون مرغ نیلی‌پر
اگر ستّاره را بر عرض و طول شهر بگذاری   شوی از قبله و بُعد بلد از قبله مستحضر
مطابق گر کنی عرض بلد با صفحهٔ ساعت   سوی تشخیص ساعت ظل شاخص گرددت رهبر



قبله‌نمای دورهٔ صفوی ساخته شده در اصفهان– م.

این ابزار دارای عقربه‌ای است که حول محورش بر صفحه‌ای تخت می‌چرخد که روی آن نقشهٔ خاصی از بخشی از کرهٔ زمین حک شده است. روی صفحه یک قطب‌نما نیز قرار دارد. یکی از نمونه‌ها یک ساعت آفتابی هم دارد که با لولایی بر کنارهٔ صفحه چفت شده است. این ساعت ارتباطی با ابزار اصلی ندارد و ما نیز دیگر به آن نخواهیم پرداخت[۷].

بلافاصله پس از کشف قبله‌نمای سال ۱۹۸۹ میلادی توجه بسیاری به آن جلب شد. پرسش اول این بود که این ابزار جالب کِیْ و در کجا ابداع شده است. طبق کاتالوگ حراج ساتبی «نقشهٔ زمین حک شده بر آن ملهم از آثار اروپای غربی» است و «این ابزار غیر عادی مدرکی از اقتباس علم و فن اروپا در ایران

[۷] چون سه بیتی که در پانوشت شمارهٔ ۶ آمده روی هر سه قبله‌نما حک شده است، دو نمونهٔ دیگر هم احتمالاً ساعت آفتابی داشته‌اند که بعدها افتاده است. – م.

قرن هجده میلادی» بوده است[۸]. در سال ۱۹۹۹ میلادی دیوید کینگ[۹] کتاب جامعی[۱۰] در مورد دو قبله‌نمایی که تا آن زمان کشف شده بود منتشر کرد. به زعم کینگ این نوع قبله‌نماها در قرن نهم میلادی در بغداد اختراع شده است. در سال ۲۰۰۰ میلادی الی دکر[۱۱] نشان داد[۱۲] که تصویرسازی نقشهٔ روی صفحهٔ قبله‌نما از نوع عکسی/ پس- سمتی[۱۳] است که در متون جغرافیایی جدید، از سال ۱۹۶۸ میلادی شناخته شده است[۱۴]. دکر این نظر را مطرح می‌کند که ایدهٔ قبله‌نما می‌توانسته است در فرانسهٔ قرن هفدهم شکل گرفته باشد و از آن‌جا توسط اروپائیانی که در آن زمان به ایران سفر می‌کردند، به اصفهان برده شده باشد. علاوه بر این تأثیر اروپا را بر ساعتی آفتابی که به یکی از قبله‌نماها اضافه شده است نیز می‌توان دید.

ردیابی منشأ این قبله‌نماها در بحث پیرامون اصالت ریاضیات دورهٔ اسلامی اهمیت دارد. ویلبور نور[۱۵] و موریس کلاین[۱۶]، دو تن از مورخان علم نوین، بر این باورند که تمدن اسلامی در حقیقت انتقال‌دهندهٔ ریاضیات یونانی و هندی به اروپا بوده است[۱۷]. به زعم نور تقریباً تمام دانش هندسهٔ مسلمانان در سده‌های میانه منشأ یونانی دارد. اگر ما نشان دهیم که قبله‌نما، اختراع ریاضیدانان دورهٔ اسلامی است می‌توان نظر نور را رد کرد. یونانیان نمی‌توانسته‌اند قبله‌نما را ابداع کنند چراکه در زمان آنان هنوز اسلامی وجود نداشت.

توصیف یک ابزار وقتی قابل درک است که خواننده خودش بتواند با آن کار کند. از این رو من در سطرهای زیر قبله‌نمای اصفهان را به کمک نمونه‌های آموزشی که می‌توان کپی و قیچی و سر هم کرد، و در کلاس درس به کارشان گرفت، تشریح می‌کنم، سپس با فرمول‌های هندسهٔ کروی نوین نشان خواهم داد که این قبله‌نما به لحاظ ریاضی دقیق است.

پایان‌بخش مقاله پاسخ به این پرسش خواهد بود که «این ابزار از کجا آمده است؟». در پاسخ، بر

---

[۸] برگرفته از:

Mackenzie, Dana, “A Sine on the Road to Mecca”, *American Scientist*, vol. 89, no. 3, 2001, http://www.americanscientist.org/issues/pub/a-sine-on-the-road-to-mecca.

[9] David King

[10] King, David A., World- Maps for Finding the Direction and Distance to Mecca, Leiden: Brill, 1999.

[11] Elly Dekker

[12] Dekker, Elly, “Cartographic Grids from Iran: An Early Version of the Retro-Azimuthal Orthographic Projection?, *The Cartographic Journal*, vol. 37, 2000, pp. 109-l 16.

[13] Retro-Azimuthal

[۱۴] در این نوع تصویرنگاری جهت‌گیری سموت در تصویر حفظ می‌شود و بدین ترتیب برای کاربردهای مربوط به قبله‌یابی بسیار مناسب است. تصویر گنج‌نگاشتی نیز این ویژگی را دارد. – م.

[15] Wilbor Knorr

[16] Morris Kline

[۱۷] برای نمونه نگاه کنید به:

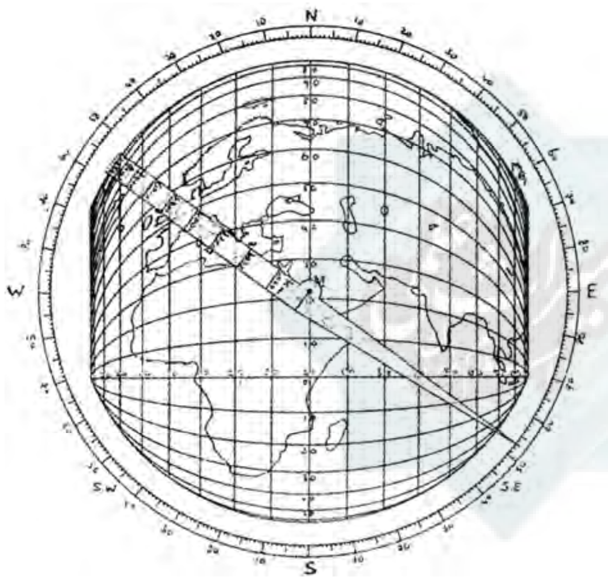
Kline, M., *Mathematical Thought from Ancient to Modern Times*, Oxford University Press, 1972, vol. 1, pp. 195-197;

Knorr, W.R., *Textual Studies in Ancient and Medieval Geometry*, Boston: Birkháuser, 1989, pp. 238-239.

