رسائل

ترجمهٔ رسالهٔ سُلّم السماء
اثر غیاث‌الدین جمشید کاشانی

حمید بهلول[۱]

مقدمه

از بیشتر آثار غیاث‌الدین جمشید کاشانی ریاضی‌دان و منجم مشهور ایرانی، نسخه‌های خطی متعددی باقی‌مانده است، اما دانسته‌های ما از زندگی او بسیار اندک و تا حدودی تقریبی است. در حدود ۷۹۰ ق در کاشان متولد شده[۲] و در قسمتی از نواحی مرکزی ایران موسوم به عراق عجم[۳] تحصیل کرده است؛ اما اطلاعی از این نداریم که در چه مدارسی و نزد چه استادانی پرورش یافته است.[۴] زندگی علمی کاشانی را می‌توانیم به دو دورهٔ عمدهٔ فعالیت در کاشان و سمرقند تقسیم کنیم. ابتدا او در محل تولدش به رصد و تألیف آثار عموماً نجومی پرداخته است. در دو تاریخ ۱۲ ذی‌الحجهٔ ۸۰۸ ق و ۱۵ جمادی‌الثانی ۸۰۸ ق دو ماه‌گرفتگی را در کاشان رصد کرده؛ سپس در ۲۱ رمضان ۸۰۹ ق کار تألیف رسالهٔ سلم السماء یا الرسالة الکمالیة را به پایان برده و در ۲۰ ذی‌الحجهٔ ۸۰۹ ق ماه‌گرفتگی دیگری را رصد کرده است.[۵]

---

[۱] دانشجوی دکتری تاریخ علم، پژوهشگاه علوم انسانی و مطالعات فرهنگی، h_bohlul@yahoo.com

[۲] محیط طباطبایی، ۱۳۱۹الف، ص۳.

[۳] ناحیهٔ بین اصفهان، همدان و تهران تا پیش از انقلاب مشروطه و تقسیم کشور به استان‌ها به عراق عجم معروف بوده است. شهرهای مهمی چون ری، قم، کاشان، قزوین، همدان، اصفهان، کرمانشاه، اراک و تفرش در این ناحیه واقع بوده‌اند.

[4] Youschkevitch & Rosenfeld, p. 255.

[۵] به گفتهٔ کاشانی در زیج خاقانی (۳ر–۳پ) این رصدها برای محاسبهٔ حرکت متوسط ماه صورت گرفته است.

او فعالیت‌های علمی خود را در کاشان با تألیف رساله‌های لباب اسکندری در ۸۱۳ ق (به فارسی)،[۶] زیج خاقانی در تکمیل زیج ایلخانی در ۸۱۶ ق (به فارسی)، رساله در شرح آلات رصد در ذی‌القعدهٔ ۸۱۸ ق (به فارسی) و نزهة الحدائق در ذی‌الحجهٔ ۸۱۸ ق (به عربی) ادامه داده است.[۷] سپس کاشانی به علت شهرتش در امور رصد و نجوم مورد توجه الغبیگ[۸] (۷۹۶–۸۵۳ ق) قرار گرفته و به دعوت او به سمرقند عزیمت کرده است تا در ساخت رصدخانه و تدوین زیج گورکانی، الغبیگ را یاری رساند. ساخت رصدخانهٔ سمرقند در حدود ۸۲۴ ق آغاز شد و احتمالاً کاشانی اندکی پس از آن زمان وارد سمرقند شده است.[۹]

پس از مدتی اقامت در سمرقند، به پدرش در کاشان نامه‌هایی نگاشته و دربارهٔ دانشمندان دربار الغبیگ، وضعیت علمی سمرقند، شخصیت علمی الغبیگ و ... مطالبی عرضه کرده است.[۱۰] چنان که از آن نامه‌ها برمی‌آید بخشی از ساختمان رصدخانه و ابزارهای رصد[۱۱] بنا به نقشه و طرح کاشانی ساخته شده است. او در ادامهٔ فعالیت‌هایش در سمرقند، الرسالة المحیطیة را در ۸۲۷ ق (به عربی)، الحاقات نزهة الحدائق را در ۸۲۹ ق (به عربی)، مفتاح الحساب را در ۸۳۰ ق (به عربی) و الوتر والجیب[۱۲] را تصنیف کرده است.[۱۳] این ریاضی‌دان و منجم بزرگ در ۱۹ رمضان ۸۳۲ ق (یعنی در حدود ۴۲ سالگی) در محل رصدخانهٔ سمرقند درگذشته است؛[۱۴] احتمالاً مدفن وی یا برفراز تپه‌ای موسوم به «کوهک» یا «چوپان آتا»[۱۵] است و یا در گورستان شاه زند، نزدیکی آرامگاه قاضی‌زادهٔ رومی.[۱۶]

[۶] نک: نیک‌فهم خوب‌روان و سوادی، صص ۵۴–۶۳.
[۷] قربانی، ۱۳۶۸، ص ۲.
[۸] نک: قربانی، ۱۳۷۵، صص ۱۳۷–۱۴۰.
[۹] نک: قربانی، ۱۳۶۸، ص ۵–۸.
[۱۰] نک: Kennedy, 1960a, pp. 191-213؛ باقری، ۳۳–۹۵؛ Bagheri, 1997, 241-256
[۱۱] همان، صص ۴۱ و ۶۵.
[۱۲] کاشانی از این رساله در مقدمهٔ مفتاح الحساب (۳پ) نام برده اما تاکنون نسخهٔ خطی آن به دست نیامده است؛ اما خوشبختانه قاضی‌زادهٔ رومی، عبدالعلی بیرجندی و میرم چلبی شرح‌هایی دربارهٔ آن نگاشته‌اند (قربانی، ۱۳۶۸، صص ۱۵۴–۱۷۶؛ سوادی، صص ۴۲–۵۲).
[۱۳] کاشانی آثار دیگری از جمله تلخیص المفتاح و زیج تسهیلات نیز تألیف کرده است؛ برای اطلاعات بیشتر دربارهٔ آثار او و پژوهش‌های صورت گرفته دربارهٔ آنها به (Kennedy, 1960b, pp. 5-10)، (Youschkevitch & Rosenfeld, pp. 260-262)، (بایمت‌اف، صص ۳۹–۴۳)، (قربانی، ۱۳۶۸، صص ۱۵–۱۷۶)، (باقری، صص ۱۹–۲۵)، برای نسخه‌های خطی آثار او به (Rosenfeld & Ihsanoglu, pp. 269-271)، برای آثار منسوب به او به (قربانی، ۱۳۶۸، صص ۲۸–۳۰) و (Bagheri, 2002, pp. 357-363) و برای اطلاعات بیشتر دربارهٔ زندگی او به (قربانی، ۱۳۶۸، صص ۱–۱۴)، (Kennedy, 1960b, pp. 1-5)، (محیط طباطبایی، ۱۳۱۹الف، صص ۱–۸)، (یوشکویچ و رزنفلد، صص ۸–۱۶) و (باقری، صص ۵–۱۷)، مراجعه کنید.
[۱۴] قربانی، ۱۳۶۸، ص ۹؛ Kennedy, 1960b, p. 7.
[۱۵] محیط طباطبایی، ۱۳۱۹ب، ص ۱۹.
[۱۶] باقری، ص ۱۲۶.

سُلّم السماء (نردبان آسمان) یا الرسالة الکمالیة

کاشانی ابتدا این اثر را به کمال‌الدین محمود، از وزرای دورهٔ تیموری[17] تقدیم کـرده و نـام آن را الرسـالة الکمالیة گذاشته بود، اما چندی بعد (احتمالاً در سمرقند) نام کمال‌الدین محمود و عبارات مربوط به او را از مقدمه حذف کرده و آن را سلم السماء (نردبان آسمان) نامیـده اسـت.[18] البتـه او تغییـرات انـدکی نیـز در محتوای کتاب داده است.

در این رساله کاشانی فاصلهٔ سیارات و ستارگان را تا مرکز زمین بر مبنای شعاع زمین و حجم سیارات را بر مبنای حجم زمین محاسبه می‌کند. در این اثر، او به طور کلی به روش بطلمیوس[19] در محاسبهٔ ابعاد عالم پایبند است[20] و تنها برخی از نقـدهایی را کـه پـیش‌تـر مؤیدالـدین عرضـی در کتـاب الهیئـة[21] بـه بطلمیوس وارد و قطب‌الدین شیرازی در التحفة الشاهیة[22] و اختیارات مظفـری[23] آن‌هـا را تأییـد و تکـرار کرده بود، بدون نام بردن از آنها می‌پذیرد. براساس نظر عرضـی، دانشـمندان و منجمـان پیشـین دربـارهٔ ترتیب سیارات دچار خطا شده‌اند؛ او نشان می‌دهد که بین فلک عطارد و فلک خورشـید بـه انـدازهٔ کـافی فضا برای حضور فلک زهره وجود ندارد؛ لذا به علوی بودن فلک زهـره رأی می‌دهـد، یعنـی آن را دقیقـاً بالای فلک خورشید جای می‌دهد نه پایین آن. کاشانی برای حل این مسأله همـان طـور کـه گفتـه شـد برخی از نقدها و استدلال‌های عرضی را می‌پذیرد اما با وجود این، نتیجهٔ آنها یعنی جابه‌جایی فلک زهـره را رد می‌کند؛ او در مقدمهٔ سلم السماء می‌گوید اگر بر دقت محاسبات اضافه کنیم و همهٔ مراحل محاسـبه را با دقت بیشتر انجام دهیم، فاصلهٔ بین عطارد و خورشید طوری به دست می‌آید که نیازی به جایـه‌جایی فلک زهره نیست.

چاپ سنگی سلم السماء در سال ۱۲۸۶ق منتشر شده[24] و بخش قابـل تـوجهی از مقدمـهٔ آن را سـید محمد محیط طباطبایی ترجمه کرده است.[25] نگارنده نیز پایان‌نامهٔ کارشناسی ارشد خود را با عنوان «سـلم السماء: ویرایش، ترجمه و تحقیق» در سال ۱۳۸۶ به انجام رسانده است و در واقع ترجمهٔ حاضر بخشی از آن رساله (با اندکی تغییر) به شمار می‌آید. نسخهٔ خطی شـمارهٔ ۳۱۸۰/۸ کتابخانـهٔ ملـی ملـک،[26] نسـخهٔ اساس ترجمهٔ متن سلم السماء بوده است؛ هرچند هرجا متن، ناخوانا یا مبهم بوده از نسخه‌های دیگر نیـز

[17] خواندمیر، ص ۳۴۳؛ محیط طباطبایی ۱۳۱۹ب، ص ۲۳.

[18] کاشانی، ۸۰۹ ق، ۱۴۸پ–۱۴۹ر؛ قربانی، ۱۳۶۸، صص ۲۲ و ۲۳.

[19] Ptolemy

[20] برای روش بطلمیوس نک: Goldstein, pp. 9-12.

[21] روش او را در (عرضی، صص ۲۹۰–۳۱۳) و تحلیل آن را در (Goldstein & Swerdlow, pp. 143-168) ببینید.

[22] ۱۴۶پ–۱۴۹پ.

[23] ۱۶۷ر–۱۷۱پ.

[24] نک: کاشانی، ۱۲۸۶ق.

[25] محیط طباطبایی، ۱۳۱۹ب، صص ۲۲و ۲۳؛ قربانی، ۱۳۶۸، صص ۲۳ و ۲۴؛ دهخدا، ذیل غیاث‌الدین جمشید.

[26] ۱۴۸پ–۱۶۸پ.

کمک گرفته شده است.[27] نسخهٔ اخیر را معین‌الدین کاشانی[28] در زمان حیات غیاث‌الدین جمشید در ماه صفر سال ۸۳۰ ق و از روی نسخه‌ای به دست خط خود او استنساخ کرده است که در میان نسخه‌های موجود بالاترین اعتبار را دارد.

در ترجمه، هرجا لازم بوده توضیحی مختصر در پرانتز () برای روشن‌تر شدن متن آمده است و بسیاری از اعداد که کاشانی آنها را با حروف نوشته بود، به رقم برگردانده شده است.

منابع

باقری، محمد، از سمرقند به کاشان: نامه‌های غیاث‌الدین جمشید کاشانی به پدرش، تهران ۱۳۷۵.

بایمت‌اف، لقمان، «معرفی و نقد تحقیقات دانشمندان روسی راجع به غیاث‌الدین جمشید کاشانی و آثار وی»، کتاب ماه علوم و فنون، ش ۵۶، آذر ۱۳۸۱.

بهلول، حمید، «سلم السماء: ویرایش، ترجمه و تحقیق»، پایان‌نامهٔ کارشناسی ارشد تاریخ علم، پژوهشکدهٔ تاریخ علم، دانشگاه تهران، ۱۳۸۶.

خواندمیر، غیاث‌الدین بن همام‌الدین حسینی، تاریخ حبیب السیر، ج ۴، تهران، انتشارات خیام.

دهخدا، علی اکبر، لغت‌نامه.

سوادی، فاطمه، «رسالهٔ الوتر والجیب کاشانی: محاسبهٔ سینوس یک درجه»، کتاب ماه علوم و فنون، سال ۵، ش ۴، مرداد ۱۳۹۰.

شیرازی، قطب‌الدین، التحفة الشاهیة، نسخهٔ خطی شمارهٔ ۶۱۳۰ کتابخانه و مرکز اسناد مجلس شورای اسلامی، تاریخ استنساخ ۷۳۰ ق.

همو، اختیارات مظفری، نسخهٔ خطی شمارهٔ ۱۳۰۷۴ کتابخانهٔ ملی ایران.

عرضی، مؤیدالدین، کتاب الهیئة، تصحیح و مقدمه از جورج صلیبا، بیروت ۲۰۰۱م.

عرشی، محمدرضا، «دو گوهر کاشان: نکاتی دربارهٔ دو ریاضی‌دان نامدار کاشانی از سدهٔ ۹ قمری»، کتاب ماه علوم و فنون، سال ۵، ش ۴، ۱۳۹۰.

قربانی، ابوالقاسم، کاشانی نامه، تهران ۱۳۶۸.

همو، زندگی‌نامهٔ ریاضی‌دانان دورهٔ اسلامی، تهران ۱۳۷۵.

کاشانی، غیاث‌الدین جمشید، زیج خاقانی در تکمیل زیج ایلخانی، نسخهٔ خطی شمارهٔ ۲۶۹۲ کتابخانهٔ سلیمانیهٔ ترکیه، با تاریخ ۸۱۶ ق.

همو، سلم السماء، نسخهٔ خطی ۳۱۸۰/۸ کتابخانهٔ ملی ملک، تألیف ۸۰۹ ق.

همان، نسخهٔ چاپ سنگی کتابخانه و مرکز اسناد مجلس شورای اسلامی، تهران ۱۲۸۶ق.

همو، مفتاح الحساب، نسخهٔ خطی شمارهٔ ۳۱۸۰/۱ کتابخانهٔ ملی ملک، تألیف ۸۳۰ ق.

[27] برای اطلاع از نسخه‌های خطی این اثر نک: بهلول، صص ۱۸-۲۲.

[28] برای اطلاع از زندگی و آثار معین‌الدین کاشانی نک: عرشی، ۱۱۴-۱۱۹.

محیط طباطبایی، سید محمد، «غیاث‌الدین جمشید کاشانی»، مجلـۀ آمـوزش و پـرورش، سـال ۱۰، ش ۳، خـرداد ۱۳۱۹.

همان، سال ۱۰، ش ۴، تیر ۱۳۱۹.

نیک‌فهم خوب‌روان، سجاد؛ فاطمه سوادی، «نگاهی به رسالۀ لباب اسکندری»، کتاب ماه علوم و فنون، سال ۵، ش ۴، مرداد ۱۳۹۰.

یوشکویچ، آدولف؛ باریس رزنفلد، «غیاث‌الدین جمشید کاشانی»، هدهد، ترجمۀ پرویز شـهریاری، سـال اول، ش ۲، تیر ۱۳۵۸.

Bagheri, Mohammad, A New Treatise by al-Kāshī on the Depression of the Visible Horizon, *From China to Paris: 2000 years transmission of mathematical ideas*, Edited by Yvonne Dold-Samplonius, Joseph W. Dauben, Menso Folkerts and Benno van Dalen, Stuttgart 2002.

