اقلیدس، عمر خیام و ساکری

دیوید یوجین اسمیت[1]
ترجمهٔ غلامحسین صدری افشار

مقدمهٔ مترجم

دیوید یوجین اسمیت (۱۸۶۰–۱۹۴۴) استاد کالج معلمان کلمبیا (۱۹۰۱–۱۹۲۶)، سردبیر ریاضی دائرة المعارف اینترنشنال (۱۹۰۲–۱۹۱۶) و بریتانیکا (۱۹۲۷ به بعد) از بنیانگذاران انجمن تاریخ علم در بوستون (۱۹۲۴) بود که جرج سارتن مجلهٔ اُسیریس را به هزینهٔ آن انجمن منتشر کرد.

اسمیت اول بار در سال ۱۳۱۳ برای جشن‌های هزارهٔ فردوسی به ایران آمد و در تهران سخنرانی‌هایی دربارهٔ تاریخ ریاضیات کرد. او آثار متعددی نوشت و ترجمهٔ منظومی از رباعیات خیام فراهم کرد. تاریخ ریاضیات او در دو مجلد در سال‌های ۱۳۵۶ و ۱۳۷۳ به فارسی ترجمه شده است [به دست غلامحسین صدری‌افشار].

از دیگر آثار اوست: تاریخ ریاضیات جدید (۱۸۹۶)، اعداد هند و عربی (همراه با کارپینسکی، بوستون ۱۹۱۱)، تاریخ ریاضیات ژاپن (همراه با یوشیو میکامی، شیکاگو ۱۹۱۴)، دین ما به یونان و روم (۱۹۲۲) و کتاب‌ها و مقاله‌های بسیار دیگر.

او کتابخانهٔ بزرگی از آثار ریاضی ملت‌های مختلف گردآوری و به دانشگاه کلمبیا اهدا کرد.

دکتر عیسی صدیق اعلم در جلد دوم یادگار عمر (تهران، ۱۳۴۵، ص ۱۲۷–۱۲۹) به سخنرانی اسمیت در دانش‌سرای عالی اشاره کرده است:

> در تالار اجتماعات [دانش‌سرای عالی] روزهای دوشنبه از ساعت ۱۶ تا ۱۸ دانشمندان بزرگ ایرانی و خارجی برای دانشجویان سخنرانی می‌کردند که اسامی بعضی از آنان که در دانشگاه تهران اشتغال نداشتند ذکر می‌شود: ...، ذکاء الملک فروغی، حسین علاء، ...، پروفسور پوپ[2] مؤلف نامی کتاب بررسی هنر ایرانی، پروفسور کرستن‌سن[3] استاد نامور دانشگاه کپنهاک و مؤلف کتب متعدد راجع به تاریخ ایران، هارولد لمب[4] امریکایی نویسندهٔ

---

1 David Eugene Smith
2 Arthur Upham Pope
3 Christensen
4 Harold Lamb

> معروف کتب متعدد دربارهٔ اشخاص تاریخی شرق نزدیک چون کورش، عمر خیام، چنگیز...، آندره گدار[5] رئیس باستان‌شناسی ایران و مؤلف چند کتاب راجع به تمدن و هنر ایران، پرفسور اسمیت استاد دانشگاه کلمبیا و مؤلف کتاب تاریخ ریاضیات.
>
> دانشمندان مذکور که اکنون بیشترشان چهره در نقاب خاک کشیده‌اند با مقام شامخ و نفوذی که داشتند، هر یک در رشتهٔ خود یک یا چند خطابه ایراد کردند که بسیار در دانشجویان مؤثر افتاد و ذهن آنان را نسبت به تاریخ درخشان و عظمت فرهنگ و تمدن ایران روشن ساخت و بسیاری از مسائل اجتماعی و اقتصادی روز را برای آنان تشریح و تبیین کرد.