اساس تحقیقات جدید بر روی متون عربی، دیدگاه‌های ریاضی و تاریخی جدیدی مطرح خواهم کرد. این مقاله برای دوستداران معماهای ریاضی و تاریخی نوشته شده است، زیرا اسرار قبله‌نماهای اصفهان هنوز گشوده نشده است و این جای خوشبختی دارد، زیرا چنان که دیوید کینگ همیشه می‌گوید: «این نه گره‌های گشوده، که ناگشوده‌ها هستند که موجب طراوت روحند»[۱۸].

مدلی برای قبله‌نما

بر روی صفحهٔ قبله‌نما بیش از ۱۰۰ نقطه و شبکه‌ای از خطوط مستقیم عمودی و منحنی افقی دیده می‌شوند. خطوط مستقیم نمایندهٔ نصف‌النهارهای میان مراکش تا هند، و خطوط منحنی نمایندهٔ مدارهای موازی استوا بین ۱۰ تا ۵۲ درجه هستند. فاصلهٔ هر دو نصف‌النهار یا مدار مجاور هم ۲ درجه است. عقربهٔ قبله‌نما بر حسب فرسنگ درجه‌بندی شده است (فرسنگ واحدی قدیمی برای طول در ایران و تقریباً برابر ۶ کیلومتر بوده است).



شکل ۱

بر پایهٔ فرمول‌های ریاضی که در زیر توضیح داده شده‌اند، من این ابزار را به همهٔ زمین بسط داده‌ام. تصاویر قبله‌نما و نقشهٔ نیمکرهٔ شمالی زمین به مرکز مکه، با نصف‌النهارها و مدارهای آن، در پایگاه اینترنتی مجلهٔ نوین ریاضی قرار گرفته‌اند. اگر صفحهٔ طراحی شده را بر تکه‌ای کاغذ معمولی و عقربه را بر کاغذ شفاف کپی کنید، آنگاه برای ساختن نمونه‌ای از قبله‌نمای اصفهان تنها به یک پونز احتیاج خواهید داشت تا با آن عقربه را در نقطهٔ سیاه مرکز صفحه بر آن سنجاق کنید. اگر چه ابزار اصلی فاقد خطوط کمکی است، اما من بنا به ملاحظات آموزشی از این خطوط استفاده کرده‌ام.

طرز کار با دستگاه: عقربه را می‌چرخانیم تا لبهٔ نیمهٔ درجه‌بندی شدهٔ آن، بر شهر محل سکونتتان قرار گیرد (دقت کنید که لبهٔ درست را انتخاب کنید، لبه‌ای که نقطهٔ سیاه مرکزی بر آن قرار گرفته است).

[۱۸] نقل قول دیوید کینگ از ای. جی. کولِبْنِهِیِر در کتاب:
King, D. A., *The Ciphers of the Monks: A Forgotten Number-notation of the Middle Ages*, Stuttgart: Steiner 2001.

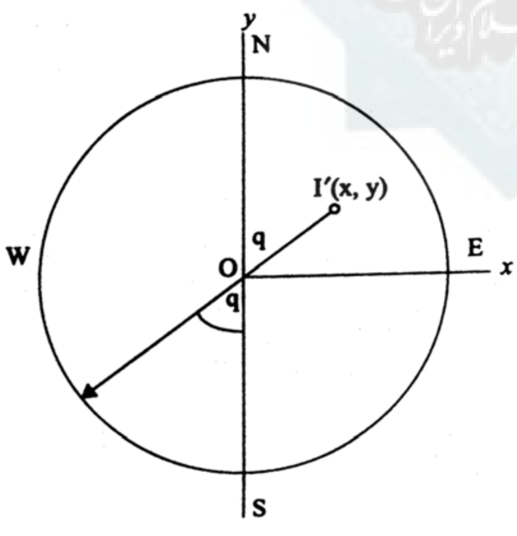
اکنون نوک عقربهٔ سمت قبله را نشان می‌دهد. جهات جغرافیایی بر روی شکل مشخص شده و زوایای قائمهٔ بین آن‌ها به ۹۰ درجه تقسیم شده‌اند. من فاصله تا مکه را بر روی عقربه به کیلومتر تبدیل کرده‌ام.

در پایگاه اینترنتی مجلهٔ نوین ریاضی نقشهٔ نیمکرهٔ دیگر زمین نیز قرار گرفته است. من این نمونه‌ها را نخستین بار در یک کارگاه آموزشی در نیو اورلئان (آمریکا) عرضه کردم. مسلمانان بسیاری که از تگزاس و کالیفرنیا به آن‌جا آمده بودند، قبله‌نما را به کار گرفتند تا ببینند که آیا در شهرشان قبله را درست در نظر می‌گرفته‌اند یا نه؟

آیا قبله‌نمای اصفهان دقیق است؟

برای پاسخ دادن به این سؤال یک دستگاه مختصات دکارتی را روی صفحهٔ قبله‌نما پیاده می‌کنیم. مبدأ مختصات را مکه، جهت مثبت محور xها را در جهت شرق (E) و جهت مثبت محور yها را در جهت شمال (N) روی لبهٔ صفحهٔ قبله‌نما می‌گیریم. برای سهولت، محلی را در شمال شرقی مکه، مثلاً اصفهان (I) در نظر می‌گیریم.

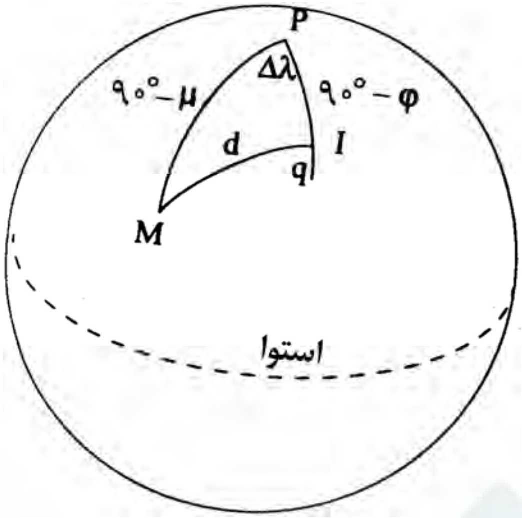
نقطهٔ I' به مختصات (y و x) بر روی صفحهٔ قبله‌نما متناظر با این محل است. فاصلهٔ اصفهان تا مکه را بر روی دایرهٔ عظیمه گذرنده از آن‌ها d درجه (هر درجه حدوداً ۱۱۰ کیلومتر است)، و زاویهٔ بین جهت قبله و سمت جنوب را q می‌گیریم. q را برای نقاط واقع در شرق مکه، مثل اصفهان، مثبت و برای نقاط غربی آن، مثل اوترخت، منفی می‌گیریم. وقتی عقربه درست روی نقط I' قرار گیرد، زاویهٔ عقربه با محور yها برابر q است.