Idem, A Newly Found Letter of Al-Kāshī on Scientific Life in Samarkand, *Historia Mathematica*, vol. 24, 1997.

Youschkevitch, A. P., B. A. Rosenfeld, “Al-Kāshī”, *Dictionary of Scientific Biography*, edited by Gillispie, C. C., vol. 7, New York 1981.

Goldstein, B. R., The Arabic Version of Ptolemy’s Planetary Hypotheses, *Transactions of the American Philosophical Society*, vol. 57, Part4, June 1967.

Idem, Noel Swerdlow, Planetary Distances and Sizes in an Anonymous Arabic Treatise Preserved in Bodleian Ms. Marsh 621, *Centaurus*, vol. 15, Issue 2, June 1971.

Kennedy, E. S., A Letter of Jamshīd al-Kāshī to His Father: Scientific Research and Personalities at a Fifteenth Century Court, *Orientalia*, vol. 29, 1960; reprinted in: Edward S. Kennedy, colleagues and former students, *Studies in the Islamic Exact Sciences*, Beirut 1983.

Idem, *The Planetary Equatorium of Jamshīd Ghiyāth al-Dīn al-Kāshī*, New Jersey 1960.

Rosenfeld, B., Ihsanoglu, E., *Mathematicians, Astronomers, and Other Scholars of Islamic Civilization and their Works (7^{th}-19^{th} c.)*, Istanbul 2003.

ترجمهٔ رساله

به نام خداوند رحمتگر مهربان

ستایش خداوندی راست که آسمان را بی‌ستون برافراشت؛ سپس آن را با چراغ‌های سیارات و ثوابت بیاراست؛ زمین را بدون یاری و کمک برای مردم برپاساخت؛ و در آن بهره‌مندی از چشمه‌ها و باغ‌ها را برایشان ممکن ساخت. استواری هیئت اجرام آسمانی را با اختلاف در جای‌هایشان، گواه علم و قدرتش و کثرت ترکیب عناصر ناهمگون را دلیل وحدتش ساخت. درود بر سرورمان محمد مصطفی، خورشید آسمان رسالت، و بر خاندانش، ماه‌های کامل افق‌های ولایت و سیاست، و بر یارانش، ستارگان مشارق هدایت و عدالت باد.

نیازمندترین آفریدهٔ خداوند متعال به بخشایش او، جمشید بن مسعود بن محمود طبیب کاشانی، ملقب به غیاث– که خداوند احوالش را نیکو گرداند– چنین گوید: هنگامی که کتاب‌های ریاضی و بحث‌های علمِ هیئت– به ویژه مسأله‌های مربوط به فاصلهٔ افلاک و استخراج شعاع‌ها– را مطالعه می‌کردم، اختلافی میان اهل این فن یافتم. گرچه بیشتر ایشان ترتیب مشهور فلک‌ها را تأیید و (محل) فلک زهره را زیر فلک خورشید تعیین کرده‌اند؛ اما یکی از متأخرین پنداشته است که فلک آن (زهره) بالای فلک خورشید است و بر آن چنین استدلال کرده است که اندازهٔ یاد شده در مجسطی برای محدب فلک مایل ماه و مقعر فلک خورشید، به فراخی مجموع ضخامت‌های دو فلک زهره و عطارد نیست؛ چه رسد به این که آن دو میان محدب (فلک) جوزهر ماه و مقعر فلک خورشید جای گیرند. همچنین به اندازهٔ شعاع کوکب‌ها توجه نکرده‌اند؛ در حالی که مجموع همهٔ آن‌ها از شعاع عالم کون و فساد به اندازهٔ ۱۰,۲۲۷ فرسنگ بیشتر است؛ و دورترین فاصلهٔ هر کوکب را نزدیک‌ترین فاصلهٔ کوکب بالایی آن می‌گیرند.

مدتی بود که به حل این مشکل گرفتار و به گره‌گشایی از آن دلخوش بودم. پس از (خداوند) مشکل‌گشا یاری طلبیدم که حقیقت این موضوع را به من الهام و به راه درست هدایتم کند. و برای پی بردن به آن ابعاد، به انجام محاسبات مشغول شدم. برای آگاهی از (اندازهٔ) قطر ماه، طول دایرةالبروجی و عرض آن را در زمان وقوع دو ماه‌گرفتگی که بطلمیوس در مجسطی از آنها یاد کرده است، استخراج کردم. بارها و بارها و با دقت بسیار در (تمامِ مراحلِ) محاسبات تجدید نظر کردم؛ چندان که ثانیه و حتی ثالثه‌ای نادیده گرفته نشود؛ تا این‌که به کسرهایی دست یافتم که هنگام استخراج عرض ماه در دو ماه‌گرفتگی یاد شده، به آن‌ها توجه نکرده بودند. محاسبات را دنبال کردم تا این که اندازهٔ دوری فلک‌های ماه و خورشید حاصل شد؛ آن چنان‌که میان فلک‌های آن دو، فلک‌های زهره و عطارد جای گیرد و مقداری از آن باقی می‌ماند که با ضخامت (فلک) جوزهر ماه برابر می‌شود. پس نیازی به تغییر ترتیب مشهور نیست.

سپس این رساله را مشتمل بر استخراج فاصله، شعاع و حجم کوکب‌ها بدون تساهل در محاسبات نوشتم، تا برای دوستان پندآموز و برای خردمندان بینش‌افزا باشد، و آن را سُلّم السّماء (نردبان آسمان) نام

نهادم– از خداوند مسألت دارم که مرا در درستی گفتار و کردار موفق و به راه راست هدایت کند؛ و او مـرا کافی است و چه نیکو سرپرستی است– و آن را در هفت مقاله و یک خاتمه تنظیم کردم:

مقالهٔ اول، دربارهٔ اندازهٔ زمین و آنچه با آن مرتبط است؛

مقالهٔ دوم، دربارهٔ فاصلهٔ ماه و اندازهٔ قطر آن؛

مقالهٔ سوم، دربارهٔ فاصلهٔ خورشید و اندازهٔ قطر آن و فاصلهٔ رأس مخروط سایه (از زمین)؛

مقالهٔ چهارم، دربارهٔ فاصلهٔ سیارات پایینی و قطر آنها؛

مقالهٔ پنجم؛ دربارهٔ فاصلهٔ سیارات بالایی و قطر آنها؛

مقالهٔ ششم، دربارهٔ فاصلهٔ فلک ستارگان ثابت؛

مقالهٔ هفتم، دربارهٔ حجم کوکب‌ها؛

خاتمه، جدول‌ها.

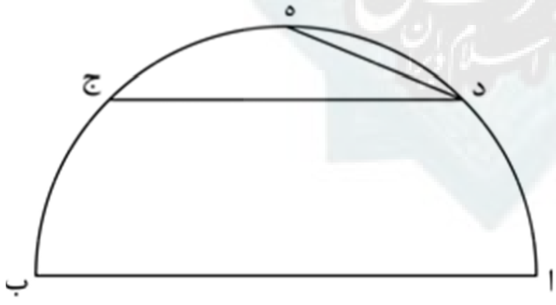
مقالهٔ اول
دربارهٔ اندازهٔ زمین و آنچه با آن مرتبط است

اگر دایرهٔ عظیمه‌ای در صفحهٔ دایرهٔ نصف‌النهار در نظر بگیریم– که همان فصل مشـترک صـفحهٔ دایـرهٔ نصف‌النهار و سطح کرهٔ زمین است– و آن دایره را به سیصد و شصت قسـمت مسـاوی تقسـیم کنـیم؛ و بخواهیم (طول) هر یک از آن قسمت‌ها را بر حسب فرسنگ و ذراع بدانیم، باید بر خط نصف‌النهار، یعنـی (همان) دایرهٔ مفروض، بر روی زمینی مسطح و بدون پستی و بلندی حرکت کنیم، تا جایی که یک درجه به عرض جغرافیایی مبدأ حرکت اضافه یا از آن کم شود. باید در طی مسیر حرکتمـان نشـانه‌هایی نصـب کنیم، به گونه‌ای که اگر از هر یک، به دومین نشانه نگاه کنیم، سومین نشانه را بپوشاند. فاصـلهٔ پیمـوده شده برابر با طول یک درجه از دایرهٔ عظیمهٔ واقع بر زمین است، و (درستی) این (روش) به علـت مـوازی بودن دایره‌های عظیمهٔ زمینی با دایره‌های عظیمهٔ آسمانی است.

دسته‌ای از پیشینیان مانند بطلمیوس، و دیگر برجستگان علم و استادان عمل به تحقیق دربـارهٔ ایـن موضوع پرداختند. (علاوه بر آنان) گروهی از دانشمندان در دورهٔ مـأمون، بـه دسـتور او در دشـت سِـنجار حاضر شدند و اندازهٔ یک درجه از ۳۶۰ درجهٔ خط نصف‌النهار را به دسـت آوردنـد و آن را برابـر بـا $۲۲\frac{۲}{۹}$ فرسنگ یافتند؛ بر این اساس که اندازهٔ هر فرسنگ سه میل، هر میل ۴,۰۰۰ ذراع، هر ذراع ۲۴ انگشـت، هر انگشت به اندازهٔ شش دانهٔ متوسط جو است که پهلو به پهلوی هم قرار گرفته باشند و عرض هر دانهٔ جو به اندازهٔ شش تار موی یال اسب است. حال اگر یک درجه را بر حسب فرسنگ در ۳۶۰ ضرب کنـیم، محیط دایرهٔ عظیمهٔ زمین به دست می‌آید که ۸,۰۰۰ فرسـنگ اسـت. ارشـمیدس (در رسـاله‌ای) دربـارهٔ اندازه‌گیری دایره و کره می‌گوید که محیط هر دایره تقریباً سه و یک هفتم برابر قطرش است. پـس اگـر محیط دایرهٔ (عظیمهٔ زمین) را بر حسب فرسنگ، بر $۳\frac{۱}{۷}$ تقسیم کنیم، اندازهٔ قطر آن $۲,۵۴۵\frac{۵}{۱۱}$ فرسـنگ

به دست می‌آید. بنابراین شعاع آن ۱,۲۷۲$\frac{۸}{۱۱}$ (فرسنگ) می‌شود. این (همان) اندازه‌ای است که فاصلهٔ (اجرام آسمانی) بر مبنای آن محاسبه می‌شود، همچنان که حجم (آنها) بر مبنای (حجم) کرهٔ زمین محاسبه می‌شود. همچنین ارشمیدس نشان می‌دهد که سطح (استوانه‌ای) که قطر کره و محیط دایرهٔ عظیمه‌اش آن را محدود می‌کند با سطح محیط بر کره (یعنی مساحت کره) مساوی است. پس برپایهٔ این رابطه، اگر قطر (کرهٔ زمین) را در محیط دایرهٔ عظیمه‌اش ضرب کنیم، مساحت کرهٔ زمین به دست می‌آید که ۲۰,۳۶۳,۶۳۶$\frac{۴}{۱۱}$ فرسنگ است. یک چهارم این مقدار که می‌شود ۵,۰۹۰,۹۰۹$\frac{۱}{۱۱}$ فرسنگ، برابر با مساحت ربع معمور زمین است؛ زیرا این ربع را دو نیم دایرهٔ عظیمه در بر می‌گیرد: (یکی) نیم‌دایرهٔ اعتدالی بر روی زمین و (دیگری) نیم‌دایرهٔ افق قبةالأرض و بی‌تردید، بیشترین میل بین آن دو، یک چهارم نصف‌النهار قبةالأرض است.

اما قدر معمور، قطعه‌ای از سطح کرهٔ زمین مانند قطعهٔ ابجد است که از طرف جنوب به نیم‌دایرهٔ اعتدالی، مانند اب؛ از طرف شمال به نیم مدار نقطه‌ای که فاصله‌اش از معدل با متمم میل اعظم (۹۰° − ۲۳/۵° = ۶۶/۵°) مساوی باشد، مانند دج؛ از طرف شرق به کمانی از دایرهٔ افق قبةالارض، مانند بج؛ و از طرف غرب نیز به کمانی از همان دایره، مانند اد، محدود می‌شود. برای محاسبهٔ مساحت این قطعه لازم است ابتدا مساحت قطعهٔ هدج را محاسبه کنیم، سپس مساحت آن را از مساحت ربع معمور، یعنی اهب کم کنیم تا مساحت ابجد به دست آید، که برابر با مساحت قدر معمور است.



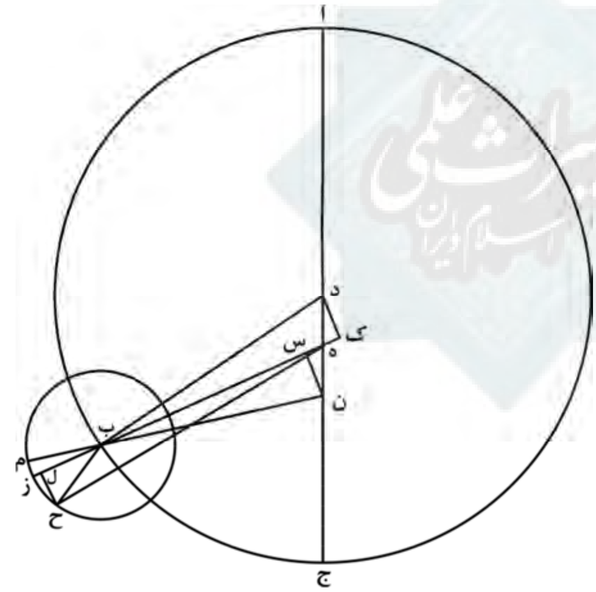
(شکل ۲-۱)

براساس قضیهٔ ۴۴ از مقالهٔ اول دربارهٔ کره و استوانهٔ ارشمیدس، (اندازهٔ) خط هد را که قطب قطعه را به محیط قاعده‌اش وصل می‌کند و نیز وتر متمم میلش است، محاسبه می‌کنیم؛ می‌شود ۲۴;۲۶,۱۳,۸، بر مبنای مقیاسی که مطابق با آن شعاع دایرهٔ عظیمهٔ کره شصت است. اما اگر مقیاس را یک سیصد و شصتم محیط دایرهٔ عظیمه بگیریم، قطر دایرهٔ عظیمه می‌شود ۱۱۴;۲۲,۴۳,۳۸ و (اندازهٔ) آن خطی که قطب قطعه را به محیط قاعده‌اش وصل می‌کند، ۲۳;۱۹,۳۴,۲۱,۱ می‌شود. آن را در سه و یک هفتم ضرب می‌کنیم، ۷۳;۴۸,۳۹,۲۳ به دست می‌آید که برابر با نصف محیط دایره‌ای است که شعاع آن خط یاد شده باشد. آن (عدد) یعنی نصف محیط را در شعاع یعنی خط یاد شده ضرب می‌کنیم، ۱۷۱۰;۳,۵۸,۳۰ به دست می‌آید. آن را نصف می‌کنیم، ۸۵۵;۱,۵۹,۱۵ می‌شود که برابر با مساحت قطعهٔ هدج است مشروط به این که مقیاس (اندازه‌گیری)، مربع یک سیصد و شصتم باشد که (سیصد و شصت) محیط دایرهٔ عظیمهٔ (کرهٔ) زمین است.

برای تبدیل آن (اندازه) به فرسنگِ (مربع) آن را در مساحت (مربعی کروی بـه ضـلع) یـک سیصـد و شصتم محیط دایرهٔ عظیمـهٔ کـرهٔ زمـین بـر حسـب فرسـنگِ (مربـع) یعنـی $\frac{۶۷}{۸۱}$ ۴۹۳ ضـرب مـی‌کنیم. $\frac{۱}{۴}$ + $\frac{۱}{۳}$ ۴۲۲,۲۶۸ فرسنگ به دست می‌آید. آن را از مساحت ربع معمور کم می‌کنیم، مساحت قدر معمـور زمین می‌شود $\frac{۱}{۱۳۲}$ ۴,۶۷۶,۷۶۷ فرسنگ. خداوند به حقیقت امور داناتر است.