مرحوم احمد آرام هم در گوهر عمر (چاپ دوم، دانشگاه تهران، ۱۳۸۸، ص۹۰) از اسمیت (بدون ذکر نام) یاد کرده است:

> وزارت آموزش و پرورش یک معلم ریاضیات آمریکایی را که راجع به خیام هم کاری کرده بود به ایران دعوت کرد. حالا اسمش یادم رفته، کتاب هندسه‌اش را دارم. او یک شب به مدرسه آمد و آن شب انجمن ادبی هم بود. در انجمن ادبی آقای دبیر اعظم هم بود. چون ادیب بود، آقای دکتر صدیق اعلم که مهماندار بود آمده بود.

***

خیام و اصل موضوع توازی

در جریان دیدار از برخی کتابخانه‌های مهم ایران در سال ۱۳۱۲/۱۹۳۳ در مدرسهٔ سپهسالار تهران نسخه‌ای خطی یافتم که دانشمند معروف، نصیرالدین طوسی، آن را نوشته بود. این از جمله رساله‌های با عنوان «مقالید»، شامل آثاری از نویسندگان مختلف ایرانی، عرب و یونانی در ۱۸۴ صفحهٔ ۲۰/۵×۱۸/۵ سانتیمتری است. نسخه بدخط، فاقد اعرابگذاری و کم‌رنگ است و در نتیجه خواندنش دشوار. با این حال دارای چنان اهمیتی است که برای خواندن آن از دکتر صدیق اعلم، رئیس دانشسرای عالی و یکی از دبیران نهضت آموزش جدید در ایران و خاورزمین، کمک گرفتم. افتخار ترجمهٔ نسخه‌های ریاضی چنین اثر مهمی – که افتخار بزرگی محسوب می‌شود – به یک دانشور ایرانی آشنا به زبان عربی و انگلیسی به نام علی‌قلی‌خان حکیم‌نژاد تهرانی واگذار شد. معلوم شد این وظیفهٔ دشواری است، چون امکانی برای تهیهٔ نسخهٔ عکسی آن وجود نداشت. باید خطاط خبره‌ای نسخهٔ اصلی را رونویسی می‌کرد و پس از سه بار تلاش که رونوشت قابل قبولی فراهم می‌شد. نام کاتب نسخهٔ اصلی ناخوانا بود، ولی تصور می‌شد حسن بن محمد بن مطهر باشد، با این حال تاریخ کتابت به خوبی خوانا بود: ۷۸۹ هجری (۸۸–۱۳۸۷میلادی) یا ۱۱۴ سال پس از وفات نصیرالدین طوسی.

ارزش نسخه به این محدود نمی‌شود که صرفاً نسخه‌ای از شرح نصیرالدین طوسی است، بلکه

---

[5] André Godard

همچنین حاوی بخش مهمی از یک رسالهٔ ریاضی از یک شاعر و ریاضیدان ایرانی است که در غرب به عمر خیام معروف است. اگرچه نسخه‌های دیگری از این رساله در دست است، ولی این نسخهٔ دارای شرح نصیرالدین (که اهمیت خاصی دارد) ظاهراً مورد توجه محققان غربی قرار نگرفته است. به نظر می‌رسد آنچه در این نسخه آمده فصل اول از شرح ما أشکل من مُصادرات اقلیدس است.

طوسی بخشی از اثر خیام را رونویسی و سپس آن را شرح کرده است. او با این کار ثابت می‌کند که خیام یکی از پدیدآورندگان دست کم بخشی از افکاری است که اینک هندسهٔ نااقلیدسی مربوط به خطوط متوازی بر پایهٔ آنها ایجاد شده است و در این زمینه بر ساکری تقدم دارد.

این رساله، مطابق معمول آثار اسلامی با ستایش خداوند آغاز می‌شود:

> بسم الله الرحمن الرحیم. خیام رحمة الله علیه رساله‌ای دارد موسوم به شرح ما أشکل من مُصادرات کتاب إقلیدس که می‌گوید: «لازم است پس از قضیهٔ سوم به کتاب افزوده شود». ما آنها را با عبارت خودش [خیام] نقل و اشکالات آن را انشاء الله برای اطلاع خواننده بیان می‌کنیم.