شکل ۲

چنان که می‌بینید، پهنای نوارهای روی عقربه، که فاصله را نشان می‌دهند، با هم برابر نیستند. طول آن قسمت از عقربه که بین I' و مبدأ مختصات قرار می‌گیرد متناسب با سینوس فاصلهٔ محل I تا مکه است. بنابراین $|OI'| = r\sin d$. ضریب r بستگی به ابعاد قبله‌نما دارد و برای قبله‌نمای اصفهان حدود ۱۴ سانتیمتر است (توجه کنید که تمام نمیکره زمین به مرکز مکه بر صفحهٔ این قبله‌نما تصویر نشده است). چنان که گفتیم زاویهٔ عقربه با محور yها برابر q است. پس:

$$x = r\sin d \cdot \sin q \ , \ \ y = r\sin d \cdot \cos q \quad (۱)$$



شکل ۳

حال فرض کنید که این ابزار دقیق باشد. در این صورت می‌خواهیم بدانیم مدارها و نصف‌النهارها بر روی صفحهٔ آن چگونه خطوطی باید باشند. اگر رابطهٔ q و d را با عرض جغرافیایی نقطهٔ I (φ)، عرض جغرافیایی مکه (μ) و اختلاف طول جغرافیایی بین I و مکه (Δλ) بدانیم، می‌توانیم به این سؤال پاسخ دهیم (Δλ را برای نقاط شرقی مکه مثبت و برای نقاط غربی آن منفی می‌گیریم).

عرض جغرافیایی مکه (μ) ثابت است و در دورهٔ اسلامی مقدار ۲۱ درجه و ۴۰ دقیقه (′۴۰°۲۱) برای آن به کار می‌رفته است. مقدار امروزی آن ′۲۶°۲۱ است. سازندگان قبله‌نما φ را، برای اصفهان، ′۳۰°۳۲ و Δλ را ′۲۰°۹ منظور کرده‌اند[۱۹]. مقادیر امروزی آن‌ها برای اصفهان به ترتیب ′۴۱°۳۲ و ′۵۲°۱۱ اند.

حال مثلث کروی PMI را متشکل از سه قوس دایرهٔ عظیمه معین شده با سه رأس M (مکه)، I (اصفهان) و p (قطب شمال) در نظر بگیرید (شکل ۳). اندازه‌های اضلاع عبارت‌اند از:

PI = ۹۰°- φ

MI = d

PM = ۹۰°- μ

به‌علاوه

∠MPI = Δλ

∠PIM = ۱۸۰°- Q

طبق قاعدهٔ سینوس‌ها در مثلثات کروی،

$$\sin q / \cos \mu = \sin \Delta\lambda / \sin d \qquad (۲)$$

و طبق قاعدهٔ تانژانت‌ها در این مثلثات:

---

[۱۹] نگاه کنید به منبع پانویس ۱۰، صفحهٔ ۵۵۷. عرض جغرافیایی همان بوده است که ما می‌شناسیم. برای طول جغرافیایی λ دو سیستم وجود داشته است. در یک سیستم λ از مبدأ جزایر قناری اندازه‌گیری می‌شد و در سیستم دوم از مبدأ ساحل غربی آفریقا. طول مکه در سیستم اول ′۱۰و°۷۷ بود و در سیستم دوم ′۱۰و°۶۷. فرقی نمی‌کند کدام یک از این دو بر قبله‌نما به کار بسته شده باشد. در عکس فواصلی به طول ده دقیقه از هم دیده می‌شوند، زیرا نصف‌النهار °۷۷ یا °۶۷ به فاصلهٔ کمی از خط شمال- جنوب در سمت چپ آن قرار دارد.

(۳) $\sin\Delta\lambda\cot q + \tan\mu\cos\varphi = \cos\Delta\lambda$

تـا این‌جـا دانســتنی‌های لازم دربـارۀ تبـدیل‌های (d و q) ← (φ و Δλ) و (y و x) ← (d و q) فـراهم آمده‌اند. تبدیل مرکب (y و x) ← (φ و Δλ) را تبدیل f می‌نامیم. شبکۀ روی صفحۀ قبلـه‌نما شـبکه‌ای است از تصاویر خطوط Δλ (ثابت) و φ (ثابت)، که توسط f تبدیل شده‌اند. از (۱) و (۲) نتیجه می‌شود:

(۴) $x = r\sin\Delta\lambda\cdot\cos\mu$

پس حاصل تبدیل یک نصف‌النهار (با اختلاف طول جغرافیایی ثابت Δλ از مکه) خط مستقیمی است بـه فاصلۀ r.sinΔλ.cosμ از محور yها؛ و این همان کاری است که بر صفحۀ سه قبلـه‌نمای کشـف شـده انجام شده است. در تصویر صفحۀ اول این مقاله به روشنی دیده می‌شود که فاصـلۀ هـر دو نصـف‌النهار مجاور، هر چه از مکه دورتر باشند، کوتاه‌تر است.

از (۱) نتیجه می‌شود:

$$\mathrm{cot}q = y/x$$

و از (۴):

$$\sin\Delta\lambda = x/r.\cos\mu$$

بنابراین:

$$\cos^2\Delta\lambda = 1 - (x/r.\cos\mu)^2$$

با گذاشتن این روابط در (۳) و مربع کردن آن نتیجه می‌شود:

(۵) $(y/(r.\cos\mu) + \tan\mu.\cos\varphi)^2 = \sin^2\varphi(1-(x/(r.\cos\mu))^2$

و از اینجا:

(۶) $x^2 + (y+r.\sin\mu\,.\,\cos\varphi)^2 = \sin^2\varphi = (r.\cos\mu)^2$

حاصل این فرمـول بـه ازای °۹۰ و °۰≠φ بیضی‌ایسـت بـه مرکـز ($-r.\sin\mu\,.\,\cos\varphi$ و ۰) و کانون‌هـای ($\pm r.\sin(\varphi\pm\mu)$ و ۰) و ($-r.\sin\mu.\cos\varphi$ و $\pm r.\cos\mu$)، به ازای °۹۰± = φ یک دایره[۲۰] و بـه ازای °۰= φ یک خط راست.