مقالهٔ دوم
دربارهٔ فاصلهٔ ماه و شعاع آن و شعاع عالم کون و فساد

چنان که بطلمیوس در مجسطی گفته است، در هر زمانی، فاصلهٔ ماه و دیگر سـیارات از مرکـز عـالم، بـر مبنای شعاع فلک‌هایشان که شصت (فرض شده)، معلوم است؛ اما نسبت هر کـدام از ایـن فاصـله‌ها بـه دیگر فاصله‌ها معلوم نیست. می‌خواهیم آن (نسبت‌ها) را بدانیم و (برای این کار) باید اندازه‌ای (به عنـوان مقیاس) فرض کنیم تا همهٔ (فاصله‌ها) بر مبنای آن محاسبه شوند. برای این منظور شـعاع زمـین اختیـار شده است.



(شکل ۲-۲)

بطلمیوس برای آگاهی از فاصلهٔ ماه بـر حسـب شـعاع زمـین، مـاه را در اسکندریه به وسیلهٔ ذات‌الشعبتین که در سطح دایرهٔ نصف‌النهار نصب می‌شـود، رصد کرد. این رصد بعد از گذشت ۵;۵۰ ساعت مستوی از نیم روز سیزدهم مـاه اثور سال ۲۰ آدریانوسی انجـام گرفـت، که از آغاز (دورهٔ) بختنصر تـا آن زمـان ۸۸۲ سـال و ۷۲ روز و ۵;۵۰ سـاعت مطلق و ۵;۲۰ سـاعت حقیقـی گذشـته بـود. فاصـلهٔ بـین دو علامـت روی خط‌کش سوم ۵۱;۳۵ و (طـول) کمـان (بین) آن (دو علامت) ۵۰;۵۵,۴ شد که متمم ارتفاع مرئی است.

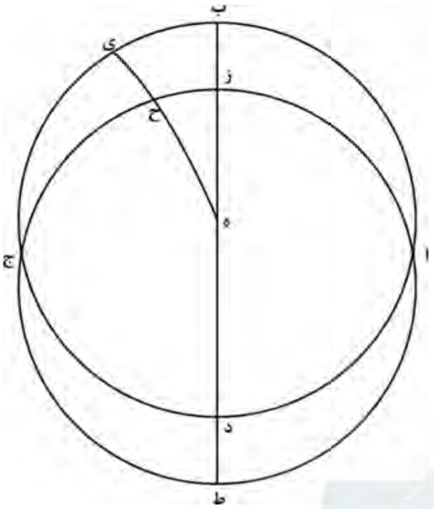
حال با برهان‌های هندسی و محاسبات دقیق، استخراج طول دایرةالبروجی مـاه در آن زمـان را آغـاز می‌کنیم.

(در شکل ۲-۲) دایرهٔ آبج (فلک) خارج مرکز به مرکز د، نقطهٔ ه مرکز عالم و ن نقطهٔ محاذات،

دایرهٔ زمح فلک تدویر به مرکز ب، نقطهٔ م ذروهٔ وسطی، نقطهٔ ز ذروهٔ مرئی و نقطهٔ ح مرکز جرم ماه در زمان رصد است. (نقاط) ز، ب، ک؛ م، ب، ن؛ ب، د؛ ح، ل؛ و ح، ب را به هم وصل می‌کنیم. از (نقاط) د (و) ن دو عمود دک و نس را بر خط به‌ک خارج می‌کنیم. زاویهٔ اهب بعد مضاعف در زمان رصد، ۱۵۶;۲۶,۲۶، جیب آن ۲۳;۵۸,۵۶، و جیب تمام آن ۵۴;۵۹,۵۵ است. (جیب اهب) با اندازهٔ هر یک از دو (خط) دک و نس و نیز (جیب تمام اهب) با اندازهٔ هر یک از دو (خط) هک و هس، بر مبنای مقیاسی که (طبق آن) اندازهٔ هر یک از دو (خط) هد و هن شصت است، برابر می‌شود. اما بر مبنای مقیاسی که مطابق با آن اه شصت است، (اندازهٔ) هر یک از این دو (یعنی هد و هن) ۱۰;۱۹ می‌شود. (بر مبنای همین مقیاس) هر یک از دو خط دک و نس ۴;۷,۲۵، هر یک از دو خط هک و هس ۹;۲۷,۲۴، بد شعاع فلک خارج مرکز ۴۹;۴۱، مربع آن ۴۱,۸;۲۶,۱ و مربع دک ۱۷;۰,۱۵,۰,۲۵ می‌شود. با استفاده از قضیهٔ فیثاغورس، مربع بک ۴۰,۵۱;۲۵,۴۵,۵۹,۳۵ و جذر آن، یعنی خط بک ۴۹;۳۰,۴۳ می‌شود. از آن، خط مذکور هک را کم می‌کنیم، خط به (با اندازهٔ) ۴۰;۳,۱۹ باقی می‌ماند که فاصلهٔ مرکز (فلک) تدویر از مرکز عالم است. خط بس ۳۰;۳۵,۵۵ و مربع آن ۱۵,۳۶;۱۶,۳۰,۰,۲۵ می‌شود. مربع سن یعنی مربع دک چنان که پیش از این گفتیم، ۱۷;۰,۱۵,۰,۲۵ می‌شود. مربع بن نیز با استفاده از قضیهٔ فیثاغورس ۱۵,۵۳;۱۶,۴۵,۰,۵۰ می‌شود و جذر آن ۳۰;۵۲,۳۱ (اندازهٔ) خط بن است. اگر خط بن را شصت بگیریم، خط سن ۸;۰,۴۸ می‌شود که جیب زاویهٔ نبس است، کمان آن (جیب) ۷;۴۰,۲۷ می‌شود و این (اندازهٔ) زاویهٔ نبس و همچنین زاویهٔ زبم است. کمان مح خاصهٔ ماه در زمان رصد ۲۶۲;۲۰,۵۹ است؛ بنابراین کمان زمح خاصهٔ معدله ۲۷۰;۰,۵۶، جیب آن در حدود ۶۰، و جیب تمام آن ۰;۰,۵۹ است. این دو، اندازه‌های حل و بل بر مبنای (مقیاس)ی هستند که (مطابق با آن اندازهٔ) حب شصت (واحد) است. اما (اندازهٔ) حب، شعاع (فلک) تدویر، بر مبنای (مقیاس)ی که (مطابق با آن) شعاع (فلک) حامل شصت است، ۵;۱۵ می‌شود. بنابراین (اندازهٔ) خط حل در حدود ۵;۱۵ و خط بل ۰;۰,۵ است. (اندازهٔ) خط هب، فاصلهٔ مرکز تدویر از مرکز عالم، ۴۰;۳,۱۹ بود. (اندازهٔ) خط هل که مجموع دو خط هب و بل است، ۴۰;۳,۲۴ و مربع آن ۲۶,۴۴;۳۲,۱۱,۳۳,۳۶ می‌شود. مربع حل ۲۷;۳۳,۴۵ است. پس مربع حه ۲۷,۱۲;۵,۵۶,۳۳,۳۶ است و جذر آن ۴۰;۲۳,۵۷ است که (اندازهٔ) خط حه، فاصلهٔ مرکز جرم ماه از مرکز عالم در زمان رصد است. حل بر مبنای (مقیاس)ی که (مطابق با آن اندازهٔ) هح شصت است، ۷;۴۷,۵۰ می‌شود، برابر با جیب زاویه حهل و (بنابراین) کمان آن ۷;۲۸,۱ است و این (اندازهٔ) زاویهٔ حهل است. آن را به وسط که (اندازهٔ) آن ۲۶۵;۴۳,۱۲ است، اضافه می‌کنیم؛ ۳;۱۱,۱۳ 9^{s} می‌شود و این طول دایرة البروجی ماه در زمان رصد است. وسط عرض در آن زمان ۳۵۴;۴۰,۱۰ می‌شود. بنابراین فاصلهٔ ماه از نهایت شمالی ۰,۲;۸,۱۱ می‌شود.

اما برای استخراج عرض ماه در آن زمان، (شکل ۲-۳) دایرهٔ ابجد به مرکز ه فلک ممثل ماه، (دایرهٔ) ازجط فلک مایل، نقطهٔ ح مرکز جرم ماه، نقطهٔ ز نهایت شمالی، نقطهٔ ا گره صعودی، نقطهٔ

ج گره نزولی و قوس بز بیشترین عرض است که بنابر گفتهٔ بطلمیوس پنج درجه است. (اندازهٔ) کمان زح بُعد مقوّم ماه از نهایت شمالی چنان که پیشتر گفته شد، ۲;۸,۱۱ و متمم آن (یعنی) کمان حج ۸۷;۵۱,۴۹ است.

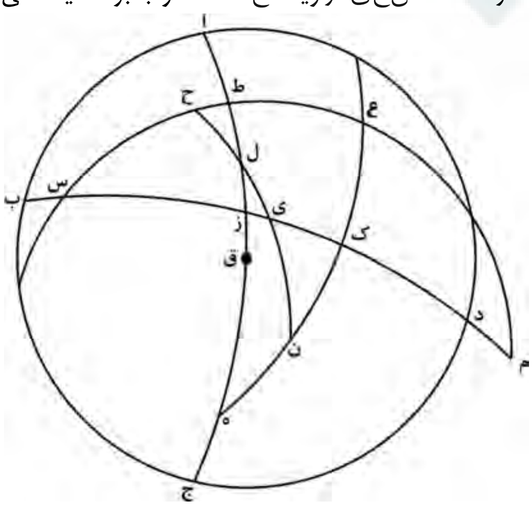


(شکل ۲-۳)

در مثلث جحی زاویهٔ ی قائمه و زاویهٔ ج به اندازهٔ غایت عرض ماه است. نسبت جیب زاویهٔ قائمهٔ ی به جیب کمان جح مانند نسبت جیب زاویهٔ ج، غایت عرض ماه، به جیب کمان حی، عرض ماه، است. جیب زاویهٔ ج یعنی ۵;۱۳,۴۶، را منحط در جیب کمان جح بُعد از گره که (اندازهٔ) آن ۵۹;۵۷,۳۰ است، ضرب می‌کنیم؛ ۵;۱۳,۳۲,۵۶ به دست می‌آید که (اندازهٔ) جیب کمان حی است و اندازهٔ آن کمان ۴;۵۹,۴۸ است و آن عرض ماه در زمان رصد است.

اما برای استخراج بعد ماه از معدل‌النهار و متمم ارتفاع حقیقی (شکل ۲-۴)، دایرهٔ ابجد به مرکز ق، افق مکان رصد، ازج نصف‌النهار، دزب معدل‌النهار به مرکز ه، مطس فلک‌البروج به مرکز ن، هنکع (دایرهٔ) گذرنده از قطب‌های چهارگانه، نلح (دایرهٔ) عظیمهٔ عرضی، س نقطهٔ اعتدال بهاری، م نقطهٔ اعتدال پاییزی، ع نقطهٔ انقلاب زمستانی، نقطهٔ ل مرکزِ جرمِ ماه، کمان حس بعد طول دایرةالبروجی (ماه) از نقطهٔ اعتدال بهاری، کمان حل عرض ماه، کمان زل بعد ماه از معدل النهار و کمان قل متمم ارتفاع حقیقی (در نظر گرفته می‌شود).

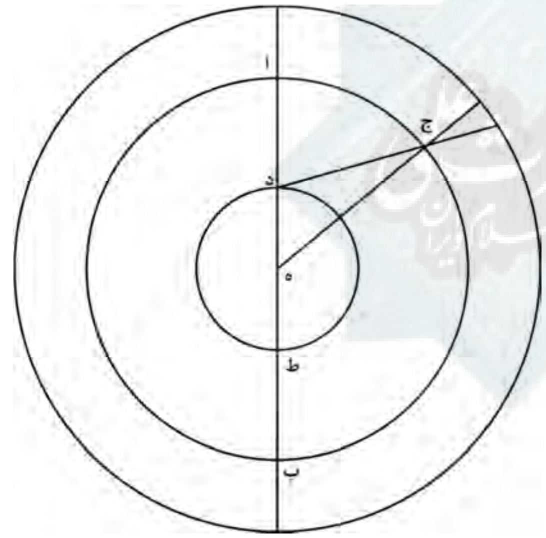
می‌گویم که برهان آن معلوم و چنین است: در مثلث سحی زاویهٔ ح قائمه، و بنابر قضیهٔ ظلّی، نسبت جیب سح به جیب اعظم مانند نسبت ظل حی به ظل زاویهٔ س است. بنابراین، کمان حس، اندازهٔ طول دایرةالبروجی (ماه) از اول حمل، ۸۶;۴۸,۴۷ و جیب آن ۵۹;۵۴,۲۶ است. زاویهٔ س، میل اعظم است که بطلمیوس آن را ۲۳;۵۱,۲۰ به دست آورده و ظل آن ۲۶;۳۱,۵۸ است. آن را در جیب کمان حس منحط ضرب می‌کنیم، ۲۶;۲۹,۳۰,۲۰ به دست می‌آید که ظل کمان حی است (و اندازهٔ) کمان آن



(شکل ۲-۴)

۲۳;۴۹,۲۲ است. آن را از کمان حل، عرض ماه، کم می‌کنیم، ۱۸;۴۹,۳۴ باقی می‌ماند که (اندازهٔ) کمان یل است. چون مثلث‌های یکن و یزل بنابر تساوی زاویه‌های ی در دو مثلث و قائمه بودن (دو زاویهٔ) ک و ز متشابه هستند، نسبت کن متمم میل اعظم به ین متمم حی که معلوم شد، مانند نسبت زل، فاصلهٔ (ماه) از معدل‌النهار، به یل است. از آنجا که سومین (جزء تناسب) مجهول است، اولی را در چهارمی ضرب می‌کنیم، ۱۷,۴۲;۲۷,۵۴,۴۰,۳۸ به دست می‌آید. آن را بر دومی تقسیم می‌کنیم، ۱۹;۲۱,۲۵ حاصل می‌شود که جیب کمان زل است (و اندازهٔ) کمان آن ۱۸;۴۹,۱۶ است، که فاصلهٔ (ماه) از معدل‌النهار است. آن را به زق، عرض اسکندریه که ۳۰;۵۸ است، اضافه می‌کنیم، ۴۹;۴۷,۱۶ به دست می‌آید و این متمم ارتفاع حقیقی و همان مطلوب ماست.

اکنون به استخراج فاصلهٔ ماه باز می‌گردیم. شکل اختلاف منظر (یعنی شکل ۲-۵) را رسم می‌کنیم. ابج دایرهٔ ارتفاع، دط کرهٔ زمین، نقطهٔ ه مرکز عالم، نقطهٔ ج مرکز جرم ماه، زاویهٔ اهج متمم ارتفاع حقیقی، زاویهٔ ادج متمم ارتفاع مرئی است و این دو (زاویهٔ اخیر) معلوم هستند.