قضیهٔ ۲۸ مقالهٔ اول اصول اقلیدس شرطی برای توازی دو خط بیان می‌کند و قضیهٔ ۲۹، که عکس آن است، می‌گوید:

> خط قاطع دو خط متوازی، زاویه‌های متبادل مساوی با یکدیگر ایجاد می‌کند، زاویهٔ خارجی مساوی زاویهٔ داخلی متقابل و زاویه‌های داخلی یک طرف برابر دو قائمه‌اند.

مشهور است که اقلیدس اثبات این قضیه را بر اساس اصل موضوعی بیان کرده است که چندان مورد استقبال چند تن از معروف‌ترین هندسه‌دانان پس از وی قرار نگرفت. این اصل موضوع که در اغلب نسخه‌ها پنجمین اصل است، چنین بیان می‌شود:

> اگر خط قاطع دو خط راست زاویه‌های داخلی یک طرف را کمتر از دو قائمه ایجاد کند، اگر دو خط راست را تا بی‌نهایت ادامه دهیم، در سمتی تلاقی خواهند کرد که زاویه‌ها کمتر از دو قائمه‌اند.

کاملاً پیداست کسانی که نسبت به این اصل موضوع معترض بودند، احساس می‌کردند باید از قبول آن به‌عنوان یک فرض کامل پرهیز کرد و خود قضیهٔ ۲۹ را به‌عنوان اصل موضوع پذیرفت. در هر صورت، اغلب معترضان برای رفع مشکل، در صدد اثبات آن اصل موضوع برآمدند.

تلاش برای اصلاح یا اثبات این اصل موضوع زیاد بوده است. همان گونه که سر توماس هیث در اثر به یادماندنی‌اش دربارهٔ اصول اقلیدس می‌گوید:

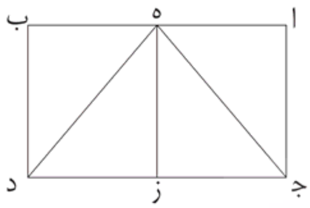
> وقتی به تلاش‌های بی‌شماری که در طی بیست قرن در جهت اثبات این اصل موضوع صورت گرفته است نگاه می‌کنیم، که بسیاریشان به دست هندسه‌دانان توانایی بوده است،

نمی‌توانیم از ستایش نبوغ مردی خودداری کنیم که دریافت چنین فرضی، که برای اعتبار کل دستگاه ضرورت دارد، قابل اثبات نیست.

قسمتی از نوشتهٔ خیام به نقل از نسخهٔ طوسی

شکل ب وهو ل من الأصول

شکل ابجد را ترسیم می‌کنیم. اب را در نقطهٔ ه نصف می‌کنیم. هز را عمود بر اب رسم می‌کنیم. می‌گوییم: جز برابر است با زد و هز بر جد عمود است.

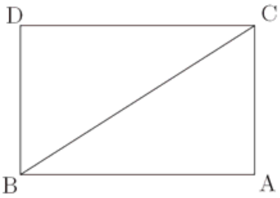


برهانش: جه و هد را ترسیم می‌کنیم. پس خط اج برابر با بد و اه برابر با هب است و زاویه‌های ا و ب قائمه هستند. پس قاعده‌های جه و هد متساوی‌اند و زاویه‌های اهج و بهد مساوی‌اند. در نتیجه زاویه‌های جهز و زهد مساوی‌اند. خط جه مساوی با خط هد است و هز مشترک است و دو زاویهٔ هجز و هدز متساوی‌اند. پس مثلث <جهز> مساوی مثلث <دهز> است و دیگر زاویه‌ها و ضلع‌های متناظرشان با هم مساوی‌اند. پس جز مثل زد و زاویهٔ جزه مثل دزه قائمه و مساوی‌اند. و این چیزی است که می‌خواستیم بیان کنیم.