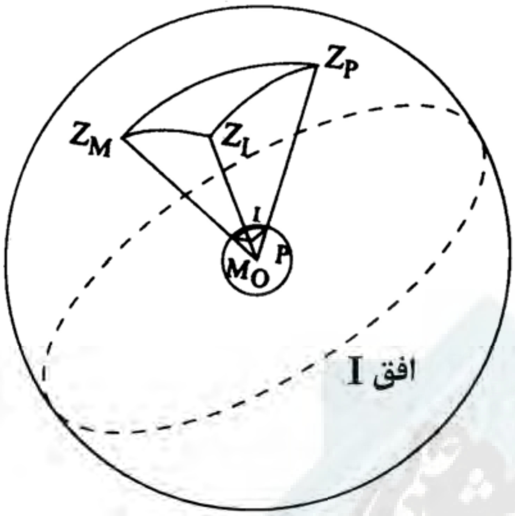
خطوط منحنی روی صفحۀ قبله‌نما شباهت زیادی با بیضی معادلۀ ۶ دارند. اما نظر دیوید کینگ چنین نیست و او منحنی‌های مذکور را قوس‌هایی از دایره دانسته است و نه بیضی. دلیل او هم این است که ردّ نوک پرگاری که هنگام ساختن قبله‌نما در مرکز دایره (مکه) گذاشته شده بوده، بر صفحه باقیمانده است. اما محاسبات دکر نشان داده است که آن تکه از بیضی که باید بـر صـفحه تصـویر شـود تفـاوت بسـیار کوچکی با تکه‌ای از یک دایره دارد؛ چندان کوچک که در قلمرو دقت اندازه‌گیری قرار می‌گیرد.

---

[۲۰] روشن است که تبدیل $f:(\Delta\lambda,\varphi) \rightarrow (X,Y)$ چند خاصیت عجیب دارد. این تبدیل در دو قطب شمال و جنوب ناکارآمـد اسـت و نقطـۀ (φ – °۱۸۰ و Δλ – °۱۸۰) همان تصویری را دارد که نقطۀ (φ و Δλ) . از این رو من یک شکل جداگانه برای نیمکرۀ حول اقیانوس آرام کشیده‌ام، تا نقاط بیشتری در آن مشخص باشند. البته روشن است نقاطی که در آن‌ها تبدیل بالا نتیجۀ خطـا مـی‌دهـد، خـارج از جهـان اسلام سده‌های میانه قرار می‌گیرند.

نتیجه: قبله‌نماهای اصفهان در عمل دقیقند. ریاضیدانی که این قبله‌نما را ساخته است احتمالاً می‌دانسته که (کار دشوار ترسیم) بیضی را می‌توان در محدودهٔ ترسیم شده بر صفحهٔ قبله‌نما، با ترسیم تقریبی کمان‌های مستدیر ساده کرد.

میان پرده



شکل ۴

حال به بررسی روش ترسیمی برای یافتن جهت قبله می‌پردازیم که سابقهٔ آن به سال ۴۱۰ ق برمی‌گردد. این روش از ابوریحان بیرونی است. بیرونی در سال ۳۶۲ ق در خوارزم، به دنیا آمد. از این خطه ریاضیدانان دیگری نیز، همچون محمد بن موسی خوارزمی که نامش امروز به صورت «الگوریتم» ماندگار شده است، برخاسته‌اند. در سال ۴۰۷ ق سلطان محمود غزنوی این خطه را تسخیر کرد و بیرونی را به عنوان غنیمت همراه خود برد. بیرونی در راه، نوشتن کتابی را دربارهٔ تعیین مختصات جغرافیایی و تعیین جهت قبله در غزنه آغاز کرد. روش زیر برای یافتن قبله از این کتاب اخذ شده است[۲۱].

بیرونی به جای کرهٔ زمین از کرهٔ آسمان استفاده کرد. کرهٔ آسمان کره‌ای است که مرکزش زمین و شعاعش چندان بزرگ که می‌توان از شعاع زمین در برابر آن صرف نظر کرد. هر نقطه از زمین یک سمت‌الرأس دارد و آن نقطه‌ای است که امتداد شعاع زمین در آن نقطه از زمین به کرهٔ آسمان می‌رسد. به عنوان مثال سمت‌الرأس قطب شمال، نقطه‌ای در نزدیکی ستارهٔ قطبی است (z_p)، که صورت‌های فلکی

---

[۲۱] نگاه کنید به:

Al-Bīrūnī, *The Determination of the Coordinates of Positions for the Correction of Distances between Cities (Kitāb Taḥdīd Nihāyāt al-Amākin li-Tasḥīḥ Masāfāt al-Masākin*), translated by Jamil Ali, Beirut: American University of Beirut, 1967، pp. 252-253;

Kennedy, E.S., *A Commentary Upon Bīrūnī's* Kitāb Taḥdīd al-Amākin, *An 11th Century Treatise on Mathematical Geography*, Beirut: American University of Beirut, 1973, pp. 209-211.

نیز ترجمهٔ فارسی کتاب تحدید نهایات الاماکن بیرونی توسط احمد آرام، انتشارات دانشگاه تهران، ۱۳۵۲ش، ص ۲۳۵–۲۵۷.

برای یافتن اطلاعات در مورد زندگی بیرونی نگاه کنید به مقالهٔ ای. اس. کندی در:

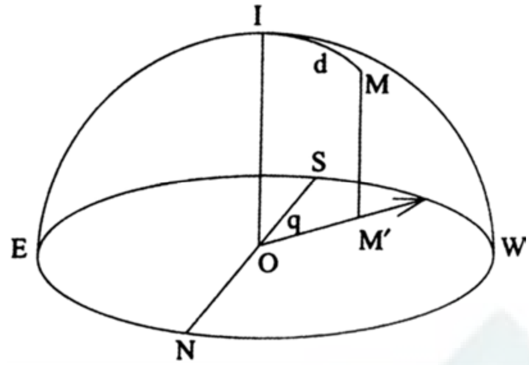
Gillispie, C. G., (ed.), *Dictionary of Scientific Biography*, vol. 2, New York, 1970, pp. 148–158.

یا ترجمهٔ فارسی آن توسط دکتر حسین معصومی همدانی در زندگینامهٔ علمی دانشوران، ج ۳، انتشارات علمی و فرهنگی، ۱۳۷۵ش، صفحات ۲۷۹–۲۸۹.

حول آن در گردشند. سمت‌الرأس شهر I (اصفهان) درست نقطه‌ای در بالای سرمان است (Z_I). سمت‌الرأس مکه نقطهٔ Z_M است که در آسمان ایران و افغانستان در سمت جنوب غربی واقع شده است.