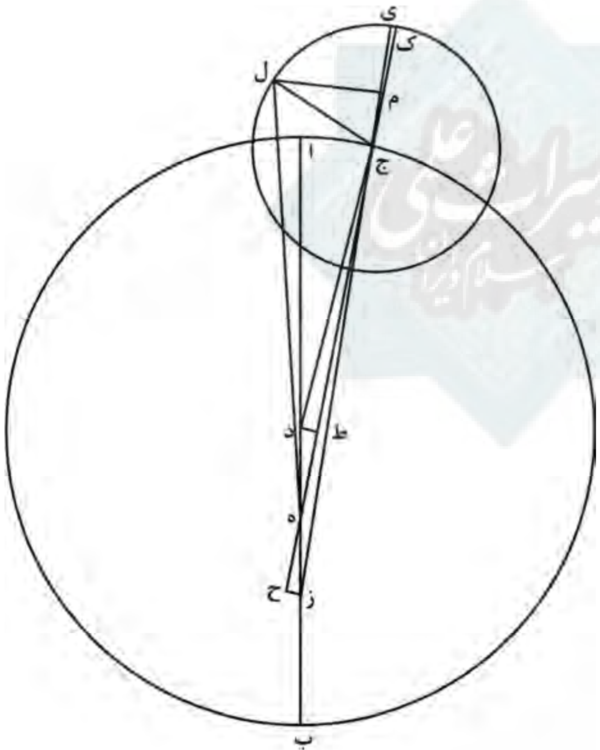


(شکل ۲-۵)

بنابر قضیهٔ سی و دوم از (مقالهٔ) اول اصول، زاویهٔ دجه با تفاضل زاویه‌های ادج و اهج برابر می‌شود. همچنین بنابر قضیهٔ یاد شده زاویهٔ جده مکمل مجموع زاویه‌های دجه و دهج است. تفاضل میان متمم ارتفاع مرئی‌ای که بطلمیوس رصد کرده است و متمم ارتفاع حقیقی که ما آن را استخراج کردیم، ۱;۷,۴۸ می‌شود، این اختلاف منظر ماه در آن زمان و جیب آن ۱;۱۱,۰ است. پس زاویهٔ جده ۱۲۹;۴,۵۶ و جیب آن ۴۶;۳۴,۲۹ است. نسبت جیب زاویهٔ دجه به ضلع ده که یک فرض می‌شود، مانند نسبت جیب زاویهٔ جده به ضلع جه است؛ برمبنای (مقیاس)ی که (مطابق با آن) ده یک است. اگر جیب زاویهٔ جده را در ضلع ده ضرب کنیم، تغییری نمی‌کند؛ چون ده یک است. حاصل را بر جیب زاویهٔ دجه، اختلاف منظر، تقسیم می‌کنیم، خارج قسمت ۳۹;۲۱,۳۲ می‌شود. این (اندازهٔ) ضلع جه، فاصلهٔ مرکز جرم ماه از مرکز عالم در زمان رصد است. و نیز این (جه) بر مبنای (مقیاس)ی که (مطابق با آن) شعاع (فلک) مایل شصت است، چنان که در محاسبهٔ طول دایرةالبروجی (ماه) به دست آوردیم، ۴۰;۲۳,۵۷ است. اگر اندازهٔ مقیاس‌های دو محاسبه را بدانیم، می‌توانیم هر اندازه‌ای را که بر مبنای یکی از آن دو مقیاس است به مقیاس دیگر تبدیل کنیم؛ زیرا، همهٔ (اندازه‌ها) بر همان دو

نسبت هستند. پس نسبت اندازهٔ خط $\overline{\text{جه}}$ که ۴۰;۲۳,۵۷ (واحد) از مقیاسی است که بنابرآن شعاع (فلک) مایل شصت می‌شود، به هر کدام از شعاع (فلک) مایل که شصت است، (فاصلهٔ) بین دو مرکز که ۱۰;۱۹ است و شعاع (فلک) تدویر که ۵;۱۵ است، مانند نسبت ۳۹;۲۱,۳۲ (واحد) از مقیاسی است که بنابرآن شعاع زمین یک می‌شود، به هر کدام از شعاع (فلک) مایل، (فاصلهٔ) بین دو مرکز و شعاع (فلک) تدویر– همهٔ آنها بر حسب یک بودنِ شعاع زمین. با به کارگیری رابطهٔ تناسب، سومی را در هر یک از مقادیر دومی ضرب می‌کنیم، و هر یک از مقادیر به دست آمده را بر اولی تقسیم می‌کنیم، اندازهٔ شعاع (فلک) مایل ۵۸;۲۷,۱۸، اندازهٔ (فاصلهٔ) بین دو مرکز ۱۰;۳,۴ و اندازهٔ شعاع (فلک) تدویر ۵;۶,۵۷، همه بر حسب یک بودنِ شعاع زمین، به دست می‌آید. دو برابر (فاصلهٔ) بین دو مرکز را با شعاع (فلک) تدویر جمع می‌کنیم، ۲۵;۱۳,۵ به دست می‌آید. آن را از شعاع (فلک) مایل که ۵۸;۲۷,۱۸ است، کم می‌کنیم، نزدیک‌ترین فاصلهٔ مرکز جرم ماه از مرکز عالم– بر حسب یک بودنِ شعاع زمین– ۳۳;۱۴,۱۳ به دست می‌آید. شعاع (فلک) تدویر را بر شعاع (فلک) مایل می‌افزاییم، دورترین فاصلهٔ آن (ماه) نیز بر حسب همان مقیاس ۶۳;۳۴,۱۵ به دست می‌آید.

بطلمیوس برای آگاهی از قطر ماه، دو ماه‌گرفتگی را در مجسطی ذکر می‌کند که ماه در آن دو (گرفت) نزدیک ذروه بود. در یکی، یک چهارم آن از سمت جنوب و در دیگری نصف آن از سمت شمال گرفته بود. اولی، در پایان ساعت ۱۱ از شبی بود که روز بیست و هشتم از ماه اثور سال پنجاه نابوپولاسار را در پی داشت. از نیمهٔ شب تا میانهٔ ماه‌گرفتگی در بابل ۵;۵۰ و در اسکندریه ۵;۰ (ساعت) مستوی گذشته بود. از آغاز (پادشاهی) بختنصر تا آن زمان ۱۲۶ سال و ۸۶ روز و ۱۷ ساعت مطلقه و ۱۶;۴۵ ساعت محققه گذشته بود.

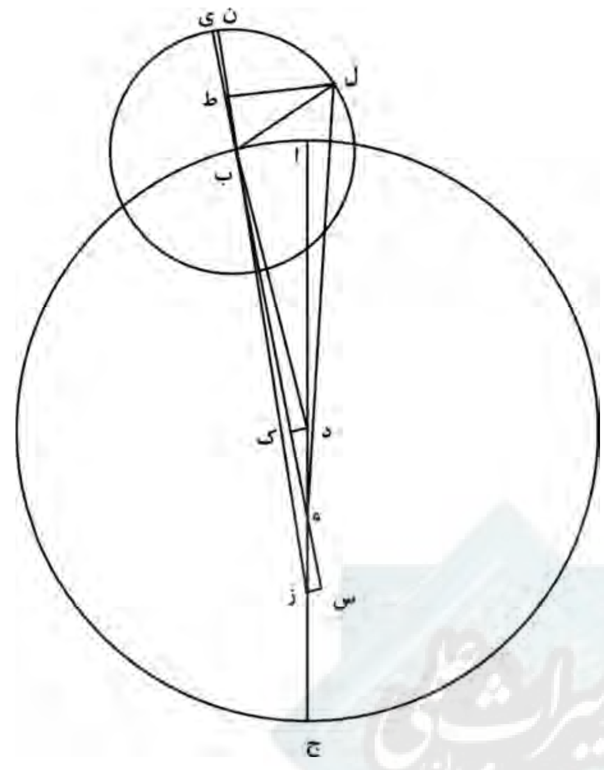


(شکل ۲–۶)

اما برای استخراج عرض ماه در آن زمان (در شکل ۲–۶ دایرهٔ) $\overline{\text{ابج}}$ (فلک) خارج مرکز ماه، (دایرهٔ) $\overline{\text{یکل}}$ به مرکز $\overline{\text{ج}}$ فلک تدویر، $\overline{\text{د}}$ مرکز (فلک) خارج (مرکز)، $\overline{\text{ه}}$ مرکز عالم، $\overline{\text{ز}}$ نقطهٔ محاذات و نقطهٔ $\overline{\text{ل}}$ مرکز جرم ماه در نیمهٔ ماه‌گرفتگی است.

اب‌ج، بعد مضاعف، در آن زمان ۳۵۹;۵۷,۳۶ است. پس زاویهٔ اه‌ج ۰;۲,۲۴، جیب آن ۰;۲,۳۱ و جیب تمام آن ۵۹;۵۹,۵۹,۵۷ است. این دو اندازهٔ (خطهای) دط و ه‌ط، بر مبنای (مقیاس)ی که (مطابق با آن اندازهٔ) ده شصت می‌شود، هستند. اما بر مبنای (مقیاس)ی که (طبق آن) ده ۱۰;۱۹ است، دط ۰;۰,۲۱ و ه‌ط ۱۰;۱۹,۰ می‌شود. زح مانند دط و ه‌ح مانند ه‌ط است؛ زیرا، دو خط ه‌د و ه‌ز مساوی هستند. مربع دط ۰;۰,۰,۷,۲۱ و مربع دج، شعاع (فلک) خارج مرکز ۴۱,۸;۲۶,۱ است. پس مربع طج ۴۱,۸;۲۶,۰,۵۲,۳۹ و جذر آن که (اندازهٔ) خط طج است، ۴۹;۴۱,۰ می‌شود. پس اندازهٔ خط ه‌ج که فاصلهٔ مرکز تدویر از مرکز عالم است، ۶۰;۰,۰، (اندازهٔ) خط ج ح ۷۰;۱۹,۰، و مربع آن ۱,۲۲,۲۴;۲۶,۱ می‌شود. مربع زح یا همان مربع دط ۰;۰,۰,۷,۲۱ است. پس مربع جز ۱,۲۲,۲۴;۲۶,۱,۷,۲۱ و جذر آن که (اندازهٔ) خط جز است، ۷۰;۱۹,۰ می‌شود. (۲-۳۳) پس (اندازهٔ) زح بر مبنای (مقیاس)ی که (مطابق با آن اندازهٔ) زج شصت است، ۰;۰,۱۸ می‌شود که (برابر با) جیب زاویهٔ زج‌ه است. (اندازهٔ) کمان آن ۰;۰,۱۷ است که (برابر با اندازهٔ) زاویهٔ زج‌ه و نیز زاویهٔ ی‌ج‌ک است. (۲-۳۴) کمان ی‌ک‌ل، خاصهٔ ماه در میانهٔ ماه‌گرفتگی، ۳۴۰;۵,۶ است. پس (اندازهٔ) کمان ک‌ل ۳۴۰;۴,۴۹، جیب آن ۲۰;۲۶,۳۲ و جیب تمام آن ۵۶;۲۴,۳۶ است. این دو (به ترتیب) اندازهٔ (خطهای) ل‌م و ج‌م بر مبنای (مقیاس)ی که (مطابق با آن اندازهٔ) ج‌ل شصت می‌شود، هستند. اما بر مبنای (مقیاس)ی که (مطابق با آن اندازهٔ) ج‌ل ۵;۱۵ باشد، م‌ل ۱;۴۷,۱۹ و ج‌م ۴;۵۶,۹ می‌شود. پس ه‌م ۶۴;۵۶,۹ و مربع آن ۱,۱۰,۱۶;۴۰,۲۴,۴۹,۲۱ می‌شود. مربع م‌ل ۳;۱۱,۵۶,۵۲,۱، مربع ه‌ل ۱,۱۰,۱۹;۵۲,۲۱,۴۱,۲۲ و جذر آن، که فاصلهٔ مرکز جرم ماه از مرکز عالم است، ۶۴;۵۷,۳۸ می‌شود. بنابراین، بر مبنای (مقیاس)ی که (مطابق با آن اندازهٔ) ه‌ل شصت است، م‌ل ۱;۳۹,۷ می‌شود که (برابر با) جیب زاویهٔ ج‌ه‌ل است و (اندازهٔ) کمان آن ۱;۳۴,۴۰ است. وسط ماه در میانهٔ ماه‌گرفتگی ۶,۲۵;۳۲,۵۷ و وسط عرض آن ۲;۱۹,۵,۳۳ شد؛ بنابراین طول دایرةالبروجی آن ۶,۲۷;۷,۳۷، بعد مقوم آن از نهایت شمالی ۲;۲۰,۳۰,۱۳، بعد آن از گره ۹;۱۹,۴۷ و جیب آن ۹;۴۳,۳۶ می‌شود. پس آن (جیب) را در جیب غایت عرض (منحط) ضرب می‌کنیم، ۰;۵۰,۵۱,۵۹ به دست می‌آید. کمان (متناظر با) آن در جدول جیب ۰;۴۸,۳۴ است، و آن (اندازهٔ) عرض ماه است و برهان آن چنان است که پیش‌تر آمد.

اما دومین ماه‌گرفتگی‌ای که بطلمیوس در مجسطی ذکر می‌کند، در شبی بود که روز هجدهم از ماه فامانوثِ سالِ هفتم از سال‌های کمبوجیه را در پی داشت و از میانهٔ ماه‌گرفتگی تا نیمه شب، در بابل یک و در اسکندریه ۱;۵۰ ساعت مستوی گذشته بود. بنابراین، از آغاز (پادشاهی) بختنصر تا میانهٔ ماه‌گرفتگی ۲۲۴ سال و ۱۹۶ روز و ۱۰;۱۰ ساعت مطلقه و ۹;۵۰ ساعت محققه گذشته بود. وسط ماه در آن زمان ۹;۲۰,۲۰,۴۶، خاصه‌اش ۲۷;۵۴,۱۴، بعد مضاعفش ۰;۵۶,۴ و وسط عرض آن ۲۶۴;۲۱,۳۹ بوده است.



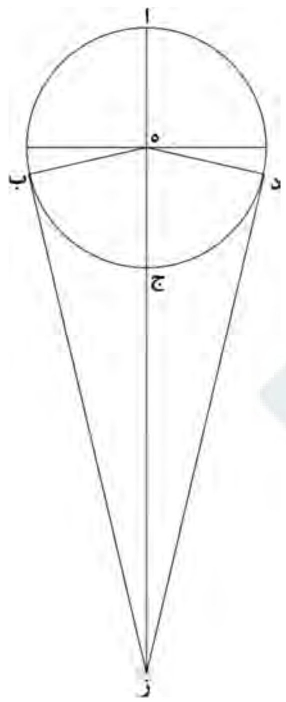
(شکل ۲-۷)

اما برای استخراج عرض ماه، فرض کنیم (در شکل ۲-۷ دایرهٔ) ابج (فلک) خارج مرکز، (دایرهٔ) ی‌ن‌ل (فلک) تدویر و نقطهٔ ل مرکز جرم ماه است. زاویهٔ اه‌ب، بعد مضاعف- چنان‌که پیشتر گفته شد- ۰;۵۶,۴ است. جیب آن ۰;۵۸,۴۳ و جیب تمام آن ۵۹;۵۹,۳۱ است. این دو اندازهٔ (خطهای) دک و ه‌ک بر مبنای (مقیاس)ی که (مطابق با آن اندازهٔ) ده شصت می‌شود، هستند.

اما بر مبنای (مقیاس)ی که (مطابق با آن اندازهٔ) ده ۱۰;۱۹ باشد، دک (برابر با) ۰;۱۰,۶، ه‌ک ۱۰;۱۸,۵۵، مربع دک ۰;۱,۴۲,۰,۳۶ و مربع بد ۴۱,۸;۲۶,۱ است. پس مربع ب‌ک ۴۱,۸;۲۴,۱۸,۵۹,۲۴ و جذر آن که (اندازهٔ) خط ب‌ک است، ۴۹;۴۰,۵۹ می‌شود. بنابراین، ب‌ه ۵۹;۵۹,۵۴ است. ه‌س مانند ه‌ک است، پس ب‌س ۷۰;۱۸,۴۹ و مربع آن ۱,۲۲,۲۴;۰,۱۴,۴,۱ می‌شود. مربع زس مانند مربع دک ۰;۱,۴۲,۰,۳۶ است؛ بنابراین مربع ب‌ز ۱,۲۲,۲۴;۱,۵۶,۴,۳۷ و جذر آن که (اندازهٔ) خط ب‌ز است، ۷۰;۱۸,۵۰ می‌شود. پس، زس بر مبنای (مقیاس)ی که (مطابق با آن اندازهٔ) ب‌ز شصت است، ۰;۸,۱۹ می‌شود که (برابر با) جیب زاویهٔ زب‌س است و (اندازهٔ) کمان آن ۰;۸,۷ است. این (اندازهٔ) زاویهٔ زب‌س و نیز ی‌ب‌ن است. بنابراین کمان ی‌ن‌ل، خاصهٔ معدلهٔ (ماه)، ۲۸;۲,۲۴، جیب آن ۲۸;۱۲,۱۹ و جیب تمام آن ۵۲;۵۷,۲۶ می‌شود. این دو اندازه‌های (خطهای) طل و طب بر مبنای مقیاسی هستند که (مطابق با آن اندازهٔ) ب‌ل شصت می‌شود. اما بر مبنای (مقیاس)ی که (مطابق با آن اندازهٔ) ب‌ل ۵;۱۵ باشد، طل ۲;۲۸,۵ و طب ۴;۳۸,۲ می‌شود. پس طه ۶۴;۳۷,۵۶، مربع آن ۱,۹,۳۷;۱۹,۲۶,۵۶,۱۶ و مربع طل ۶;۵,۲۸,۴۰,۲۵ است؛ در نتیجه، مربع ه‌ل ۱,۹,۴۳;۲۴,۵۵,۳۶,۴۱ و جذر آن‌که (اندازهٔ) خط ه‌ل است، ۶۴;۴۰,۴۷ می‌شود. بنابراین، طل بر مبنای (مقیاس)ی که (مطابق با آن اندازهٔ) ه‌ل شصت است، ۲;۱۷,۲۲ می‌شود که (اندازهٔ) جیب زاویهٔ طه‌ل است و کمان آن ۲;۱۱,۱۲ است. آن را (یک بار) از وسط ماه که ۹,۲۰;۲۰,۴۶ است و (بار دیگر از) وسط عرض ماه که ۸,۲۴;۲۱,۳۹ است، کم می‌کنیم، طول

دایرةالبروجی ماه ۹,۱۸;۹,۳۴ و بعد مقوم ماه از نهایت شمالی ۸,۲۲;۱۰,۲۷ باقی می‌ماند. بعد آن (ماه) از گره ۷;۴۹,۳۳ و جیب آن ۸;۱۰,۱۱ است. آن را به صورت منحط در جیب غایت عرض ضرب می‌کنیم، ۰;۴۲,۴۳,۲۳ به دست می‌آید که (اندازهٔ) جیب عرض ماه است و کمان آن ۰;۴۰,۴۸ می‌شود؛ این شعاع دایرهٔ سایه است بر مبنای ۳۶۰ (واحد) بودن محیط دایرهٔ عرضی که از مرکزهای ماه و (دایرهٔ) سایه می‌گذرد؛ زیرا دایرهٔ سایه از مرکز صفحهٔ ماه می‌گذرد.