هیث کارهای بطلمیوس، پروکلوس، نصیرالدین طوسی، والیس، ساکری، لامبرت و لژاندر را از جملهٔ کارهای در خور توجه برای اثبات این اصل موضوع نام می‌برد. همچنین به پوزیدونیوس، گمینوس، پلیفر، کارنو، لاپلاس، لورنتس، بابای، گاوس، کلرو، ورونز و اینگرامی اشاره دارد که می‌توان ثابت بن قرّة، یوحنّا القس، لاوی بن قارشون، رابرت سیمسون و کلاویوس را بدان‌ها افزود.

اهمیت قضیه معلوم است، چون قضیه مربوط به مجموع زاویه‌های مثلث و بنابراین خواص بنیادی مثلثات به آن وابسته است. نخستین پیروان اقلیدس دریافتند بدون پذیرش این قضیه به عنوان اصل موضوع آن را تنها می‌توان با جانشین کردن اصل موضوع پنجم اقلیدس اثبات کرد که بیشتر مشهود است. راه دیگر ایجاد هندسه‌ای کاملاً جدید است که باید مستقل از اصل موضوع پنجم باشد و برای این کار هندسه‌دانان بیش از دو هزار سال - تا نیمهٔ سدهٔ هجدهم - انتظار کشیدند.

تاریخ‌نگاران ریاضیات عموماً کار نصیرالدین طوسی (حدود ۱۲۵۰م/۶۵۰ ق) را نخستین گام در تلاش‌های فراوانی می‌دانند که برای اثبات این اصل موضوع انجام شد و در عین حال به منزلهٔ پایه‌گذاری هندسهٔ نااقلیدسی، هرچند به طور ناخودآگاه، بود. در نسخه سه لم ارائه شده که عرضهٔ لم دوم برای منظور ما کفایت می‌کند و بر اساس تصویر زیر آن را به اختصار ذکر می‌کنیم.



فرض کنید AC و BD بر AB عمودند و $AC = BD$. BC را رسم می‌کنیم. نخست ثابت می‌کنیم $\angle ACD$ و $\angle BDC$ نه حاده و نه منفرجه‌اند که در نتیجهٔ آن معلوم می‌شود $CD = AB$. آنگاه دو زاویهٔ $\angle ACD$ و $\angle BDC$ متساوی و برابر با قائمه‌اند و $AB = CD$.

لم سوم به مجموع زوایای مثلث مربوط است و از لم دوم نتیجه می‌شود.

حال اهمیت نسخهٔ مورد نظر از این جهت است که جیرولامو ساکری، که اثر او با نام رسالهٔ اقلیدس رسته از هر خطا (۱۷۳۳)[6] عموماً قدم اول در راه ایجاد هندسهٔ نااقلیدسی تلقی می‌شود، همان لم نصیرالدین طوسی را به کار می‌گیرد که ثابت خواهیم کرد متعلق به خیام است و حتیٰ شکل را مانند نصیرالدین حرف‌گذاری کرده و برای همان منظور به کار گرفته است. این امر چندان مهم نیست، چون ساکری به کار جان والیس آشنا بوده و والیس در کتابش از طوسی نام می‌برد. ولی طوسی دقیقاً ذکر می‌کند که این مطلب از عمر خیام است و از اینجا پیداست که خیام الهام‌بخش او بوده است. به‌علاوه ساکری (مقالهٔ اول، فصل اول، قضیهٔ ۲۱، شمارهٔ ۳) خلاصه‌ای از عقاید نصیرالدین طوسی را برای انتقاد از او نقل می‌کند.

برای بهتر نشان دادن تأثیر عمر خیام بر کار ساکری باید به مطالب زیر توجه کنیم که هر دو بدون آن که تحریف شوند تلخیص شده‌اند.