روشن است که مثلث $Z_PZ_MZ_I$ در کرهٔ آسمان، مشابه مثلث PMI در کرهٔ زمین است. فاصلهٔ بین شهر ما و مکه بر روی کرهٔ آسمان و برحسب درجه، برابر همان وتر پیش‌گفته روی زمین است:

$$D = M_I = Z_MZ_I$$

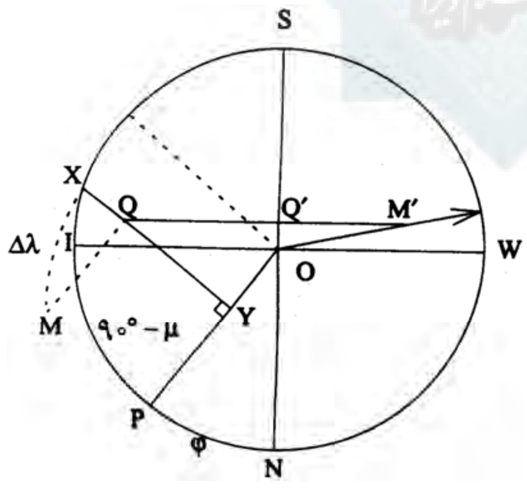


شکل ۵

امتیاز کرهٔ آسمان این است که می‌توان «افق» را وارد کار کرد. افق نقطهٔ I فصل مشترک کرهٔ آسمان با صفحه‌ای است که از O (مرکز زمین) می‌گذرد و بر OZI (شعاع سمت الرأس نقطهٔ I) عمود است. این فصل مشترک (دایره) را می‌توان با افق مرئی یکی گرفت، زیرا در این حالت ابعاد زمین قابل چشم‌پوشی‌اند. حال چهار جهت جغرافیایی را هم اضافه می‌کنیم (شمال (N) در جهت تصویر قائم Z_P بر افق قرار دارد).

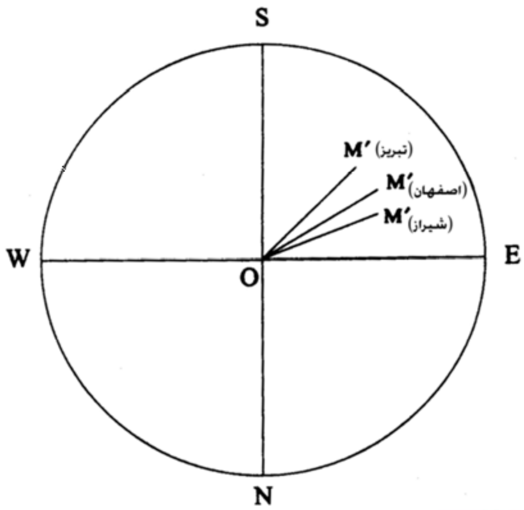
از این پس از علامتگذاری برای سمت‌الرأس روی کرهٔ آسمان صرف نظر می‌کنیم و سمت الرأس‌های اصفهان، مکه و قطب را به ترتیب همان I، M و P مینامیم.

در سطور بعدی خواهیم دید که بیرونی برای یافتن تصویر قائم نقطهٔ M بر روی صفحهٔ افق (M′) چگونه عمل می‌کرده است. M′ که پیدا شود، آنگاه خطی که از O به M′ وصل می‌شود قبله را به دست می‌دهد.



شکل ۶

روش ترسیمی بیرونی برای یافتن M′ در شکل ۶ دیده می‌شود. ما این روش را برای نقطه‌ای در شرق مکه شرح می‌دهیم. تصویر آینه‌ای این تصویر برای نقطه‌ای در غرب مکه نیز صادق است. فرض کنید μ، φ و $\Delta\lambda$ معلوم باشند. بیرونی نیم‌دایرهٔ صفحهٔ افق را با نقاط شمال (N)، غرب (W)، جنوب (S) و مرکز (O) رسم می‌کند. سپس دایره را تکمیل می‌کند، اما نیمهٔ چپ را برای رسم صفحهٔ نصف‌النهار، که حول محور NS ۹۰ درجه دوران کرده است، به کار می‌برد. در این حالت تصویر دوران نصف‌النهار روی کاغذ قرار می‌گیرد. بر این نیمه، P سمت الرأس قطب شمال با زاویهٔ φ بالای افق، و I سمت الرأس



شکل ۷

اصفهان است: $\angle NOP = \varphi$ و $\angle NOI = ۹۰$.

تقاطع استوای آسمان با این صفحه خط بریده است که عمود بر OP است. سمت‌الرأس مکه روی دایره‌ای به موازات استوای آسمان و به فاصلهٔ μ از آن قرار دارد (با کرهٔ زمین مقایسه کنید)[۲۲].

بیرونی خط تقاطع صفحهٔ نصف‌النهار با دایرهٔ اخیر (XY) را به طریق زیر پیدا می‌کند: نقطه X را چنان انتخاب کنید که $\angle POX = ۹۰^\circ - \mu$ باشد. خط XY را عمود بر OP رسم کنید.

سپس بیرونی قسمتی از مدار آسمانی مکه را چنان تا می‌زند که بر صفحهٔ کاغذ قرار گیرد (خط بریده در شکل ۶). Y مرکز این دایره است. اگر اختلاف طول جغرافیایی $\Delta\lambda$ با مکه صفر درجه باشد، سمت‌الرأس مکه روی X قرار می‌گیرد؛ والا مکه همان نقطه M روی دایرهٔ خط چین خواهد بود و $\angle XYM = \Delta\lambda$.

کار تقریباً آماده است. عمود MQ را از نقطهٔ M بر XY وارد کنید، از Q عمود دیگری بر SN وارد کنید (QQ′) و آن را تا نقطهٔ M′ امتداد دهید به نحوی که MQ=Q′M′ باشد. M′ تصویر قائم M است.

اجرای چنین روشی برای بیرونی و معاصران او کار ساده‌ای بود، زیرا آن‌ها به این قبیل روش‌ها عادت داشتند. شاید روش زیر ما را در فهم موضوع کمک کند: شکل ۶ را در امتداد کناره‌های خارجی آن، مشمول قسمت خط‌چین، و در امتداد خط MQ، تا نقطهٔ Q قیچی کنید. تکهٔ XMQ را حول XQ ۹۰ درجه تا کنید. سپس نیم‌دایرهٔ چپ را حول SN ۹۰ درجه تا کنید. در این حالت صفحهٔ SIPN نمایش دهندهٔ نصف‌النهار است و می‌بینیم که QQ′ به حالت عمود قرار گرفته است.

صفحهٔ XMQ جزئی از صفحهٔ مدار آسمانی مکه است، QM به موازات افق و عمود بر SN است. اما QM =Q′M′، پس QMM′Q′ یک مستطیل و M′ تصویر قائم M است. بیرونی را ترک می‌گوییم.