عرض (ماه) در ماه‌گرفتگی اول ۰;۴۸,۳۴ بود. پس اگر تفاضل این دو (یعنی عرض ماه در گرفت اول و دوم) را حساب کنیم، ۰;۷,۴۶ به دست می‌آید که یک چهارم قطر ماه است، زیرا حاصل تفاضل نصف و یک چهارم، یک چهارم است. افزایش گرفتگی ماه به علت کم شدن عرض آن است. بنابراین شعاع ماه در بیشترین فاصله‌اش بر مبنای (مقیاس)ی که (مطابق با آن اندازهٔ محیط) دایرهٔ عرض یاد شده ۳۶۰ است، ۰;۱۵,۳۲ می‌شود. نسبت بیشترین فاصلهٔ ماه به شعاع سایه مانند نسبت یک به ۲;۳۷,۳۵,۴۷ است.



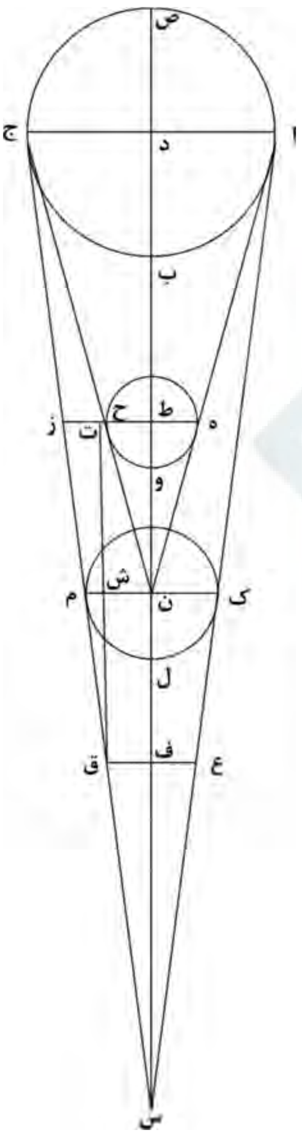
(شکل ۲-۸)

اما برای استخراج شعاع ماه بر مبنای (مقیاس)ی که (مطابق با آن اندازهٔ) شعاع زمین یک است: (در شکل ۲-۸) ابجد (دایرهٔ) عظیمه‌ای در کرهٔ ماه و نقطهٔ ز مرکز عالم است. در مثلث به‌ز زاویهٔ ب قائمه و (اما) زاویهٔ ز، (روبرو به) شعاع ماه و چنان‌که پیشتر گفته شد، ۰;۱۵,۳۲ است، بنابراین جیب آن (یعنی زاویهٔ ز) ۰;۱۶,۱۶ می‌شود. ضلع زه، بیشترین فاصلهٔ ماه، چنان‌که پیشتر گفته شد، بر مبنای (مقیاس)ی که (مطابق با آن اندازهٔ) شعاع زمین یک می‌شود، ۶۳;۳۴,۱۵ است.

نسبت هز بر مبنای (مقیاس)ی که (مطابق با آن اندازه‌اش) شصت است، به (اندازهٔ) به بر همان مبنا، یعنی ۰;۱۶,۱۶ مانند نسبت ۶۳;۳۴,۱۵ به (اندازهٔ) به است؛ هر دو بر مبنای (مقیاس)ی که (مطابق با آن اندازهٔ) شعاع زمین یک می‌شود. دومی را در سومی منحط ضرب می‌کنیم، ۰;۱۷,۱۴,۵,۸ به دست می‌آید که (اندازهٔ) خط به، شعاع ماه است؛ بر مبنای (مقیاس)ی که (مطابق با آن اندازهٔ) شعاع زمین یک می‌شود. شعاع ماه را از کمترین فاصلهٔ مرکز جرمش که پیش‌تر ۳۳;۱۴,۱۳ به دست آمد، کم می‌کنیم؛ ۳۲;۵۶,۵۹ به دست می‌آید. این (اندازهٔ) بعد مقعر فلک ماه و (بعد) محدب کرهٔ آتش یا به عبارت دیگر، شعاع عالم کون و فساد است؛ بر مبنای (مقیاس)ی که (مطابق با آن اندازهٔ) شعاع زمین یک می‌شود. پس شعاع ماه را به بیشترین فاصلهٔ مرکز جرم ماه که ۶۳;۳۴,۱۵ است، اضافه می‌کنیم؛ ۶۳;۵۱,۲۹ می‌شود که بعد محدب (فلک) مایل ماه است. کمترین و بیشترین فاصلهٔ (ماه) را با هم جمع

می‌کنیم، سپس حاصل جمع را نصف می‌کنیم، ۴۸;۲۴,۱۴ به دست می‌آید که متوسط فاصلهٔ ماه است. سپس بعد مقعر فلک ماه را از بعد محدب (فلک) مایل (ماه) کم می‌کنیم، ۳۰;۵۴,۳۰ باقی می‌ماند که ضخامت فلک مایل (ماه) است. اما ضخامت جوزهر (ماه) را اگر خداوند متعال یگانهٔ شکست ناپذیر بخواهد، در مقالهٔ چهارم خواهد آمد.

اندازهٔ فاصلهٔ ماه و قطر آن را به فرسنگ تبدیل می‌کنیم، بدین ترتیب کـه آنهـا را در (انـدازهٔ) شـعاع زمین بر حسب فرسنگ که $\frac{۸}{۱۱}$ ۱,۲۷۲ است، ضرب می‌کنیم. بعد مقعـر فلـک آن ۴۱,۹۳۶ فرسـنگ بـه دست می‌آید. کمترین فاصلهٔ مرکـزش ۴۲,۳۰۲ فرسـنگ، متوسـط فاصلهٔ آن ۶۱,۶۰۵ فرسـنگ، بیشـترین فاصلهٔ جـرم آن ۸۰,۹۰۹ فرسنگ، قطر جرم آن (ماه) ۷۳۱ فرسنگ و ضـخامت فلـک مـایلش ۳۹,۳۴۸ فرسنگ است. خداوند به حقیقت امور داناتر است.



(شکل ۲–۹)

مقالهٔ سوم

دربارهٔ فاصلهٔ خورشید، اندازهٔ قطر آن و (فاصلهٔ) رأس مخروط سایه

بطلمیوس دریافت که در بیشـتر حالت‌هـا قطـر خورشـید در متوسـط فاصله‌اش با قطر مـاه در بیشـترین فاصـله‌اش مسـاوی اسـت. پـس می‌خـواهیم فاصـلهٔ خورشـید و رأس مخـروط سـایه را، بـر مبنـای (مقیاس)ی که (مطابق با آن اندازهٔ) شعاع زمین یک است، با دانستن (اندازهٔ) شعاع‌های ماه و سایه، چنان که پیش‌تر گفته شـد، بـه دسـت آوریم. پس شکل صنوبری را می‌آوریم (شکل۲–۹).

فرض کنید $\overline{\text{ابج}}$ به مرکز $\overline{\text{د}}$، (دایرهٔ) عظیمه‌ای در کرهٔ خورشید در متوسط فاصله‌اش، $\overline{\text{هزح}}$ (دایرهٔ) عظیمه‌ای در کرهٔ ماه در بیشترین فاصله‌اش، $\overline{\text{کلم}}$ (دایرهٔ) عظیمه‌ای در کرهٔ زمین (و همگی) در یک سطح باشند. $\overline{\text{اسج}}$ فصل مشترک بین آن (سطح) و مخروط خورشید و زمین، $\overline{\text{انج}}$ فصل مشترک بین آن (سطح) و مخروط خورشید و ماه و (خط) $\overline{\text{دس}}$ محور مشترک آن (مخروط)ها است. خطهای $\overline{\text{اج}}$، $\overline{\text{هح}}$ و $\overline{\text{کم}}$ که از نقطه‌های تماس (مخروطها و دایره‌ها) می‌گذرند، با هم موازیند و محور (یعنی خط $\overline{\text{دس}}$) را با زاویه‌های قائمه قطع می‌کنند و از لحاظ حس مساوی با قطرهای دایره‌هایی هستند که در آنها واقع شده‌اند. $\overline{\text{عق}}$ قطر دایرهٔ سایه هنگامی که ماه بیشترین فاصله‌اش و در نزدیکی رأس مخروط واقع

است.

فاصلهٔ بین مرکزهای ماه و زمین و مرکزهای سایه و زمین یعنی طن و نف با هم مساوی هستند و (اندازهٔ) هر کدام از این دو خط، همان‌گونه که پیش‌تر گفته شد، بر مبنای (مقیاس)ی که (مطابق با آن اندازهٔ) شعاع زمین، یعنی من ، یک است، ۶۳;۳۴,۱۵ می‌شود. طح شعاع ماه، چنان‌که پیش‌تر گفته شد، بر مبنایی که من یک است، ۰;۱۷,۱۴,۵,۸ می‌شود. در مقالهٔ دوم گفتیم که نسبت شعاع ماه به شعاع سایه مانند نسبت یک به ۲;۳۷,۳۵,۴۷ است. پس شعاع ماه را در ۲;۳۷,۳۵,۴۷ ضرب می‌کنیم، ۰;۴۵,۱۶,۹,۵۹ به دست می‌آید که (اندازهٔ) شعاع سایه، یعنی فق است؛ بر مبنایی که من یک است. مجموع طز و فق ، بر مبنای (مقیاس)ی که من یک است، دو می‌شود؛ یعنی آن (مجموع) دو برابر من است. اگر خط قشت را موازی با خط فنط رسم کنیم، آن (مطلب) روشن می‌شود. مجموع فق و طت دو برابر نش می‌شود؛ زیرا هر سه خط با هم مساوی هستند. تز نیز دو برابر شم است؛ زیرا نسبت تق به شق مانند نسبت تز به شم است و (چون) تق دو برابر شق است، تز نیز دو برابر شم می‌شود. بنابراین، از مجموع طح و فق تا دو، حز باقی می‌ماند که ۰;۵۷,۲۹,۴۴,۱۵ است. بنابر قضیهٔ چهارم از (مقالهٔ) ششم اصول نسبت نم به حز مانند نسبت نج به حج است. بنابر قضیهٔ دوم از (مقالهٔ) ششم اصول نسبت نج به حج مانند نسبت ند به طد است. بنابراین نسبت نم به حز مانند نسبت ند به طد است. اما نم یک و بر مبنای همین یک بودن حز ۰;۵۷,۲۹,۴۴,۱۵ می‌شود. بنابراین، اگر ند را یک قرار دهیم، طد ۰;۵۷,۲۹,۴۴,۱۵ می‌شود. در نتیجه، طن که مکمل طد تا یک است، ۰;۲,۳۰,۱۵,۴۵ می‌شود. اما طن بر مبنای (مقیاس)ی که (مطابق با آن اندازهٔ) شعاع زمین یک باشد، ۶۳;۳۴,۱۵ است. نسبت طن بر مبنایی که ۰;۲,۳۰,۱۵,۴۵ است، به ند بر مبنایی که یک است، مانند نسبت طن بر مبنایی که ۶۳;۳۴,۱۵ است، به مجهول، یعنی ند ، بر مبنای (مقیاس)ی که (مطابق با آن اندازهٔ) نم یک است. بنابراین سومی را بر اولی تقسیم می‌کنیم، ۱۵۲۳;۲,۵ به دست می‌آید که (اندازهٔ) خط دن فاصلهٔ مرکز خورشید در متوسط فاصله‌اش از مرکز زمین بر مبنایی است که نم یک باشد. نیز نسبت دن به طن مانند نسبت دج به طح است. طن بر مبنایی که دن یک است، ۰;۲,۳۰,۱۵,۴۵ می‌شود. پس طح شعاع ماه بر مبنایی که دج ، شعاع خورشید، یک است، ۰;۲,۳۰,۱۵,۴۵ می‌شود. طح بر مبنایی که من یک است، ۰;۱۷,۱۴,۵,۸ می‌شود. نسبت طح بر مبنایی که ۰;۲,۳۰,۱۵,۴۵ است، به دج بر مبنایی که یک است، مانند نسبت طح بر مبنایی که ۰;۱۷,۱۴,۵,۸ است، به مجهول، یعنی دج ، بر مبنایی که شعاع زمین یک می‌شود، است. سومی را بر اولی تقسیم می‌کنیم، ۶;۵۲,۵۴,۵۷ به دست می‌آید که (اندازهٔ) شعاع خورشید بر مبنایی که شعاع زمین یک است، می‌شود. همچنین فق بر مبنایی که نم یک است، ۰;۴۵,۱۶,۹,۵۹ می‌شد. نسبت نم به فق مانند نسبت نس به فس است. اگر نس را یک فرض کنیم، فس ۰;۴۵,۱۶,۹,۵۹ می‌شود و نف مکمل این اندازه تا یک، ۰;۱۴,۴۳,۵۰,۱ می‌شود. نسبت این اندازه به نس بر مبنایی که یک است، مانند نسبت نف بر مبنایی که ۶۳;۳۴,۱۵ است، به

مجهول، یعنی ن‌س، بر مبنایی که ن‌م یک می‌شود، است. سومی را بر اولی تقسیم می‌کنیم، ۲۵۸;۵۶,۴ به دست می‌آید که فاصلهٔ رأس مخروط از مرکز عالم است هنگامی که خورشید در متوسط فاصله‌اش قرار دارد. (۳-۱۶) فاصلهٔ خورشید از رأس مخروط در دو بعد دیگرش به اندازهٔ (فاصلهٔ) بین دو مرکز (خورشید در آن دو بعد) است. آن (فاصله) طبق رصدهای بطلمیوس و بر مبنای (مقیاس)ی که (مطابق با آن اندازهٔ) شعاع فلک خارج مرکزش شصت است،۲;۳۰ می‌شود. نسبت متوسط فاصلهٔ خورشید بر مبنایی که شصت است، به (فاصلهٔ) میان دو مرکز بر مبنایی که ۲;۳۰ است، مانند نسبت متوسط فاصلهٔ آن بر مبنایی که ۱۵۲۳;۲,۵ است، به (فاصلهٔ) بین دو مرکز، بر مبنای همان مقیاس است. پس دومی را در سومی ضرب می‌کنیم، سپس حاصل را بر اولی تقسیم می‌کنیم، ۶۳;۲۷,۳۵ به دست می‌آید که (فاصلهٔ) میان دو مرکز فلک خورشید است، بر مبنایی که شعاع زمین یک می‌شود. متوسط فاصلهٔ آن (خورشید) ۱۵۲۳;۲,۵ است؛ پس کمترین فاصلهٔ مرکز جرم آن ۱۴۵۹;۳۴,۳۰ می‌شود. از این (اندازه) شعاع آن را که ۶;۵۲,۵۴,۵۷ است، کم می‌کنیم؛ ۱۴۵۲;۴۱,۳۵ باقی می‌ماند که بعد مقعر فلک خورشید و بعد محدب فلک زهره است. سپس به متوسط فاصلهٔ خورشید (فاصلهٔ) میان دو مرکز را اضافه می‌کنیم، ۱۵۸۶;۲۹,۴۰ به دست می‌آید که بیشترین فاصلهٔ مرکز جرم خورشید است. به آن شعاع خورشید را اضافه می‌کنیم، ۱۵۹۳;۲۲,۳۵ به دست می‌آید که بعد محدب فلک خورشید و (بعد) مقعر فلک مریخ است. از بعد محدب فلک خورشید، بعد مقعر فلکش را کم می‌کنیم، ۱۴۰;۴۱,۰ باقی می‌ماند که ضخامت فلک خورشید است.