عمر خیام

به فرض $BD \perp AB$ و $AC \perp AB$ و $AC = BD$. BC و AD را رسم می‌کنیم، آنگاه $\angle ACD = \angle BDC$. خیام نخست ثابت می‌کند که $\Delta CAB = \Delta DBA$. او برای اثبات این که $\angle ACD = \angle BDC$ نخست ثابت می‌کند $\angle ACB = \angle BDA$ و $\angle BCD = \angle ADC$.

ساکری

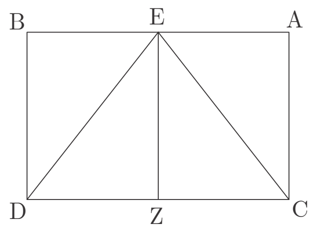
به فرض $AC = BD$ و زاویه‌های A و B برابراند. آنگاه $\angle ACD = \angle BDC$. ساکری سپس AD و BC را رسم و اثبات می‌کند: $\Delta CAB = \Delta DBA$. بنابراین $\angle ACD = \angle BDC$

صرف نظر از تغییرات جرئی در نوشتن و بهره‌گیری از علایم جدید، این دو روش یکی هستند.

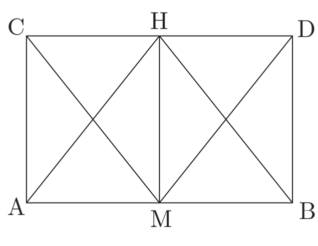
قضیهٔ دوم

قضیهٔ دوم بیان شده توسط عمر خیام و ساکری به شرح زیر است:

عمر خیام



ساکری



[6] *Euclid ab omni naevo vindicatus*

عمر خیام

مستطیل $ABCD$ را داریم. E وسط AB است و $EZ \perp CD$. ثابت می‌کنیم $CZ = DZ$ و $EZ \perp CD$. بر پایهٔ تساوی دو مثلث، $\angle EZC = \angle EZD$ و $\angle CZ = \angle DZ$.

ساکری

مستطیل $ABCD$ را داریم. H وسط CD و M وسط AB است. ثابت می‌کنیم $\angle HMA = \angle HMB$. بر اثر تساوی دو مثلث حکم به آسانی نتیجه می‌شود.

هر دو در اصل یکسانند، جز این که عمر خیام با نیمساز (E) و عمودمنصف (EZ) شروع می‌کند، درحالی که ساکری دو نیمساز (H و M) به کار می‌برد. هر دو روش اثبات اساساً یکی است.

جالب است که توصیف پروفسور کولیج از قضیهٔ ساکری در اصل مال خیام و حالتی ساده‌تر است که بازگشتی ناخودآگاه به اصل قدیمی‌تر به شمار می‌رود.

بدبختانه فرضیات قضیهٔ سوم در ترجمه‌ای که در دست داریم از قلم افتاده، ولی نتیجه‌گیری آن آمده است که شبیه نتیجه‌گیری ساکری است. قضیه (به طور مختصر) چنین است:

در چهارضلعی $ABCD$ زاویه‌های A و B قائمه‌اند:

۱. اگر زاویه‌های C و D هر دو قائمه باشند، در آن صورت $CD = AB$
۲. اگر زاویه‌های C و D هر دو منفرجه باشند، در آن صورت $CD < AB$
۳. اگر زاویه‌های C و D هر دو حاده باشند، در آن صورت $CD > AB$

بنابراین می‌بینیم قضایای مورد اشارهٔ خیام همان چند قضیهٔ اول ساکری است و اثبات‌ها هم همان است و مواردی عیناً یکی هستند.

ما از این‌ها شالوده‌ای برای اثبات قضیهٔ موازی‌ها داریم. ولی در اینجا یک تفاوت هست: ساکری اشاره‌ای به یک هندسهٔ تازه دارد– یک هندسهٔ نااقلیدسی؛ در حالی که ظاهراً خیام این گام را برنداشته است.

نسخه‌ای از خیام که در اینجا بررسی شد، نقدهای جالب دیگری بر اقلیدس دارد که در مقالهٔ بعدی مورد بحث قرار خواهد گرفت.