روش ترسیمی بیرونی و قبله‌نما

اگرچه بیرونی، در متون به جا مانده، هیچ جا نامی از قبله‌نما نبرده است، اما روش ترسیمی او ارتباط زیادی با این ابزار دارد. این ارتباط در شکل‌های ۵ و ۶ نشان داده شده است. از آن‌جا که IM یا d بر کرهٔ آسمان مبین فاصلهٔ بین دو محل بر روی زمین است، برای تصویر قائم M (شکل ۵) رابطهٔ زیر صادق

[۲۲] از این پس ما این دایره را مدار آسمانی مکه، و به طور کلی مدار آسمانی، می‌نامیم. – م.

است:

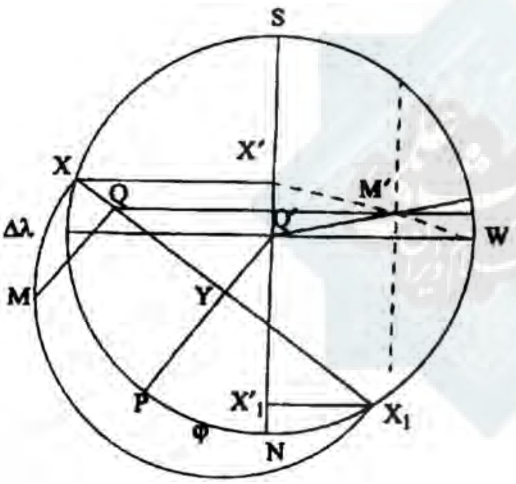
$$OM' = r \sin d$$

که در آن r شعاع کرهٔ زمین است. به علاوه $\angle SOM'=q$. حال اگر جای جهات جغرافیایی شرق را با غرب و شمال را با جنوب عوض کنیم، می‌توانیم OM' را قسمتی از عقربهٔ قبله‌نما تلقی کنیم. در این صورت نقطهٔ M' در شکل ۵ با نقطهٔ I'، به مختصات (y و x)، در شکل ۲ یکی خواهد شد.

اگر روش بیرونی را برای نقاط مختلفی روی همان شکل تکرار کنیم آنگاه صفحهٔ قبله‌نما خود به خود ایجاد خواهد شد؛ یعنی حاصل هر بار به کار بردن این روش نقطه‌ای نظیر M' است که می‌تواند تصویر یک محل باشد.

در شکل ۷ این کار برای سه شهر مختلف ایران انجام شده است (شکل به مقیاس نیست).

می‌توان آن صد و چند نقطهٔ حک شده بر صفحهٔ قبله‌نما را با تکرار صد و چند بارهٔ روش بیرونی، و هر بار برای مختصات جغرافیایی یک محل، به دست آورد. این کار البته راحت نیست و مطلوبتر آن است که بتوان هر محل را به کمک شبکهٔ روی صفحه تعیین کرد.



شکل ۸

شبکهٔ مذکور را نیز می‌توان به همان روش بیرونی پیدا کرد. در شکل زیر (شکل ۸) از همان علامت‌گذاری‌های شکل ۶ استفاده شده است.

اندازهٔ مدار آسمانی XYM ثابت است، زیرا اندازهٔ شعاع آن ($r.\cos\mu$) تنها به عرض جغرافیایی مکه بستگی دارد. برای تمام مکان‌های واقع بر یک نصف‌النهار معین، $\Delta\lambda$ ثابت می‌ماند و φ مربوط و محل P در شکل ۸ تغییر خواهد کرد ولی طول MQ برابر $r.\cos\mu.\sin\Delta\lambda$ خواهد ماند. بنابراین تصاویر قائم این نقاط، یعنی M'های مربوطه، همگی روی یک خط مستقیم قرار می‌گیرند (خط‌چین شکل ۸).

در صورتی که φ ثابت و $\Delta\lambda$ متغیر باشد، جای P و در نتیجه جای نقاط X و Y نیز ثابت خواهند بود. نقطهٔ M جایی روی دایره‌ای به شعاع XY قرار خواهد گرفت. بر این اساس به دو طریق می‌توان نتیجه گرفت که نقاط M' روی یک بیضی ثابت قرار خواهند گرفت:

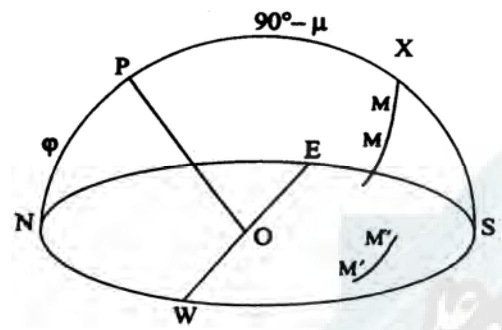
الف– انتهای دیگر قطر دایره به شعاع XY را X_1 و تصاویر قائم X و X_1 بر روی NS را X' و X'_1 می‌نامیم. در نیم‌دایرهٔ XM_1 داریم: $MQ^2 = QX.QX_1$ و چون

$$QX:Q'X'=QX_1:Q'X'_1=1:\sin\varphi$$

ثابت است، پس $M'Q'_2 : Q'X'.Q'X_1$ نیز ثابت است و بنابراین نقاط M' روی یک بیضی قرار می‌گیرند: قضیهٔ ۲۱ مقالهٔ اول مخروطات آپولونیوس، کتاب استاندارد دربارهٔ مخروطات، که ترجمهٔ عربی آن شناخته شده است.

ب– اگر φ ثابت باشد جای مدار آسمانی مکه هم ثابت و تصویر قائم آن بر افق یک بیضی است.

استدلال مشابهی را می‌توانیم برای دوایر نصف‌النهار نیز به کار بندیم: اگر $\Delta\lambda$ ثابت باشد M بر دایره‌ای موازی با صفحهٔ NPS و عمود بر افق قرار خواهد گرفت. به این ترتیب می‌توان تمام شبکهٔ روی صفحهٔ قبله‌نما را به عنوان تصویر قائم مجموعهٔ دوایری واقع بر یک کره ترسیم کرد.



شکل ۹

از این‌جا آشکار می‌شود که اجرای تصویر قائم در قبله‌نما، به لحاظ ریاضی، چندان ساده نیست. اگر مخترع قبله‌نما تسطیح (تصویر گنج‌نگاشتی[۲۳]) زمین را، که قطب آن نقطهٔ نظیر زمین (نقطه‌ای بر کرهٔ زمین درست در زیر مرکز O) باشد، به کار می‌برد، حاصل کارش قبله‌نمایی می‌شد که بر صفحهٔ آن تنها دایره‌هایی حک شده بود. در این حالت مقیاس روی عقربه به جای r.sind، متناسب با r.tan(d/۲) بود. روش تسطیح، در اسطرلاب‌های معمولی به کار می‌رفت[۲۴]، بنابراین در دورهٔ اسلامی به‌خوبی شناخته شده بود.