اگر اندازهٔ فاصلهٔ خورشید و قطر آن را به فرسنگ تبدیل کنیم، بعد مقعر فلک آن ۱,۸۴۸,۸۸۲ فرسنگ، کمترین فاصلهٔ (مرکز) جرم آن ۱,۸۵۷,۶۴۱ فرسنگ، متوسط فاصلهٔ آن ۱,۹۳۸,۴۸۰ فرسنگ، بیشترین فاصلهٔ مرکز جرم آن ۲,۰۱۹,۱۷۵ فرسنگ، بعد محدب فلک آن ۲,۰۲۷,۹۳۴ فرسنگ، قطر جرم آن ۱۷,۵۳۸ فرسنگ و ضخامت فلک آن ۱۵۹,۰۵۲ فرسنگ به دست می‌آید؛ خدا داناتر است.

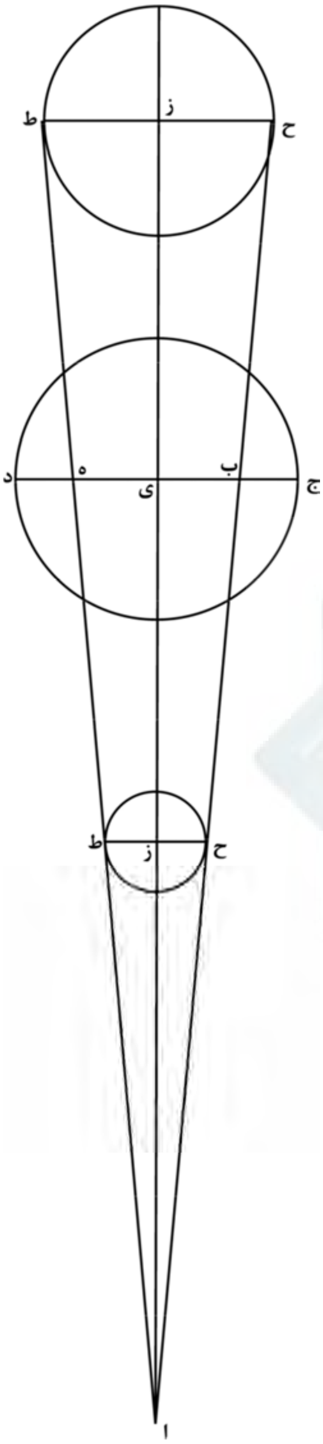
مقالهٔ چهارم

دربارهٔ ابعاد (سیارات) پایینی، شعاع آنها و ضخامت جوزهر ماه

بطلمیوس در مجسطی بیان می‌کند که (اندازهٔ فاصلهٔ) بین دو مرکز زهره $1\frac{1}{4}$، (اندازهٔ) شعاع (فلک) تدویر آن $43\frac{1}{6}$ است، بر مبنای (مقیاس)ی که مطابق با آن (اندازهٔ) شعاع (فلک) حامل آن شصت است. پس بر همان مبنا، بیشترین فاصلهٔ آن ۱۰۴;۲۵، کمترین فاصلهٔ آن ۱۵;۳۵ و بعد محدب فلک آن، یعنی مقعر فلک خورشید، چنان‌که پیشتر گفته شد، ۱۴۵۲;۴۱,۳۵ است. از آن (بعد محدب فلک زهره) شعاعش را، که چنان‌که بعداً خواهد آمد ۰;۲۲,۳۷ است، کم می‌کنیم؛ ۱۴۵۲;۱۸,۵۸ باقی می‌ماند که (اندازهٔ) بیشترین فاصلهٔ مرکز جرم زهره است. نسبت بیشترین فاصلهٔ آن، بر مبنای (مقیاس)ی که ۱۰۴;۲۵ می‌شود، به کمترین فاصلهٔ مرکز آن، بر مبنای (مقیاس)ی که ۱۵;۳۵ می‌شود، مانند نسبت بیشترین

فاصلهٔ مرکز آن، بر مبنای (مقیاس)ی که ۱۴۵۲;۱۸,۵۸ می‌شود، به کمترین فاصلهٔ مرکز آن بر همان مبنا است. بنـابراین، دومـی را در سومی ضرب می‌کنیم، ۶,۱۷;۱۱,۵۵,۳۳,۵۰ به دست می‌آیـد؛ آن را بر اولی تقسیم می‌کنیم، ۲۱۶;۴۴,۴۷ به دست می‌آید کـه کمتـرین فاصلهٔ مرکز جرم زهره، بر مبنـای (مقیـاس)ی کـه (مطـابق بـا آن اندازهٔ) شعاع زمین یک می‌شود، است. همچنین متوسط فاصـلهٔ آن، بر همان مبنا، ۸۳۴;۳۱,۵۲ اسـت کـه نصـف مجمـوع بیشـترین و کمترین فاصلهٔ (زهره از مرکز زمین) است.

گفته‌اند که قطر زهره در متوسط فاصلهٔ خـود تقریبـاً بـه انـدازهٔ یک دهم قطر خورشید است. این (اندازه) را به وسیلهٔ ابزاری موسوم به «ذات‌الهدفة السیّاره» دریافته‌اند. پس نسبت متوسط فاصلهٔ زهـره به متوسط فاصلهٔ خورشید مانند نسبت قطر زهره به یک دهم قطـر خورشید است.



(شکل ۲–۱۰)

برای توضیح این (مطلب) فرض کنیم (در شکل ۲–۱۰) جد قطر خورشید، حط قطر کوکب در هر وضعیتی که باشد و ا مرکز عالم است. دو خط اب و اه را به گونه‌ای خارج می‌کنیم که بر کوکب (در نقاط) ح و ط مماس شوند.

نسبت اح به اب مانند نسبت حط به به است و به اندازه‌ای از قطر خورشید است که قطر کوکب می‌پوشاند و به حصـهٔ کوکب موسوم است. دو مثلث احط و ابه بنابر اشـتراک زاویـهٔ ا و موازی بودن دو قاعدهٔ حط و به متشابه هستند. بنابراین، نسبت از فاصلهٔ کوکب به ای فاصلهٔ خورشید مانند نسبت حط قطر کوکب بـه به حصـهٔ کوکـب از قطـر خورشـید اسـت. ایـن قاعده‌ای کلی برای تمام کوکب‌ها است. پس، قطر خورشید را بر ده تقسیم می‌کنیم، ۱;۲۲,۳۴,۵۹,۲۴ به دست می‌آید که حصهٔ زهره از قطر خورشید است. آن را در متوسط فاصلهٔ زهـره ضـرب مـی‌کنیم؛ سپس حاصل را بر متوسط فاصلهٔ خورشید تقسـیم مـی‌کنیم؛ خـارج قسمت ۰;۴۵,۱۵ می‌شود که قطر زهره است؛ بر مبنای (مقیـاس)ی (که مطـابق بـا آن) شـعاع زمـین یـک می‌شـود. پـس، شـعاع آن ۰;۲۲,۳۷ می‌شود. آن را از کمترین فاصـلهٔ مرکـز جـرم زهـره کـم

می‌کنیم، ۲۱۶;۲۲,۱۰ باقی می‌ماند که (اندازهٔ) بعد مقعر فلک زهره و بعد محدب فلک عطارد است. پس ضخامت فلک زهره ۱۲۳۶;۱۹,۲۵ می‌شود. همهٔ (اندازه‌ها) بر مبنای (مقیاس)ی است که (مطابق با آن) شعاع زمین یک می‌شود.

پس از تبدیل اندازهٔ فاصله‌ها و قطر زهره به فرسنگ معلوم می‌شود که بعد محدب فلک آن ۱,۸۴۸,۸۸۲ فرسنگ، بیشترین فاصلهٔ مرکز جرم آن ۱,۸۴۸,۴۰۳ فرسنگ، متوسط فاصلهٔ آن ۱,۰۶۲,۱۳۱ فرسنگ، کمترین فاصلهٔ مرکز آن ۲۷۵,۸۵۹ فرسنگ، بعد مقعر فلک آن ۲۷۵,۳۸۰ فرسنگ، قطر جرم آن ۹۶۰ فرسنگ و ضخامت فلک آن ۱,۵۷۳,۵۰۱ فرسنگ است.

بطلمیوس در مجسطی بیان می‌کند که (اندازهٔ فاصلهٔ) بین دو مرکز عطارد سه (واحد) است و فاصلهٔ هر یک از مرکزهای افلاک آن، و مرکز فلک بعدی با همان (سه واحد) مساوی است. پس فاصلهٔ میان مرکز فلک حامل آن- وقتی مرکزش در اوج است- تا مرکز عالم نه واحد و شعاع تدویر آن ۲۲/۵ واحد است؛ (همگی) بر مبنای (مقیاس)ی که (مطابق با آن) شعاع حامل شصت می‌شود. پس بیشترین فاصلهٔ آن ۹۱;۳۰ می‌شود. کمترین فاصلهٔ مرکز جرم آن که از طریق استقراء (بدان) آگاهی می‌یابیم، ۳۳;۴ است. کمترین فاصلهٔ فلک آن به علاوهٔ شعاع آن که پس از کم کردن حاصل جمع (فاصلهٔ) بین دو مرکز و شعاع (فلک) تدویر آن از شعاع (فلک) حامل معلوم می‌شود، ۲۸;۳۰ است. بعد محدب فلک عطارد یا مقعر فلک زهره بر مبنایی که شعاع زمین یک است، ۲۱۶;۲۲,۱۰ می‌شود. شعاع آن بر مبنای همان مقیاس- چنان که خواهد آمد- ۰;۲,۳۴ است. پس بیشترین فاصلهٔ مرکز جرم آن ۲۱۶;۱۹,۳۶ است. نسبت بیشترین فاصلهٔ آن بر مبنای (مقیاس)ی که ۹۱;۳۰ می‌شود، به کمترین فاصلهٔ آن که از طریق استقراء ۳۳;۴ به دست آمده، و نیز به کمترین فاصلهٔ فلک آن به علاوهٔ شعاع آن که ۲۸;۳۰ است، به ترتیب مانند نسبت بیشترین فاصلهٔ مرکز آن بر مبنایی که ۲۱۶;۱۹,۳۶ است، به کمترین فاصلهٔ آن؛ و نیز کمترین فاصلهٔ فلک آن به علاوهٔ شعاع آن است – و این دو بر مبنای (مقیاس)ی هستند که (مطابق با آن اندازهٔ) شعاع زمین یک می‌شود. بنابراین سومی را در هر یک از اندازه‌های دوم ضرب می‌کنیم، سپس هر یک از مقادیر به دست آمده را بر اولی تقسیم می‌کنیم، کمترین فاصلهٔ مرکز جرم آن بر مبنای (مقیاس)ی که (مطابق با آن) شعاع زمین یک می‌شود، ۷۸;۱۰,۳۷ و کمترین فاصلهٔ فلک آن به علاوهٔ شعاع آن ۶۷;۲۲,۵۰ به دست می‌آید. بنابراین متوسط فاصلهٔ آن که نصف مجموع بیشترین و کمترین فاصلهٔ فلک آن و شعاع آن (عطارد) است، به علاوهٔ شعاع آن ۱۴۱;۵۱,۱۳ می‌شود.

گفته‌اند که قطر عطارد در متوسط فاصلهٔ خود، یک پانزدهم قطر خورشید است. بنابراین قطر خورشید را که ۱۳;۴۵,۴۹,۵۴ است، بر ۱۵ تقسیم می‌کنیم، ۰;۵۵,۳,۳۹,۳۶ به دست می‌آید که (اندازهٔ) حصهٔ عطارد از قطر خورشید است. نسبت آن (حصه) به قطر عطارد مانند نسبت متوسط فاصلهٔ خورشید به متوسط فاصلهٔ عطارد است. پس اولی را در چهارمی ضرب می‌کنیم، سپس حاصل را بر سومی تقسیم می‌کنیم، ۰;۵,۸ به دست می‌آید که (اندازهٔ) قطر عطارد بر مبنای (مقیاس)ی است که مطابق با آن شعاع زمین یک می‌شود. آن را نصف می‌کنیم، ۰;۲,۳۴ می‌شود که (اندازهٔ) شعاع عطارد است. آن (شعاع عطارد)

را از کمترین فاصلهٔ فلک آن (عطارد) که پیشتر گفته شد، کم می‌کنیم، ۶۷;۲۰,۱۶ باقی می‌ماند که (اندازهٔ) بعد مقعر فلک عطارد و (نیز) بعد محدب (فلک) جوزهر ماه است. بعد محدب (فلک) مایل ماه ۶۳;۵۱,۲۹ بود. تفاوت بین آن و بعد مقعر فلک عطارد را به دست می‌آوریم، حاصل ۳;۲۸,۴۷ می‌شود که بی‌تردید ضخامت (فلک) جوزهر ماه است. و ضخامت فلک عطارد ۱۴۹;۱,۵۴ می‌شود.

پس از تبدیل اندازه‌های یاد شده به فرسنگ معلوم می‌شود که بعد محدب فلک آن ۲۷۵,۳۸۰ فرسنگ، بیشترین فاصلهٔ مرکز جرم آن ۲۷۵,۳۲۵ فرسنگ، متوسط فاصلهٔ آن ۱۸۰,۵۴۱ فرسنگ، کمترین فاصلهٔ مرکز جرم آن ۹۹,۴۹۸ فرسنگ، بعد مقعر فلک آن ۸۵,۷۰۳ فرسنگ، ضخامت (فلک) جوزهر ماه ۴,۴۲۹ فرسنگ و ضخامت فلک عطارد ۱۸۹,۶۷۷ فرسنگ است. خداوند به حقیقت امور داناتر است.

مقالهٔ پنجم

دربارهٔ ابعاد کوکب‌های بالایی و قطرهای آنها

بطلمیوس در مجسطی بیان کرده است که (اندازهٔ) فاصلهٔ بین دو مرکز مریخ ۶;۰ و شعاع (فلک) تدویر آن بر مبنای مقیاسی که مطابق با آن شعاع (فلک) حامل آن شصت می‌شود، ۳۹;۳۰ است. بنابراین بر همان مبنا، کمترین فاصلهٔ آن ۱۴;۳۰ و بیشترین فاصلهٔ آن ۱۰۵;۳۰ است. نسبت کمترین فاصلهٔ آن به بیشترین فاصلهٔ آن بر همان مبنا مانند نسبت کمترین فاصلهٔ آن بر مبنای مقیاسی که مطابق با آن شعاع زمین یک می‌شود به بیشترین فاصلهٔ آن بر همین مبنا است. همان‌گونه که در مقالهٔ سوم بیان کردیم، بعد مقعر فلک مریخ یا بعد محدب فلک خورشید ۱۵۹۳;۲۲,۳۵ است؛ به آن شعاع مریخ را که بعداً ذکر خواهیم کرد، می‌افزاییم، ۱۵۹۴;۵۲,۳ به دست می‌آید که کمترین فاصلهٔ مریخ است. آن را در ۱۰۵;۳۰ ضرب می‌کنیم، ۴۶,۴۴,۱۸;۳۱,۱۶,۳۰ به دست می‌آید، آن را بر ۱۴;۳۰ تقسیم می‌کنیم، ۱۱۶۰۴;۲,۱۰ به دست می‌آید که بیشترین فاصلهٔ مریخ است. پس متوسط فاصلهٔ آن ۶۵۹۹;۲۷,۶ می‌شود.