ردگیری قبله‌نماها در متون عربی دورهٔ اسلامی

دیوید کنیگ علی‌رغم جستجوی فراوان موفق نشد شرحی از قبله‌نمای اصفهان را در نوشته‌های عربی و فارسی بیابد. پس از او نیز هیچکس موفق به این امر نشده است. این چندان عجیب نیست؛ زیرا بخش عظیمی از متون عربی دورهٔ اسلامی از بین رفته است.

در قسمت پیشین دیدیم که قبله را، در محلی با طول و عرض جغرافیایی معلوم، می‌توان چنان که بیرونی نشان داده است، با یک خط کش و پرگار پیدا کرد. تمام روش‌های ترسیمی اسلامی که اکنون شناخته شده‌اند، جز قبله‌نما، با خط کش و پرگار ترسیم شده‌اند. من در نوشته‌های عربی به دو اشاره به روشی برای یافتن قبله به کمک مخروطات برخورده‌ام. ممکن است این ارجاع‌ها به قبله‌نمای اصفهان ارتباط داشته باشند.

[23] stereographic

[۲۴] برای تصویر استرئوگرافیک و اسطرلاب نگاه کنید به:
ریچارد لورچ، «تسطیح»، دانشنامهٔ جهان اسلام، ج ۷، ۱۳۸۲ش، ص ۳۰۵–۳۰۸؛ و محمد علی مولوی، «اسطرلاب»، دایرةالمعارف بزرگ اسلامی، ج ۸، ۱۳۷۷ش، ص ۲۹۷–۳۰۵.

اولین اشاره را در بازدیدی از «انستیتوی تاریخ علوم عربی و اسلامی در فرانکفورت»، هنگامی که تصادفاً حلقهٔ میکروفیلمی از یک دستنوشتهٔ عربی را زیادی باز کردم، یافتم. صفحه‌ای از میکروفیلم، که قصد مطالعه‌اش را هم نداشتیم، صفحهٔ اول فصل پنجم مجموعه‌ای بود که به نظر یک مؤلف ناشناس می‌بایست پس از اصول اقلیدس و پیش از مجسطی بطلمیوس مطالعه می‌شد. آن فصل در مورد مخروطات بود و به زعم مؤلف ناشناس «این قسمت به کار پیدا کردن جهت قبله به کمک مخروطات می‌آید». او از چند کاربرد دیگر مثل تثلیث زاویه نیز اسم برده بود، که در همهٔ آن موارد سر و کار فقط با سهمی و هذلولی است. اما در فصل پنجم بیضی نیز معرفی و قضیهٔ ۲۱ مخروطات که پیشتر از آن نام بردیم، ثابت شده بود. پس شاید در یافتن قبله بیضی به کار می‌آمده است. این مجموعه تاریخ ندارد، اما مؤلف در فصل ۳ از ابن هیثم (حدود ۳۵۳ ق تا ۴۳۶ ق) نام می‌برد. پس می‌توان تاریخ تقریبی آن را پس از ۴۹۳ ق دانست[۲۵].

ارجاع دوم مربوط می‌شود به کتابی مفصل اثر منجم نسبتاً ناشناخته‌ای به نام محمد بن احمد خازمی، که حوالی ۴۵۰ ق در اصفهان کار می‌کرده است[۲۶]. متأسفانه خود این اثر به جا نمانده است، اما منتخباتی از آن با عناوین بیشتر فصل‌ها موجود است. «جملهٔ» یازدهم اثر مذکور، تحت عنوان «جهت اماکن، فاصلهٔ آن‌ها از یکدیگر و سمت قبله»، شامل فصول «مدخلی بر قضایای مخروطات برای تعیین جهت مکان‌ها»، «یافتن جهت مکان‌ها به کمک مخروطات» و «یافتن آن‌ها به روش قدما» و فصول مهم دیگری است. در یکی از این فصول ثابت شده است که تصویر قائم دایرهٔ مدار آسمانی بر افق یک بیضی است (به شکل ۹ نگاه کنید)، و طول دو محور بیضی نیز محاسبه شده است. تمام داده‌های لازم برای ترسیم بیضی‌های روی صفحهٔ قبله‌نما را می‌توان از این متن به دست آورد[۲۷].

قبله‌نما کی و در کجا اختراع شده است؟

به سؤالی که در ابتدای این مقاله طرح کردیم، برمی‌گردیم. روش ترسیمی بیرونی نشان می‌دهد که قبله‌نما می‌تواند در سنت اسلامی سده‌های میانه اختراع شده باشد که البته به این معنا نیست که حتماً چنین بوده است. ارجاع به مخروطات در ارتباط با پیدا کردن قبله را تنها با این فرض می‌توانم توضیح دهم که قبله‌نما و نظریهٔ مبنای آن در سنت مذکور شناخته شده بوده‌اند. طبعاً خواننده آزاد است که خود

---

[۲۵] تنها دستنوشتهٔ شناخته شده از کل مجموعهٔ پنج قسمتی در الجزایر موجود است. دکتر جبار در پاریس محبت کرد و میکروفیشی از آن را به من امانت داد. دستنوشتهٔ دیگری که تنها مقالهٔ پنجم را شامل می‌شود به شمارهٔ Hunt 237 در کتابخانهٔ بادلیان آکسفورد موجود است. این نسخه بازنویسی ابوجعفر خازن (حدود ۹۵۰م) از مقالهٔ پنجم مخروطات آپولونیوس است.

[۲۶] نگاه کنید به چاپ عکسی تنها نسخهٔ موجود این مجموعه در منبع زیر. مهمترین بخش‌ها در صفحات ۳۱ و ۳۲ و صفحهٔ ۳۸ سطور ۶ تا ۸ آمده‌اند.

Sezgin, F., (ed.), *Manuscript of Arabic Mathematical and Astronomical Treatises*, Frankfurt: IGAIW, 2001, series C, vol. 66.

[۲۷] متأسفانه از «جملهٔ» یازدهم کتاب خازمی تنها عنوان فصول آن باقی مانده است. مطالب مذکور مؤلف مقاله در مورد بیضی در حقیقت در جملهٔ پنجم مقالهٔ اول این اثر در مورد ساخت نوعی ابزار آمده است. – م.

توضیح دیگری پیدا کند. ما تنها زمانی اطمینان خواهیم یافت که تشریح قبله‌نما را در دست‌نوشته‌ای عربی یا فارسی بیابیم. دیوید کینگ نشان داده است که مختصات جغرافیایی صد و چند جایی که بر صفحهٔ قبله‌نما حک شده‌اند، احتمالاً از فهرستی از آسیای مرکزی قرن پانزدهم اخذ شده‌اند. از این تنها می‌توان نتیجه گرفت که داده‌های مذکور در اصفهان قرن هفدهم در دسترس بوده‌اند.

حال فرض کنید که قبله‌نما در حوزهٔ فرهنگی اسلامی اختراع شده باشد. آنگاه می‌توان حدسیاتی را دربارهٔ محل و زمانی، که در آن به دنبال مخترع آن باید گشت، پیش بکشیم. کینگ بر پایهٔ استدلالی کلی حبش حاسب، ریاضیدان قرن نهم در بغداد، را مطرح می‌کند. حبش هم مبدع روشی برای یافتن M′ در شکلِ ۶ است[۲۸]؛ روشی که به مراتب از روش بیرونی پیچیده‌تر است. شبکهٔ خطوط مستقیم و بیضوی قبله‌نما نمی‌تواند به سادگی از روش حبش استخراج شود. از این‌رو، به نظر من، این افتخار نصیب او نمی‌شود و اصولاً بیرونی می‌توانسته است قبله‌نما را اختراع کرده باشد. بیرونی به تصویرنگاری قائم دوایر کرهٔ آسمان بر افق علاقمند بود و حتی بر این اساس نوع جدیدی اسطرلاب، مشتمل بر بیضی و سایر مقاطع مخروطی طراحی کرد. البته تردید در این باره بجاست زیرا بیرونی در هیچ یک از کتاب‌های به جا مانده‌اش نامی از قبله نما نبرده است.

یکی از این کتاب‌ها قانون مسعودی است. این کتاب مجموعه‌ای جامع از علم نجوم و اطلاعات گوناگون دربارهٔ قبله است. بیرونی این کتاب را در سال ۴۲۰ ق برای پسر سلطان محمود، نوشت. قاعدتاً این کتاب جای مناسبی برای تشریح قبله‌نما بوده است.

کار خازمی این برداشت را در من ایجاد کرد که او تمام نظریه‌های لازم برای اختراع قبله‌نما را می‌شناخته است. قابل توجه است که خازمی در اصفهان، که هر سه قبله‌نمای کشف شده در آن‌جا ساخته شده‌اند، کار می‌کرده است. شیوهٔ او در تصویرنگاری قائم دایرهٔ مدار آسمانی بر یک بیضی، ناقص و مبهم است. به این خاطر، به نظر من او هم نمی‌تواند مخترع قبله‌نما بوده باشد. بر پایهٔ همهٔ آنچه گذشت، حدس من این است که قبله‌نما در فاصلهٔ ۴۱۰ تا ۴۵۰ ق اختراع شده است. یک قرینهٔ دیگر برای این حدس دانش مسلمانان در زمان مذکور دربارهٔ مخروطات است. این دانش در نیمهٔ اول قرن یازدهم وسیع بود، اما پس از آن سخت افول کرد. اختراع قبله‌نما می‌تواند کار ابن‌هیثم (حدود ۳۵۳ق تا ۴۳۶ ق) نیز بوده باشد. او در مصر می‌زیست، به مخروطات علاقهٔ بسیار داشت و بیرونی، پس از مهاجرت اجباری‌اش از خوارزم، ارتباط کمی با او داشت یا اصلاً ارتباطی نداشت.

---

[۲۸] برای قبله‌نمای حبش نگاه کنید به منبع مذکور در پانویس ۱۰، ص ۶۳ (روابط ریاضی قبله‌نما در آن‌جا توضیح داده نشده است) و همچنین:

Kennedy, E. S., & Yusuf ‘Id, “A Letter of al-Bīrūnī: Ḥabash al-Ḥāsib’s Analemma for the Qibla”, *Historia Mathematica*, vol. 1, 1974, pp. 3-11.

رابطهٔ بین ترسیمات بیرونی و حبش در منبع زیر شرح داده شده است:

Berggren, J. L., “A Comparison of Four Analemmas for Determining the Azimuth of the Qibla”, *Journal for the History of Arabic Science*, vol. 4, 1980, pp. 69-80.

از این قرار ما باید در متون قرن یازدهم جستجو کنیم، اما متأسفانه بخش اعظم این آثار از بین رفته است و احتمال این که شرح متأخرتری دربارهٔ قبله‌نما پیدا کنیم بیشتر است. ممکن است بگوئیم که قبله‌نما در تمدن اسلامی اختراع شده است اما، هرگز موفق به اثبات این ادعا نشویم. در این صورت بیرونی و ابن هیثم اگر زنده بودند، می‌گفتند: «واللهُ اعلم».

در حال حاضر در اصفهان یک خانهٔ ریاضیات تأسیس شده است[29] و علاقهٔ ایرانیان به قبله‌نماها بسیار زیاد است. ای کاش سنت قدیمی، عرضهٔ قبله‌نما در بازار اصفهان، احیا شود. امیدوارم نوشتهٔ حاضر بتواند در تحقق این امر سهمی ادا کند[۳۰].

یادداشت ویراستار: شاید نمونه‌های دیگری از این قبله‌نماها هنوز در ایران یا جاهای دیگر باقی مانده باشد. یک سرنخ مهم برای جستجو در این باره توصیف موجود در کتاب هفت هزار سال فلزکاری ایران تألیف محمدتقی احسانی (انتشارات علمی فرهنگی، ۱۳۶۸ش) است که به وجود دو بیت فارسی به عنوان دستور کار حک شده روی یک قبله‌نما اشاره می‌کند:

از این آئینهٔ قبله‌نما چون قبله را جویی — به عقرب نقطهٔ قطب جنوبی را بکن میزان
ببین بعد بلد را از جنوب و از شمال آنگه — به هر جا منتهی گردید سمت قبله باشد آن

این شعر از لحاظ محتوا مانند شعر حک شده روی قبله‌نماهای اصفهان است. احسانی اطلاع بیشتری دربارهٔ قبله‌نمای مورد اشاره‌اش نمی‌دهد.

> گمان ندارم کوششی که برای نشان دادن راه درست کردن قبله می‌کنیم در آن دنیا بی‌مزد بماند و در این دنیا ستوده نباشد.
>
> بیرونی، تحدید نهایات الاماکن، ترجمهٔ احمد آرام، ص ۱۵

[29] www.mathhouse.org

[۳۰] ترجمهٔ فارسی مقالهٔ من «کارگاهی آموزشی دربارهٔ کاشیکاری ایرانی» در مجلهٔ نوین ریاضیات، سال ۱۶، شمارهٔ ۲، ۱۹۹۶م، ص ۳۸–۴۲، در مجلهٔ فرنود متعلق به انجمن معلمان ریاضی اصفهان (مرداد ۱۳۷۷ش) به چاپ رسیده است. ترجمهٔ فارسی مقالهٔ حاضر در فروردین ۱۳۸۳ش در کارگاهی آموزشی دربارهٔ قبله‌نما (خانهٔ ریاضی اصفهان) تکثیر و توزیع شد.