همچنین بیان کرده‌اند که قطر مریخ در متوسط فاصلهٔ خود مانند یک بیستم قطر خورشید است. قطر خورشید را که پیش‌تر گفته شد، بر بیست تقسیم می‌کنیم، ۰;۴۱,۱۷,۲۹,۴۲ به دست می‌آید. آن را در متوسط فاصلهٔ مریخ ضرب می‌کنیم، سپس حاصل را بر متوسط فاصلهٔ خورشید تقسیم می‌کنیم، از محاسبه ۲;۵۸,۵۵ به دست می‌آید. این (اندازهٔ) قطر مریخ است؛ بر مبنای (مقیاس)ی که (مطابق با آن) شعاع زمین یک می‌شود. آن را نصف می‌کنیم، ۱;۲۹,۲۸ می‌شود که شعاع مریخ است. آن را با بیشترین فاصلهٔ آن (مریخ) جمع می‌کنیم، ۱۱۶۰۵;۳۱,۳۸ به دست می‌آید که بعد محدب فلک مریخ یا بعد مقعر فلک مشتری است. بنابراین بعد مقعر فلک آن را از بعد محدب (فلک) آن کم می‌کنیم، ۱۰۰۱۲;۹,۳ به دست می‌آید که (اندازهٔ) ضخامت فلک مریخ است. ضخامت فلک مریخ تقریباً $۳\frac{۱}{۲}$ برابر قطر فلک خورشید با افلاک و عناصر موجود در آن است ﴿فتبارک الله أحسن الخالقین﴾.

اگر اندازه‌های یاد شده را به فرسنگ تبدیل کنیم، معلوم می‌شود که کمترین فاصلهٔ مرکز جرم مریخ

۲,۰۲۹,۸۳۲ فرسنگ، متوسط فاصلهٔ آن ۸,۸۹۹,۳۰۳ فرسنگ، بیشترین فاصلهٔ آن ۱۴,۷۶۸,۷۷۴ فرسنگ، بعد محدب فلک آن ۱۴,۷۷۰,۶۷۲ فرسنگ، ضخامت فلک آن ۱۲,۷۴۲,۷۳۸ فرسنگ و قطر آن ۳,۷۹۵ فرسنگ است.

همچنین بطلمیوس (اندازهٔ فاصلهٔ) بین دو مرکز مشتری را ۲;۴۵، شعاع (فلک) تدویر آن را ۱۱;۳۰ به دست آورده است؛ (هر دو) بر مبنای (مقیاس)ی که (مطابق با آن) شعاع (فلک) حامل آن (مشتری) شصت می‌شود. پس کمترین فاصلهٔ آن ۴۵;۴۵ و بیشترین فاصلهٔ آن ۷۴;۱۵ هر دو بر مبنایی هستند که شعاع (فلک) حامل شصت می‌شود. بعد مقعر فلک آن بر مبنایی که شعاع زمین یک می‌شود، ۱۱۶۰۵;۳۱,۳۸ بود. شعاع آن بر همان مبنا- آن‌چنان‌که خواهد آمد- ۵;۴۴,۲ است. بنابراین کمترین فاصلهٔ آن ۱۱۶۱۱;۱۵,۴۵ می‌شود، آن را در ۷۴;۱۵ ضرب می‌کنیم، ۳,۵۹,۲۸,۵۶;۸,۱۵ به دست می‌آید. آن را بر ۴۵;۴۵ تقسیم می‌کنیم، ۱۸۸۴۴;۳۰,۲۱ به دست می‌آید که بیشترین فاصلهٔ مشتری است؛ بر مبنایی که شعاع زمین یک می‌شود. پس متوسط فاصلهٔ آن ۱۵۲۲۷;۵۳,۱ می‌شود.

گفته‌اند که قطر مشتری در متوسط فاصلهٔ آن مانند نصفِ یک ششمِ قطر خورشید در متوسط فاصله‌اش است. نصف یک ششم قطر خورشید را که ۱۳;۴۵,۴۹,۵۴ است، محاسبه می‌کنیم، ۱;۸,۴۹,۹,۳۰ به دست می‌آید. آن را در متوسط فاصلهٔ مشتری که پیش‌تر گفته شد، ضرب می‌کنیم. حاصل را بر متوسط فاصلهٔ خورشید تقسیم می‌کنیم، ۱۱;۲۸,۵ به دست می‌آید که (اندازهٔ) قطر مشتری است. پس شعاع آن ۵;۴۴,۲ می‌شود. آن را به بیشترین فاصلهٔ مشتری می‌افزاییم، ۱۸۸۵۰;۱۴,۲۳ به دست می‌آید که (اندازهٔ) بعد محدب فلک مشتری و مقعر فلک زحل است. از بعد محدب فلک مشتری، بعد مقعرش را کم می‌کنیم، ۷۲۴۴;۴۲,۱۵ باقی می‌ماند که ضخامت فلک مشتری است.

اگر اندازه‌های یاد شده را به فرسنگ تبدیل کنیم، معلوم می‌شود که کمترین فاصلهٔ مرکز جرم مشتری ۱۴,۷۷۷,۹۶۹ فرسنگ، متوسط فاصلهٔ آن ۱۹,۳۸۰,۹۴۳ فرسنگ، بیشترین فاصلهٔ جرم آن ۲۳,۹۸۳,۹۱۷ فرسنگ، بعد محدب فلک آن ۲۳,۹۹۱,۲۱۵ فرسنگ، ضخامت فلک آن ۹,۲۲۰,۵۴۳ فرسنگ و قطر جرم آن ۱۴,۵۹۶ فرسنگ است.

همچنین بطلمیوس بیان کرده که فاصلهٔ بین دو مرکز زحل ۳;۲۵ و (اندازهٔ) شعاع (فلک) تدویر آن ۶;۳۰ است؛ بر مبنای مقیاسی که مطابق با آن شعاع (فلک) حامل آن شصت می‌شود. پس بر همان مبنا، کمترین فاصلهٔ آن ۵۰;۵ و بیشترین فاصلهٔ آن ۶۹;۵۵ می‌شود. بعد مقعر فلک آن یا بعد محدب فلک مشتری بر مبنای (مقیاس)ی که (مطابق با آن اندازهٔ) شعاع زمین یک می‌شود، ۱۸۸۵۰;۱۴,۲۳ بود. شعاع آن- چنان که خواهد آمد- ۵;۴۰,۱۴ است. پس بر همان مبنا، کمترین فاصلهٔ آن ۱۸۸۵۵;۵۴,۳۷ است. آن را در ۶۹;۵۵ ضرب می‌کنیم، ۶,۶,۱۲,۲۲;۲۳,۳۶,۵۵ به دست می‌آید. آن را بر ۵۰;۵ تقسیم می‌کنیم، خارج قسمت ۲۶۳۲۲;۵۸,۳۵ می‌شود که (اندازهٔ) بیشترین فاصلهٔ زحل است؛ بر مبنای (مقیاس)ی که (مطابق با آن اندازهٔ) شعاع زمین یک می‌شود. بنابراین متوسط فاصلهٔ آن ۲۲۵۸۹;۲۶,۳۶ می‌شود.

به دست آورده‌اند که قطر زحل در متوسط فاصله‌اش یک هجدهم قطر خورشید است. بنابراین قطر

خورشید را بر ۱۸ تقسیم می‌کنیم، خارج قسمت ۰;۴۵,۵۲,۴۶,۲۰ می‌شود. آن را در متوسط فاصلهٔ زحل ضرب می‌کنیم؛ سپس حاصل را بر متوسط فاصلهٔ خورشید که ۱۵۲۳;۲,۵ است، تقسیم می‌کنیم، از محاسبه ۱۱;۲۰,۲۹ به دست می‌آید که قطر زحل است؛ بر مبنای (مقیاس)ی که (مطابق با آن اندازهٔ) شعاع زمین یک می‌شود. پس شعاع آن ۵;۴۰,۱۴ می‌شود. آن را بر بیشترین فاصله‌اش می‌افزاییم، ۲۶۳۲۸;۳۸,۴۹ به دست می‌آید که (اندازهٔ) بعد محدب فلک زحل است.

اگر اندازه‌های یاد شده را به فرسنگ تبدیل کنیم، معلوم می‌شود که کمترین فاصلهٔ مرکز جرم آن ۲۳,۹۹۸,۴۳۲ فرسنگ، متوسط فاصلهٔ آن ۲۸,۷۵۰,۲۰۲ فرسنگ، بیشترین فاصله‌اش ۳۳,۵۰۱,۹۷۱ فرسنگ، بعد محدب فلکش ۳۳,۵۰۹,۱۸۸ فرسنگ، ضخامت فلکش ۹,۵۱۷,۹۷۳ فرسنگ و قطر جرم آن ۱۴,۴۳۵ فرسنگ است. همانا علم نزد خداوند است.

مقالهٔ ششم
دربارهٔ فاصلهٔ ثوابت از زمین و قطر جرم آنها

بعد محدب فلک زحل را بعد مقعر فلک ثوابت فرض می‌کنیم؛ چون زیادتی آن بر ما معلوم نیست، و نیز از آن رو که (بعد) مفروض از (بعد) موجود بیشتر نشود. بر آن، شعاعِ بزرگترین کوکب‌های قدر اول را که خواهد آمد، اضافه می‌کنیم ۲۶۳۳۴;۴۲,۱۸ می‌شود که (اندازهٔ) فاصلهٔ مرکزهای اجرام ثوابت از زمین است.

گفته‌اند که قطر کوکب‌های متوسط قدر اول، از نظر حجم، در مقایسه با قطر خورشید نزدیک به نصف یک دهم است. نصف یک دهم قطر خورشید را که ۱۳;۴۵,۴۹,۵۴ است، محاسبه می‌کنیم، ۰;۴۱,۱۷,۲۹,۴۲ به دست می‌آید. آن را در فاصلهٔ مرکزهای ثوابت که پیش‌تر گفته شد، ضرب می‌کنیم. حاصل را بر متوسط فاصلهٔ خورشید تقسیم می‌کنیم. از محاسبه ۱۱;۵۳,۵۸ به دست می‌آید که (اندازهٔ) قطر کوکب‌های متوسط قدر اول است؛ بر مبنایی که شعاع زمین یک می‌شود. قطر آنها بر مبنایی که قطر آن (زمین) یک است، ۵;۵۶,۵۹ می‌شود. آن را مکعب می‌کنیم، ۳,۳۰;۳۶,۵۴,۴۵,۳ می‌شود. یک سومِ یک ششمِ آن را محاسبه می‌کنیم، حاصل را بر آن (یعنی مکعب قطر کوکب‌های متوسط) اضافه می‌کنیم، ۳,۴۲;۱۸,۵۷,۴۷,۳۳,۱۰ به دست می‌آید. کعب آن را می‌گیریم، ۶;۳,۲۹ به دست می‌آید که شعاع بزرگ‌ترین کوکب‌های قدر اول است؛ بر مبنایی که شعاع زمین یک می‌شود. آن را بر (اندازهٔ) فاصلهٔ مرکزهای ثوابت (از زمین) اضافه می‌کنیم، ۲۶۳۴۰;۴۵,۴۷ به دست می‌آید که بعد محدب فلک ثوابت و مقعر فلک اطلس است.

اگر اندازه‌های یاد شده را به فرسنگ تبدیل کنیم، معلوم می‌شود که فاصلهٔ مرکزهای جرم‌های ثوابت ۳۳,۵۱۶,۸۹۸ فرسنگ، بعد محدب فلک آنها ۳۳,۵۲۴,۶۰۹ فرسنگ و قطر بزرگترین آنها ۱۵,۴۲۱ فرسنگ است. اما بعد محدب فلک اطلس را جز خداوند متعال کسی نمی‌داند. خداوند به حقیقت امور داناتر است.

مقالهٔ هفتم

دربارهٔ حجم کوکب‌ها

اقلیدس در قضیهٔ پایانی مقالهٔ دوازدهم اصول نشان می‌دهد که نسبت (حجم) دو کره مانند نسبت مکعب قطر آن دو است. نسبت شعاع ماه به شعاع زمین و همچنین نسبت بین قطرهای آنها مانند نسبت ۰;۱۷,۱۴ به یک است. زیرا نسبت دو مقدار مانند نسبت دو برابرهای آنها است. بنابراین اگر قطر ماه را یک در نظر بگیریم، قطر زمین ۳;۲۸,۵۲ می‌شود. آن را مکعب می‌کنیم، ۴۲;۱۱,۳ می‌شود. مکعب یک، یک می‌شود. پس نسبت حجم ماه به حجم زمین تقریباً مانند نسبت یک به ۴۲$\frac{۱}{۶}$، یعنی نسبت یک به ۴۲;۱۱,۳ است.

شعاع عطارد بر مبنایی که شعاع زمین یک می‌شود، ۰;۲,۳۴ بود. همچنین این اندازهٔ قطر عطارد است؛ برمبنایی که قطر زمین یک باشد. اگر آن را یک در نظر بگیریم، قطر زمین بر مبنای آن مقیاس ۲۳;۲۲,۳۶ می‌شود. آن را مکعب می‌کنیم، ۳,۳۲,۴۹;۳۰,۱۵ می‌شود. پس (نسبت) حجم عطارد به حجم زمین (مانند) یک به ۱۲,۷۶۹$\frac{۱}{۲}$ است.

قطر زهره بر مبنایی که قطر زمین یک است، ۰;۲۲,۳۷ می‌شود. در نتیجه قطر زمین بر مبنایی که قطر زهره یک است، ۲;۳۹,۷ و مکعبش ۱۸;۴۰,۱۶ می‌شود. پس (نسبت) حجم زهره به حجم زمین مانند یک به ۱۸$\frac{۲}{۳}$ است. قطر خورشید بر مبنایی که قطر زمین یک است، ۶;۵۲,۵۵ می‌شود. آن را مکعب می‌کنیم، ۵,۲۵;۵۶,۱۱ می‌شود. پس نسبت حجم خورشید به حجم زمین مانند نسبت ۳۲۶ به یک است.

قطر مریخ بر مبنایی که قطر زمین یک است، ۱;۲۹,۲۸ و مکعب آن ۳;۱۸,۵۴ می‌شود. بنابراین حجم مریخ تقریباً ۳$\frac{۱}{۳}$ برابر حجم زمین است.

قطر مشتری بر مبنایی که قطر زمین یک است، ۵;۴۴,۲ و مکعبش ۳,۸;۳۰,۵۷ می‌شود. بنابراین حجم مشتری ۱۸۸$\frac{۱}{۲}$ برابر زمین می‌شود.

قطر زحل بر مبنایی که قطر زمین یک است، ۵;۴۰,۱۴ و مکعبش ۳,۲;۲۰,۱۷ می‌شود. بنابراین حجم زحل ۱۸۲$\frac{۱}{۳}$ برابر زمین است.

شعاع کوکب‌های متوسط قدر اول بر مبنایی قطر زمین یک است، ۵;۵۶,۵۹ می‌شود؛ همچنین (این اندازهٔ) قطر آنها است، بر مبنایی که قطر زمین یک می‌شود. مکعب آن ۳,۳۰;۳۶,۵۴,۴۵,۳ می‌شود.

چون ثوابت را در شش دسته طبقه بندی کرده‌اند، بزرگ‌ترین آنها در قدر اول و کوچک‌ترین آنها را در (قدر) ششم (است)، به گونه‌ای که (از اندازه‌های آنها) یک ششم، یک ششم کاسته شود؛ بدین ترتیب حجم (ثوابت) قدر اول شش برابر (حجم ثوابت) قدر ششم می‌شود. همچنین به علت اختلاف در اندازهٔ کوکب‌های هر دسته، آنها را در سه مرتبهٔ بزرگ، متوسط و کوچک قرار می‌دهیم. بنابراین مکعب یاد شده (یعنی ۳,۳۰;۳۶,۵۴,۴۵,۳) را بر شش تقسیم می‌کنیم، ۳۵;۶,۹ به دست می‌آید. آن را برابر با تفاضل

(اندازهٔ کوکب) متوسط هر دسته و متوسط قدر بعدی در نظر می‌گیریم. سپس یک سوم تفاضل یاد شده را محاسبه می‌کنیم، ۱۱;۴۲,۳ می‌شود. آن را برابر با تفاضل (اندازهٔ کوکب) بـزرگ و متوسـط یـا متوسـط و کوچک یا کوچک آن (دسته) و بزرگ قدر بعدی در نظر می‌گیریم. پس حجم بزرگ‌ترین کوکب‌های قـدر اول ۲۲۲;۱۹ برابر (حجم) زمین، (حجم) متوسط همان دسته ۲۱۰;۳۷ و کوچک‌ترین آنهـا ۱۹۸;۵۵ برابـر (حجم) زمین می‌شود. بزرگ‌ترین (کوکب) قدر دوم ۱۸۷;۱۳، متوسط آنهـا ۱۷۵;۳۱ و کوچـک‌ترین‌شـان ۱۶۳;۴۹ (برابر حجم زمین) می‌شود. بزرگ‌ترین قدر سوم ۱۵۲;۷، متوسط آنهـا ۱۴۰;۲۵ و کوچـک‌تـرین آنها ۱۲۸;۴۳ (برابر حجم زمین) می‌شود. بـزرگ‌تـرین قـدر چهـارم ۱۱۷;۰,۳۰، متوسـط آنهـا ۱۰۵;۱۸ و کوچک‌ترین آنها ۹۳;۳۶ (برابر حجم زمین) می‌شود. بزرگ‌ترین قدر پنجم ۸۱;۵۴، متوسط آنهـا ۷۰;۱۲ و کوچک‌ترین آنها ۵۸;۳۰ (برابر حجم زمین) می‌شود. بزرگ‌ترین قدر ششم ۴۶;۴۸، متوسـط آنهـا ۳۵;۶ و کوچک‌ترین آنها ۲۳;۲۴ (برابر حجم زمین) می‌شود. از اینجا معلوم می‌شود که بـزرگ‌تـرین ایـن جرم‌هـا خورشید است. پس از آن (به ترتیب) کوکب‌های قدر اول ثوابت، مشتری، بزرگ‌ترین کوکب‌های قدر دوم ثوابت، زحل، بقیهٔ ثوابت، مریخ، زمین، زهره، ماه و عطارد کـه کوچـک‌تـرین کوکب‌هاسـت. خداونـد بـه حقیقت امور داناتر است.

خاتمه

جدول‌ها

(۸-۱) اندازهٔ مساحت و محیط زمین، ابعاد فلک‌ها و کوکب‌ها، شعاع‌ها و ضخامت فلک‌های آنها را همگی بر مبنای همان دو مقیاس یاد شده، یعنی شعاع زمین و فرسنگ، برای سادگی فهـم در نظـر خواننـده، در چند جدول می‌آوریم. آن (جدول‌ها) این‌ها هستند:

اندازهٔ زمین و آنچه با آن مرتبط است									
	فرسنگ								کسرها
	یکان	ده‌گان	صدگان	هزارگان	ده‌هزارگان	صدهزارگان	هزار هزارگان	ده هزار هزارگان	
اندازهٔ شعاع زمین	۲	۷	۲	۱					و هشت یازدهم
اندازهٔ قطر آن	۵	۴	۵	۲					و پنج یازدهم
اندازهٔ محیط آن	۰	۰	۰	۸					
مساحت کل سطح آن	۶	۳	۶	۳	۶	۳	۰	۲	و چهار یازدهم
مساحت ربع معمور	۹	۰	۹	۰	۹	۰	۵		و یک یازدهم
مساحت قدر معمور	۰	۴	۷	۶	۷	۶	۴		و شصت و هفت صد و سی و دوم
مساحت نصف قطعهٔ شمالی که بالای مدار قطب دایرةالبروج قرار دارد	۸	۶	۲	۲	۲	۴			و یک سوم و یک چهارم فرسنگ

[جدول ۲-۱]

اندازهٔ قطرها و حجم‌های سیارات								
کوکب‌ها	قطر کوکب ها بر مبنایی که شعاع زمین یک باشد	قطر (کوکب‌ها) به فرسنگ					نسبت حجم کوکب‌ها به حجم زمین	
		یکان	ده‌گان	صدگان	هزارگان	ده‌هزارگان		
ماه	۰;۳۴,۲۸	۱	۳	۷			یک چهل و دوم و یک ششم برابر زمین	در بیشترین فاصله
عطارد	۰;۵,۸	۹	۰	۱			یک ۱۲۷۶۹اُم و یک دوم برابر زمین	
زهره	۰;۴۵,۱۵	۰	۶	۹			یک ۱۸اُم و دو سوم برابر زمین	
خورشید	۱۳;۴۵,۵۰	۸	۳	۵	۷	۱	۳۲۶ برابر زمین	
مریخ	۲;۵۸,۵۵	۵	۹	۷	۳	۰	سه و یک سوم برابر زمین	
مشتری	۱۱;۲۸,۵	۶	۹	۵	۴	۱	۱۸۸ و یک دوم برابر زمین	
زحل	۱۱;۲۰,۲۹	۵	۳	۴	۴	۱	۱۸۲ و یک سوم برابر زمین	

[جدول ۲-۲]

	ابعاد	اندازۀ فاصلۀ کوکب‌ها بر مبنایی که شعاع زمین یک باشد					اندازۀ (ابعاد کوکب‌ها) به فرسنگ						
		یکان	ده‌گان	صدگان	هزارگان	دقیقه‌ها و ثانیه‌ها	یکان	ده‌گان	صدگان	هزارگان	ده‌هزارگان	صدهزارگان	هزارهزارگان
ابعاد ماه	بعد مقعّر فلک آن	۲	۳			۵۶ ۵۹	۶	۳	۹	۱	۴		
	بعد اقرب فلک آن	۳	۳			۱۴ ۱۳	۲	۰	۳	۲	۴		
	بعد اوسط فلک آن	۸	۴			۲۴ ۱۴	۵	۰	۶	۱	۶		
	بعد ابعد فلک آن	۳	۶			۳۴ ۱۵	۹	۰	۹	۰	۸		
	بعد محدّب فلک مایل آن	۳	۶			۵۱ ۲۹	۴	۷	۲	۱	۸		
	ضخامت فلک مائل آن	۰	۳			۵۴ ۳۰	۸	۳	۳	۹	۳		
	ضخامت (فلک) جوزهر آن	۳				۲۸ ۴۷	۹	۲	۴	۴	؟۰		
ابعاد عطارد	بعد مقعّر فلک آن	۷	۶			۲۰ ۱۶	۳	۰	۷	۵	۸		
	بعد اقرب فلک تدویر آن	۷	۶			۲۲ ۵۰	۷	۵	۷	۵	۸		
	بعد اقرب مرکز آن	۸	۷			۱۰ ۳۷	۸	۹	۴	۹	۹		
	بعد اوسط آن	۴	۱	۱		۵۱ ۱۳	۱	۴	۵	۰	۸	۱	
	بعد ابعد آن	۶	۱	۲		۱۹ ۳۶	۵	۲	۳	۵	۷	۲	
	بعد محدب فلک آن	۶	۱	۲		۲۲ ۱۰	۰	۸	۳	۵	۷	۲	
	ضخامت فلک آن	۹	۴	۱		۱ ۵۴	۷	۷	۶	۹	۸	۱	
ابعاد زهره	بعد مقعّر فلک آن که بعد محـدّب فلـک عطارد است	۶	۱	۲		۲۲ ۱۰	۰	۸	۳	۵	۷	۲	
	بعد اقرب آن	۶	۱	۲		۴۴ ۴۷	۹	۵	۸	۵	۷	۲	
	بعد اوسط آن	۴	۳	۸		۳۱ ۲۲	۱	۳	۱	۲	۶	۰	۱
	بعد ابعد آن	۲	۵	۴	۱	۱۸ ۵۸	۳	۰	۴	۸	۴	۸	۱
	بعد محدب فلک آن	۲	۵	۴	۱	۴۱ ۳۵	۲	۸	۸	۸	۴	۸	۱
	ضخامت فلک آن	۶	۳	۲	۱	۱۸ ۲۵	۱	۰	۵	۳	۷	۵	۱
ابعاد خورشید	بعد مقعّر فلک آن که (بعد) محدّب زهـره است	۲	۵	۴	۱	۴۱ ۳۵	۲	۸	۸	۸	۴	۸	۱
	بعد اقرب آن	۹	۵	۴	۱	۳۴ ۳۵	۱	۴	۶	۷	۵	۸	۱
	بعد اوسط آن	۳	۲	۵	۱	۲ ۵	۸	۰	۴	۸	۳	۹	۱
	بعد ابعد آن	۶	۸	۵	۱	۲۹ ۴۰	۵	۷	۱	۹	۱	۰	۲
	بعد محدب فلک آن	۳	۹	۵	۱	۲۲ ۳۵	۴	۳	۹	۷	۲	۰	۲
	ضخامت فلک آن	۰	۴	۱		۴۱ ۰	۲	۵	۰	۹	۵	۱	۰

[جدول ۲-۳]

	ابعاد	اندازهٔ فاصلهٔ کوکب‌ها بر مبنایی که شعاع زمین یک باشد						اندازهٔ (فاصلهٔ کوکب‌ها) به فرسنگ							
		یکان	ده‌گان	صدگان	هزارگان	ده هزارگان	دقیقه‌ها و ثانیه‌ها	یکان	ده‌گان	صدگان	هزارگان	ده‌هزارگان	صدهزارگان	هزار هزارگان	ده هزار هزارگان
ابعاد مریخ	بعد مقعّر فلک آن	۳	۹	۵	۱		۲۲ ۳۵	۶	۳	۹	۷	۲	۰	۲	
	بعد اقرب آن	۴	۹	۵	۱		۵۲ ۳	۲	۳	۸	۹	۲	۰	۲	
	بعد اوسط آن	۹	۹	۵	۹		۲۷ ۶								
	بعد ابعد آن	۴	۰	۶	۱	۱	۲ ۱۰	۲	۷	۷	۸	۶	۷	۴	۱
	بعد محدب فلک آن	۵	۰	۶	۱	۱	۳۱ ۳۸	۲	۷	۶	۰	۷	۷	۴	۱
	ضخامت فلک آن	۲	۱	۰	۰	۱	۹ ۳	۸	۳	۷	۲	۴	۷	۲	۱
	قطر تدویر آن														
ابعاد مشتری	بعد مقعّر فلک آن	۵	۰	۶	۱	۱	۳۱ ۳۸	۲	۷	۶	۰	۷	۷	۴	۱
	بعد اقرب آن	۱	۱	۶	۱	۱	۱۵ ۴۰	۹	۶	۹	۷	۷	۷	۴	۱
	بعد اوسط آن	۷	۲	۲	۵	۱	۵۳ ۱	۳	۴	۹	۰	۸	۳	۹	۱
	بعد ابعد آن	۴	۴	۸	۸	۱	۳۰ ۲۱	۷	۱	۹	۳	۸	۹	۳	۲
	بعد محدب فلک آن	۰	۵	۸	۸	۱	۱۴ ۲۳	۵	۱	۲	۱	۹	۹	۳	۲
	ضخامت فلک آن	۴	۴	۲	۷	۰	۴۲ ۴۵	۳	۴	۵	۰	۲	۲	۹	۰
ابعاد زحل	بعد مقعّر فلک آن	۰	۵	۸	۸	۱	۱۴ ۲۳	۵	۱	۲	۱	۹	۹	۳	۲
	بعد اقرب آن	۵	۵	۸	۸	۱	۵۴ ۳۷	۲	۳	۴	۸	۹	۹	۳	۲
	بعد اوسط آن	۹	۸	۵	۲	۲	۲۶ ۳۶	۲	۰	۲	۰	۵	۷	۸	۲
	بعد ابعد آن	۲	۲	۳	۶	۲	۵۸ ۳۵	۱	۷	۹	۱	۰	۵	۳	۳
	بعد محدب فلک آن	۸	۲	۳	۶	۲	۳۸ ۴۹	۸	۸	۱	۹	۰	۵	۳	۳
	ضخامت فلک آن	۸	۷	۴	۷	۰	۲۴ ۲۶	۳	۷	۹	۷	۱	۵	۹	۰
ابعاد ثوابت	بعد مقعّر فلک آن	۸	۲	۳	۶	۲	۳۸ ۴۹	۸	۸	۱	۹	۰	۵	۳	۳
	بعد مرکزهای اجرام آن	۴	۳	۳	۶	۲	۴۲ ۱۸	۸	۹	۸	۶	۱	۵	۳	۳
	بعد محدب فلک آن	۰	۴	۳	۶	۲	۴۵ ۴۷	۹	۰	۶	۴	۲	۵	۳	۳
	ضخامت فلک آن	۲	۱				۶ ۵۸	۱	۲	۴	۵	۱			

[جدول ۲-۴]

اندازهٔ حجم‌های ثوابت و قطرهای آنها							
قدرها	مرتبهٔ قدرها	اندازهٔ نسبت حجم‌ها(ی ثوابت) به حجم زمین، یعنی اندازه‌ای از حجم زمین که در (حجم) آنها جای می‌گیرد: یکان	ده‌گان	صدگان	دقیقه‌ها و ثانیه‌ها	قطرهای ثوابت بر مبنای یک بودن قطر زمین، و این که حجم (قدر) ششمی(ها)، یک ششم حجم (قدر) اولی(ها) باشد	قطرهای ثوابت بر مبنای یک بیستم قطر خورشید بودن قطر (قدر) اولی(ها)، و یک سی‌ام قطر خورشید بودن قطر (قدر) ششمی(ها)
کوکب‌های قدر اول	بزرگ	۲	۲	۲	۱۸ ۵۸	۶;۴	۶;۴
	متوسط	۰	۱	۲	۳۶ ۵۵	۵;۵۷	۵;۵۷
	کوچک	۸	۹	۱	۵۴ ۵۱	۵;۵۰	۵;۴۹
قدر دوم	بزرگ	۷	۸	۱	۱۲ ۴۸	۵;۴۳	۵;۴۱
	متوسط	۵	۷	۱	۳۰ ۴۵	۵;۳۶	۵;۳۳
	کوچک	۳	۶	۱	۳۸ ۴۲	۵;۲۸	۵;۲۵
قدر سوم	بزرگ	۲	۵	۱	۶ ۳۹	۵;۲۰	۵;۱۷
	متوسط	۰	۴	۱	۲۴ ۳۶	۵;۱۲	۵;۹
	کوچک	۸	۲	۱	۴۲ ۳۳	۵;۳	۵;۱
قدر چهارم	بزرگ	۷	۱	۱	۰ ۳۰	۴;۵۳	۴;۵۳
	متوسط	۵	۰	۱	۵۸ ۲۷	۴;۴۳	۴;۴۶
	کوچک	۳	۹	۰	۳۶ ۲۴	۴;۲۲	۴;۲۸
قدر پنجم	بزرگ	۱	۸		۵۴ ۲۱	۴;۲۰	۴;۳۰
	متوسط	۰	۷		۱۲ ۵۸	۴;۷	۴;۲۲
	کوچک	۸	۵		۳۰ ۱۵	۳;۵۴	۴;۱۴
قدر ششم	بزرگ	۶	۴		۴۸ ۱۲	۳;۳۷	۴;۶
	متوسط	۵	۳		۶ ۹	۳;۱۶	۳;۵۸
	کوچک	۳	۲		۲۴ ۶	۲;۵۲	۳;۵۰

[جدول ۲-۵]

این پایان آن چیزی است که در این رساله ذکر کردیم- و ستایش خدا را که پروردگار جهانیان است، و درود و سلام بر پیامبرش، محمّد، و خاندان پاک و طاهرش. تألیف و استخراج این رساله را در روز چهارشنبه، بیست و یکم ماه رمضان سال هشتصد و نه هجری به پایان رساندم.